

Г. П. АЛЕКСЕЕВ, И. С. МАЗОВЕР

РАГОЗИН

СПРАВОЧНИК
КОНСТРУКТОРА-
МАШИНОСТРОИТЕЛЯ
(ФОРМУЛЫ И РАСЧЕТЫ)



ГОСУДАРСТВЕННОЕ СОЕДИНЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
СУДОСТРОИТЕЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Москва
1961

6
2/

«Справочник конструктора-машиностроителя (формулы и расчеты)» является второй частью «Справочника конструктора-машиностроителя (рабочие таблицы)», выпущенного Судпромгизом в 1957 г.

В справочнике отобраны наиболее употребительные формулы и расчеты и вспомогательные материалы. Расположение их подчинено задаче наиболее быстрого получения необходимых справок.

Справочник предназначается для конструкторов-машиностроителей, работающих в области судового машиностроения; может быть использован студентами машиностроительных вузов и учащимися машиностроительных техникумов.

ПРЕДИСЛОВИЕ

«Справочник» содержит материал для повседневной работы конструктора. Подбор, расположение и оформление материала преимущественно в виде таблиц подчинены задаче наиболее быстрого получения справки. В тех случаях, когда табличное оформление материала может создать некоторые затруднения при практическом его применении, таблицам предшествуют «Основные положения», включающие необходимые определения и указания к пользованию. Расположение материала «Справочника» по разделам сделано с целью облегчения получения справки и является условным, так как «Справочник» предназначен для решения комплексных производственных задач.

При выполнении уточненных расчетов высокоответственных или дорогих машин, сооружений и их деталей, а также при выполнении расчетов, встречающихся в инженерной практике сравнительно редко, материал «Справочника» может оказаться недостаточным. В указанных случаях в «Справочнике» приводится источник, материал которого достаточен для выполнения таких расчетов.

С целью сокращения и упрощения вычислительной работы при расчетах в «Справочник» включены математические и другие вспомогательные таблицы. Ряд формул в «Справочнике» сопровождается примером расчета.

При подборе и обработке материала авторы руководствовались рекомендациями и указаниями работников промышленности и институтов. Наряду с ГОСТ в справочнике использованы некоторые отраслевые нормы, причем все данные выверены по состоянию на 15. XII. 60 г.

В подготовке рукописи и разработке отдельных вопросов авторам была оказана большая помощь инженером Н. А. Барановым.

Отзывы и пожелания по данному «Справочнику» просьба направлять в Издательство (Ленинград, ул. Дзержинского, д. 10).

1
2/

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ
ТАБЛИЦЫ

1
2/

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[4]{100n}$
1,00	1,000	1,000	1,000	3,162	1,000	2,154	4,642
1,01	1,020	1,030	1,005	3,178	1,003	2,162	4,657
1,02	1,040	1,061	1,010	3,194	1,007	2,169	4,672
1,03	1,061	1,093	1,015	3,209	1,010	2,176	4,688
1,04	1,082	1,125	1,020	3,225	1,013	2,183	4,703
1,05	1,102	1,158	1,025	3,240	1,016	2,190	4,718
1,06	1,124	1,191	1,030	3,256	1,020	2,197	4,733
1,07	1,145	1,225	1,034	3,271	1,023	2,204	4,747
1,08	1,166	1,260	1,039	3,286	1,026	2,210	4,762
1,09	1,188	1,295	1,044	3,302	1,029	2,217	4,777
1,10	1,210	1,331	1,049	3,317	1,032	2,224	4,791
1,11	1,232	1,368	1,054	3,332	1,035	2,231	4,806
1,12	1,254	1,405	1,058	3,347	1,038	2,237	4,820
1,13	1,277	1,443	1,063	3,362	1,042	2,244	4,835
1,14	1,300	1,482	1,068	3,376	1,045	2,251	4,849
1,15	1,322	1,521	1,072	3,391	1,048	2,257	4,863
1,16	1,346	1,561	1,077	3,406	1,051	2,264	4,877
1,17	1,369	1,602	1,082	3,421	1,054	2,270	4,891
1,18	1,392	1,643	1,086	3,435	1,057	2,277	4,905
1,19	1,416	1,685	1,091	3,450	1,060	2,283	4,919
1,20	1,440	1,728	1,095	3,464	1,063	2,289	4,932
1,21	1,464	1,772	1,100	3,479	1,066	2,296	4,946
1,22	1,488	1,816	1,105	3,493	1,069	2,302	4,960
1,23	1,513	1,861	1,109	3,507	1,071	2,308	4,973
1,24	1,538	1,907	1,114	3,521	1,074	2,315	4,987
1,25	1,562	1,953	1,118	3,536	1,077	2,321	5,000
1,26	1,588	2,000	1,122	3,550	1,080	2,327	5,013
1,27	1,613	2,048	1,127	3,564	1,083	2,333	5,027
1,28	1,638	2,097	1,131	3,578	1,086	2,339	5,040
1,29	1,664	2,147	1,136	3,592	1,089	2,345	5,053
1,30	1,690	2,197	1,140	3,606	1,091	2,351	5,066
1,31	1,716	2,248	1,145	3,619	1,094	2,357	5,079
1,32	1,742	2,300	1,149	3,633	1,097	2,363	5,092
1,33	1,769	2,353	1,153	3,647	1,100	2,369	5,104
1,34	1,796	2,406	1,158	3,661	1,102	2,375	5,117
1,35	1,822	2,460	1,162	3,674	1,105	2,381	5,130
1,36	1,850	2,515	1,166	3,688	1,108	2,387	5,143
1,37	1,877	2,571	1,170	3,701	1,111	2,393	5,155
1,38	1,904	2,628	1,175	3,715	1,113	2,399	5,168
1,39	1,932	2,686	1,179	3,728	1,116	2,404	5,180
1,40	1,960	2,744	1,183	3,742	1,119	2,410	5,192
1,41	1,988	2,803	1,187	3,755	1,121	2,416	5,205
1,42	2,016	2,863	1,192	3,768	1,124	2,422	5,217
1,43	2,045	2,924	1,196	3,782	1,127	2,427	5,229
1,44	2,074	2,986	1,200	3,795	1,129	2,433	5,241

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
1,45	2,102	3,049	1,204	3,808	1,132	2,438	5,254
1,46	2,132	3,112	1,208	3,821	1,134	2,444	5,266
1,47	2,161	3,177	1,212	3,834	1,137	2,450	5,278
1,48	2,190	3,242	1,217	3,847	1,140	2,455	5,290
1,49	2,220	3,308	1,221	3,860	1,142	2,461	5,301
1,50	2,250	3,375	1,225	3,873	1,145	2,466	5,313
1,51	2,280	3,443	1,229	3,886	1,147	2,472	5,325
1,52	2,310	3,512	1,233	3,899	1,150	2,477	5,337
1,53	2,341	3,582	1,237	3,912	1,152	2,483	5,348
1,54	2,372	3,652	1,241	3,924	1,155	2,488	5,360
1,55	2,402	3,724	1,245	3,937	1,157	2,493	5,372
1,56	2,434	3,796	1,249	3,950	1,160	2,499	5,383
1,57	2,465	3,870	1,253	3,962	1,162	2,504	5,395
1,58	2,496	3,944	1,257	3,975	1,165	2,509	5,406
1,59	2,528	4,020	1,261	3,987	1,167	2,515	5,418
1,60	2,560	4,096	1,265	4,000	1,170	2,520	5,429
1,61	2,592	4,173	1,269	4,012	1,172	2,525	5,440
1,62	2,624	4,252	1,273	4,025	1,174	2,530	5,451
1,63	2,657	4,331	1,277	4,037	1,177	2,535	5,463
1,64	2,690	4,411	1,281	4,050	1,179	2,541	5,474
1,65	2,722	4,492	1,285	4,062	1,182	2,546	5,485
1,66	2,756	4,574	1,288	4,074	1,184	2,551	5,496
1,67	2,789	4,657	1,292	4,087	1,186	2,556	5,507
1,68	2,822	4,742	1,296	4,099	1,189	2,561	5,518
1,69	2,856	4,827	1,300	4,111	1,191	2,566	5,529
1,70	2,890	4,913	1,304	4,123	1,193	2,571	5,540
1,71	2,924	5,000	1,308	4,135	1,196	2,576	5,550
1,72	2,958	5,088	1,311	4,147	1,198	2,581	5,561
1,73	2,993	5,178	1,315	4,159	1,200	2,586	5,572
1,74	3,028	5,268	1,319	4,171	1,203	2,591	5,583
1,75	3,062	5,357	1,323	4,183	1,205	2,596	5,593
1,76	3,098	5,452	1,327	4,195	1,207	2,601	5,604
1,77	3,133	5,545	1,330	4,207	1,210	2,606	5,615
1,78	3,168	5,640	1,334	4,219	1,212	2,611	5,625
1,79	3,204	5,735	1,338	4,231	1,214	2,616	5,636
1,80	3,240	5,832	1,342	4,243	1,216	2,621	5,646
1,81	3,276	5,930	1,345	4,254	1,219	2,626	5,657
1,82	3,312	6,029	1,349	4,266	1,221	2,630	5,667
1,83	3,349	6,128	1,353	4,278	1,223	2,635	5,677
1,84	3,386	6,230	1,356	4,290	1,225	2,640	5,688
1,85	3,422	6,332	1,360	4,301	1,228	2,645	5,698
1,86	3,460	6,435	1,364	4,313	1,230	2,650	5,708
1,87	3,497	6,539	1,367	4,324	1,232	2,654	5,718
1,88	3,534	6,645	1,371	4,336	1,234	2,659	5,729
1,89	3,572	6,751	1,375	4,347	1,236	2,664	5,739

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
1,90	3,610	6,859	1,378	4,359	1,239	2,668	5,749
1,91	3,648	6,968	1,382	4,370	1,241	2,673	5,759
1,92	3,686	7,078	1,386	4,382	1,243	2,678	5,769
1,93	3,725	7,189	1,389	4,393	1,245	2,682	5,779
1,94	3,764	7,301	1,393	4,405	1,247	2,687	5,789
1,95	3,802	7,415	1,396	4,416	1,249	2,692	5,799
1,96	3,842	7,530	1,400	4,427	1,251	2,696	5,809
1,97	3,881	7,645	1,404	4,438	1,254	2,701	5,819
1,98	3,920	7,762	1,407	4,450	1,256	2,705	5,828
1,99	3,960	7,881	1,411	4,461	1,258	2,710	5,838
2,00	4,000	8,000	1,414	4,472	1,260	2,714	5,848
2,01	4,040	8,121	1,418	4,483	1,262	2,719	5,858
2,02	4,080	8,242	1,421	4,494	1,264	2,723	5,867
2,03	4,121	8,365	1,425	4,506	1,266	2,728	5,877
2,04	4,162	8,490	1,428	4,517	1,268	2,732	5,887
2,05	4,202	8,615	1,432	4,528	1,270	2,737	5,896
2,06	4,244	8,742	1,435	4,539	1,272	2,741	5,906
2,07	4,285	8,870	1,439	4,550	1,274	2,746	5,915
2,08	4,326	8,999	1,442	4,561	1,277	2,750	5,925
2,09	4,368	9,129	1,446	4,572	1,279	2,755	5,934
2,10	4,410	9,261	1,449	4,583	1,281	2,759	5,944
2,11	4,452	9,394	1,453	4,593	1,283	2,763	5,953
2,12	4,494	9,528	1,456	4,604	1,285	2,768	5,963
2,13	4,537	9,664	1,459	4,615	1,287	2,772	5,972
2,14	4,580	9,800	1,463	4,626	1,289	2,776	5,981
2,15	4,622	9,938	1,466	4,637	1,291	2,781	5,991
2,16	4,666	10,08	1,470	4,648	1,293	2,785	6,000
2,17	4,709	10,22	1,473	4,658	1,295	2,789	6,009
2,18	4,752	10,36	1,476	4,669	1,297	2,794	6,018
2,19	4,796	10,50	1,480	4,680	1,299	2,798	6,028
2,20	4,840	10,65	1,483	4,690	1,301	2,802	6,037
2,21	4,884	10,79	1,487	4,701	1,303	2,806	6,046
2,22	4,928	10,94	1,490	4,712	1,305	2,811	6,055
2,23	4,973	11,09	1,493	4,722	1,306	2,815	6,064
2,24	5,018	11,24	1,497	4,733	1,308	2,819	6,073
2,25	5,062	11,39	1,500	4,743	1,310	2,823	6,082
2,26	5,108	11,54	1,503	4,754	1,312	2,827	6,091
2,27	5,153	11,70	1,507	4,764	1,314	2,831	6,100
2,28	5,198	11,85	1,510	4,775	1,316	2,836	6,109
2,29	5,244	12,01	1,513	4,785	1,318	2,840	6,118
2,30	5,290	12,17	1,517	4,796	1,320	2,844	6,127
2,31	5,336	12,33	1,520	4,806	1,322	2,848	6,136
2,32	5,382	12,49	1,523	4,817	1,324	2,852	6,145
2,33	5,429	12,65	1,526	4,827	1,326	2,856	6,153
2,34	5,476	12,81	1,530	4,837	1,328	2,860	6,162

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
2,35	5,522	12,98	1,533	4,848	1,330	2,864	6,171
2,36	5,570	13,14	1,536	4,858	1,331	2,868	6,180
2,37	5,617	13,31	1,539	4,868	1,333	2,872	6,188
2,38	5,664	13,48	1,543	4,879	1,335	2,876	6,197
2,39	5,712	13,65	1,546	4,889	1,337	2,880	6,206
2,40	5,760	13,82	1,549	4,899	1,339	2,884	6,214
2,41	5,808	14,00	1,552	4,909	1,341	2,888	6,223
2,42	5,856	14,17	1,556	4,919	1,343	2,892	6,232
2,43	5,905	14,35	1,559	4,930	1,344	2,896	6,240
2,44	5,954	14,53	1,562	4,940	1,346	2,900	6,249
2,45	6,002	14,71	1,565	4,950	1,348	2,904	6,257
2,46	6,052	14,89	1,568	4,960	1,350	2,908	6,266
2,47	6,101	15,07	1,572	4,970	1,352	2,912	6,274
2,48	6,150	15,25	1,575	4,980	1,354	2,916	6,283
2,49	6,200	15,44	1,578	4,990	1,355	2,920	6,291
2,50	6,250	15,62	1,581	5,000	1,357	2,924	6,300
2,51	6,300	15,81	1,584	5,010	1,359	2,928	6,308
2,52	6,350	16,00	1,587	5,020	1,361	2,932	6,316
2,53	6,401	16,19	1,591	5,030	1,363	2,936	6,325
2,54	6,452	16,39	1,594	5,040	1,364	2,940	6,333
2,55	6,502	16,58	1,597	5,050	1,366	2,943	6,341
2,56	6,554	16,78	1,600	5,060	1,368	2,947	6,350
2,57	6,605	16,97	1,603	5,070	1,370	2,951	6,358
2,58	6,656	17,17	1,606	5,079	1,372	2,955	6,366
2,59	6,708	17,37	1,609	5,089	1,373	2,959	6,374
2,60	6,760	17,58	1,612	5,099	1,375	2,962	6,383
2,61	6,812	17,78	1,616	5,109	1,377	2,966	6,391
2,62	6,864	17,98	1,619	5,119	1,379	2,970	6,399
2,63	6,917	18,19	1,622	5,128	1,380	2,974	6,407
2,64	6,970	18,40	1,625	5,138	1,382	2,978	6,415
2,65	7,022	18,61	1,628	5,148	1,384	2,981	6,423
2,66	7,076	18,82	1,631	5,158	1,386	2,985	6,431
2,67	7,129	19,03	1,634	5,167	1,387	2,989	6,439
2,68	7,182	19,25	1,637	5,177	1,389	2,993	6,447
2,69	7,236	19,47	1,640	5,187	1,391	2,996	6,455
2,70	7,290	19,68	1,643	5,196	1,392	3,000	6,463
2,71	7,344	19,90	1,646	5,206	1,394	3,004	6,471
2,72	7,398	20,12	1,649	5,215	1,396	3,007	6,479
2,73	7,453	20,35	1,652	5,225	1,398	3,011	6,487
2,74	7,503	20,57	1,655	5,235	1,399	3,015	6,495
2,75	7,562	20,80	1,658	5,244	1,401	3,018	6,503
2,76	7,618	21,02	1,661	5,254	1,403	3,022	6,511
2,77	7,673	21,25	1,664	5,263	1,404	3,026	6,519
2,78	7,728	21,48	1,667	5,273	1,406	3,029	6,527
2,79	7,784	21,72	1,670	5,282	1,408	3,033	6,534

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
2,80	7,840	21,95	1,673	5,292	1,409	3,037	6,542
2,81	7,896	22,19	1,676	5,301	1,411	3,040	6,550
2,82	7,952	22,43	1,679	5,310	1,413	3,044	6,558
2,83	8,009	22,67	1,682	5,320	1,414	3,047	6,565
2,84	8,066	22,91	1,685	5,329	1,416	3,051	6,573
2,85	8,122	23,15	1,688	5,339	1,418	3,055	6,581
2,86	8,180	23,39	1,691	5,348	1,419	3,058	6,589
2,87	8,237	23,64	1,694	5,357	1,421	3,062	6,596
2,88	8,294	23,89	1,697	5,367	1,423	3,065	6,604
2,89	8,352	24,14	1,700	5,376	1,424	3,069	6,611
2,90	8,410	24,39	1,703	5,385	1,426	3,072	6,619
2,91	8,468	24,64	1,706	5,394	1,428	3,076	6,627
2,92	8,526	24,90	1,709	5,404	1,429	3,079	6,634
2,93	8,585	25,15	1,712	5,413	1,431	3,083	6,642
2,94	8,644	25,41	1,715	5,422	1,433	3,086	6,649
2,95	8,702	25,67	1,718	5,431	1,434	3,090	6,657
2,96	8,762	25,93	1,720	5,441	1,436	3,093	6,664
2,97	8,821	26,20	1,723	5,450	1,437	3,097	6,672
2,98	8,880	26,46	1,726	5,459	1,439	3,100	6,679
2,99	8,940	26,73	1,729	5,468	1,441	3,104	6,687
3,00	9,000	27,00	1,732	5,477	1,442	3,107	6,694
3,01	9,060	27,27	1,735	5,486	1,444	3,111	6,702
3,02	9,120	27,54	1,738	5,495	1,445	3,114	6,709
3,03	9,181	27,82	1,741	5,505	1,447	3,118	6,717
3,04	9,242	28,09	1,744	5,514	1,449	3,121	6,724
3,05	9,302	28,37	1,746	5,523	1,450	3,124	6,731
3,06	9,364	28,65	1,749	5,532	1,452	3,128	6,739
3,07	9,425	28,93	1,752	5,541	1,453	3,131	6,746
3,08	9,486	29,22	1,755	5,550	1,455	3,135	6,753
3,09	9,548	29,50	1,758	5,559	1,457	3,138	6,761
3,10	9,610	29,79	1,761	5,568	1,458	3,141	6,768
3,11	9,672	30,08	1,764	5,577	1,460	3,145	6,775
3,12	9,734	30,37	1,766	5,586	1,461	3,148	6,782
3,13	9,797	30,66	1,769	5,595	1,463	3,151	6,790
3,14	9,860	30,96	1,772	5,604	1,464	3,155	6,797
3,15	9,922	31,26	1,775	5,612	1,466	3,158	6,804
3,16	9,986	31,55	1,778	5,621	1,467	3,162	6,811
3,17	10,05	31,86	1,780	5,630	1,469	3,165	6,818
3,18	10,11	32,16	1,783	5,639	1,471	3,168	6,826
3,19	10,18	32,46	1,786	5,648	1,472	3,171	6,833
3,20	10,24	32,77	1,789	5,657	1,474	3,175	6,840
3,21	10,30	33,08	1,792	5,666	1,475	3,178	6,847
3,22	10,37	33,39	1,794	5,675	1,477	3,181	6,854
3,23	10,43	33,70	1,797	5,683	1,478	3,185	6,861
3,24	10,50	34,01	1,800	5,692	1,480	3,188	6,868

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
3,25	10,56	34,33	1,803	5,701	1,481	3,191	6,875
3,26	10,63	34,65	1,806	5,710	1,483	3,195	6,882
3,27	10,69	34,97	1,808	5,718	1,484	3,198	6,889
3,28	10,76	35,29	1,811	5,727	1,486	3,201	6,896
3,29	10,82	35,61	1,814	5,736	1,487	3,204	6,903
3,30	10,89	35,94	1,817	5,745	1,489	3,208	6,910
3,31	10,96	36,26	1,819	5,753	1,490	3,211	6,917
3,32	11,02	36,59	1,822	5,762	1,492	3,214	6,924
3,33	11,09	36,93	1,825	5,771	1,493	3,217	6,931
3,34	11,16	37,26	1,828	5,779	1,495	3,220	6,938
3,35	11,22	37,60	1,830	5,788	1,496	3,224	6,945
3,36	11,29	37,93	1,833	5,797	1,498	3,227	6,952
3,37	11,36	38,27	1,836	5,805	1,499	3,230	6,959
3,38	11,42	38,61	1,838	5,814	1,501	3,233	6,966
3,39	11,49	38,96	1,841	5,822	1,502	3,236	6,973
3,40	11,56	39,30	1,844	5,831	1,504	3,240	6,980
3,41	11,63	39,65	1,847	5,840	1,505	3,243	6,986
3,42	11,70	40,00	1,849	5,848	1,507	3,246	6,993
3,43	11,76	40,35	1,852	5,857	1,508	3,249	7,000
3,44	11,83	40,71	1,855	5,865	1,510	3,252	7,007
3,45	11,90	41,06	1,857	5,874	1,511	3,255	7,014
3,46	11,97	41,42	1,860	5,882	1,512	3,259	7,020
3,47	12,04	41,78	1,863	5,891	1,514	3,262	7,027
3,48	12,11	42,14	1,865	5,899	1,515	3,265	7,034
3,49	12,18	42,51	1,868	5,908	1,517	3,268	7,041
3,50	12,25	42,88	1,871	5,916	1,518	3,271	7,047
3,51	12,32	43,24	1,873	5,925	1,520	3,274	7,054
3,52	12,39	43,61	1,876	5,933	1,521	3,277	7,061
3,53	12,46	43,99	1,879	5,941	1,523	3,280	7,067
3,54	12,53	44,36	1,881	5,950	1,524	3,283	7,074
3,55	12,60	44,74	1,884	5,958	1,525	3,287	7,081
3,56	12,67	45,12	1,887	5,967	1,527	3,290	7,087
3,57	12,74	45,50	1,889	5,975	1,528	3,293	7,094
3,58	12,82	45,88	1,892	5,983	1,530	3,296	7,101
3,59	12,89	46,27	1,895	5,992	1,531	3,299	7,107
3,60	12,96	46,66	1,897	6,000	1,533	3,302	7,114
3,61	13,03	47,05	1,900	6,008	1,534	3,305	7,120
3,62	13,10	47,44	1,903	6,017	1,535	3,308	7,127
3,63	13,18	47,83	1,905	6,025	1,537	3,311	7,133
3,64	13,25	48,23	1,908	6,033	1,538	3,314	7,140
3,65	13,32	48,63	1,910	6,042	1,540	3,317	7,147
3,66	13,40	49,03	1,913	6,050	1,541	3,320	7,153
3,67	13,47	49,43	1,916	6,058	1,542	3,323	7,160
3,68	13,54	49,84	1,918	6,066	1,544	3,326	7,166
3,69	13,62	50,24	1,921	6,075	1,545	3,329	7,173

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
3,70	13,69	50,65	1,924	6,083	1,547	3,332	7,179
3,71	13,76	51,06	1,926	6,091	1,548	3,335	7,186
3,72	13,84	51,48	1,929	6,099	1,549	3,338	7,192
3,73	13,91	51,90	1,931	6,107	1,551	3,341	7,198
3,74	13,99	52,31	1,934	6,116	1,552	3,344	7,205
3,75	14,06	52,73	1,936	6,124	1,554	3,347	7,211
3,76	14,14	53,16	1,939	6,132	1,555	3,350	7,218
3,77	14,21	53,58	1,942	6,140	1,556	3,353	7,224
3,78	14,29	54,01	1,944	6,148	1,558	3,356	7,230
3,79	14,36	54,44	1,947	6,156	1,559	3,359	7,237
3,80	14,44	54,87	1,949	6,164	1,560	3,362	7,243
3,81	14,52	55,31	1,952	6,173	1,562	3,365	7,250
3,82	14,59	55,74	1,954	6,181	1,563	3,368	7,256
3,83	14,67	56,18	1,957	6,189	1,565	3,371	7,262
3,84	14,75	56,62	1,960	6,197	1,566	3,374	7,268
3,85	14,82	57,07	1,962	6,205	1,567	3,377	7,275
3,86	14,90	57,51	1,965	6,213	1,569	3,380	7,281
3,87	14,98	57,96	1,967	6,221	1,570	3,382	7,287
3,88	15,05	58,41	1,970	6,229	1,571	3,385	7,294
3,89	15,13	58,86	1,972	6,237	1,573	3,388	7,300
3,90	15,21	59,32	1,975	6,245	1,574	3,391	7,306
3,91	15,29	59,78	1,977	6,253	1,575	3,394	7,312
3,92	15,37	60,24	1,980	6,261	1,577	3,397	7,319
3,93	15,44	60,70	1,982	6,269	1,578	3,400	7,325
3,94	15,52	61,16	1,985	6,277	1,579	3,403	7,331
3,95	15,60	61,63	1,987	6,285	1,581	3,406	7,337
3,96	15,68	62,10	1,990	6,293	1,582	3,409	7,343
3,97	15,76	62,57	1,992	6,301	1,583	3,411	7,350
3,98	15,84	63,04	1,995	6,309	1,585	3,414	7,356
3,99	15,92	63,52	1,997	6,317	1,586	3,417	7,362
4,00	16,00	64,00	2,000	6,325	1,587	3,420	7,368
4,01	16,08	64,48	2,002	6,332	1,589	3,423	7,374
4,02	16,16	64,96	2,005	6,340	1,590	3,426	7,380
4,03	16,24	65,45	2,007	6,348	1,591	3,428	7,386
4,04	16,32	65,94	2,010	6,356	1,593	3,431	7,393
4,05	16,40	66,43	2,012	6,364	1,594	3,434	7,399
4,06	16,48	66,92	2,015	6,372	1,595	3,437	7,405
4,07	16,56	67,42	2,017	6,380	1,597	3,440	7,411
4,08	16,65	67,92	2,020	6,387	1,598	3,443	7,417
4,09	16,73	68,42	2,022	6,395	1,599	3,445	7,423
4,10	16,81	68,92	2,025	6,403	1,601	3,448	7,429
4,11	16,89	69,43	2,027	6,411	1,602	3,451	7,435
4,12	16,97	69,93	2,030	6,419	1,603	3,454	7,441
4,13	17,06	70,44	2,032	6,427	1,604	3,457	7,447
4,14	17,14	70,96	2,035	6,434	1,606	3,459	7,453

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
4,15	17,22	71,47	2,037	6,442	1,607	3,462	7,459
4,16	17,31	71,99	2,040	6,450	1,608	3,465	7,465
4,17	17,39	72,51	2,042	6,458	1,610	3,468	7,471
4,18	17,47	73,03	2,045	6,465	1,611	3,471	7,477
4,19	17,56	73,56	2,047	6,473	1,612	3,473	7,483
4,20	17,64	74,09	2,049	6,481	1,613	3,476	7,489
4,21	17,72	74,62	2,052	6,488	1,615	3,479	7,495
4,22	17,81	75,15	2,054	6,496	1,616	3,482	7,501
4,23	17,89	75,69	2,057	6,504	1,617	3,484	7,507
4,24	17,98	76,23	2,059	6,512	1,619	3,487	7,513
4,25	18,06	76,77	2,062	6,519	1,620	3,490	7,518
4,26	18,15	77,31	2,064	6,527	1,621	3,493	7,524
4,27	18,23	77,85	2,066	6,535	1,622	3,495	7,530
4,28	18,32	78,40	2,069	6,542	1,624	3,498	7,536
4,29	18,40	78,95	2,071	6,550	1,625	3,501	7,542
4,30	18,49	79,51	2,074	6,557	1,626	3,503	7,548
4,31	18,58	80,06	2,076	6,565	1,627	3,506	7,554
4,32	18,66	80,62	2,078	6,573	1,629	3,509	7,560
4,33	18,75	81,18	2,081	6,580	1,630	3,512	7,565
4,34	18,84	81,75	2,083	6,588	1,631	3,514	7,571
4,35	18,92	82,31	2,086	6,595	1,632	3,517	7,577
4,36	19,01	82,88	2,088	6,603	1,634	3,520	7,583
4,37	19,10	83,45	2,090	6,611	1,635	3,522	7,589
4,38	19,18	84,03	2,093	6,618	1,636	3,525	7,594
4,39	19,27	84,60	2,095	6,626	1,637	3,528	7,600
4,40	19,36	85,18	2,098	6,633	1,639	3,530	7,606
4,41	19,45	85,77	2,100	6,641	1,640	3,533	7,612
4,42	19,54	86,35	2,102	6,648	1,641	3,536	7,617
4,43	19,62	86,94	2,105	6,656	1,642	3,538	7,623
4,44	19,71	87,53	2,107	6,663	1,644	3,541	7,629
4,45	19,80	88,12	2,110	6,671	1,645	3,544	7,635
4,46	19,89	88,72	2,112	6,678	1,646	3,546	7,640
4,47	19,98	89,31	2,114	6,686	1,647	3,549	7,646
4,48	20,07	89,92	2,117	6,693	1,649	3,552	7,652
4,49	20,16	90,52	2,119	6,701	1,650	3,554	7,657
4,50	20,25	91,12	2,121	6,708	1,651	3,557	7,663
4,51	20,34	91,73	2,124	6,716	1,652	3,560	7,669
4,52	20,43	92,35	2,126	6,723	1,653	3,562	7,674
4,53	20,52	92,96	2,128	6,731	1,655	3,565	7,680
4,54	20,61	93,58	2,131	6,738	1,656	3,567	7,686
4,55	20,70	94,20	2,133	6,745	1,657	3,570	7,691
4,56	20,79	94,82	2,135	6,753	1,658	3,573	7,697
4,57	20,88	95,44	2,138	6,760	1,659	3,575	7,703
4,58	20,98	96,07	2,140	6,768	1,661	3,578	7,708
4,59	21,07	96,70	2,142	6,775	1,662	3,580	7,714

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
4,60	21,16	97,34	2,145	6,782	1,663	3,583	7,719
4,61	21,25	97,97	2,147	6,790	1,664	3,586	7,725
4,62	21,34	98,61	2,149	6,797	1,666	3,588	7,731
4,63	21,44	99,25	2,152	6,804	1,667	3,591	7,736
4,64	21,53	99,90	2,154	6,812	1,668	3,593	7,742
4,65	21,62	100,5	2,156	6,819	1,669	3,596	7,747
4,66	21,72	101,2	2,159	6,826	1,670	3,599	7,753
4,67	21,81	101,8	2,161	6,834	1,671	3,601	7,758
4,68	21,90	102,5	2,163	6,841	1,673	3,604	7,764
4,69	22,00	103,2	2,166	6,848	1,674	3,606	7,769
4,70	22,09	103,8	2,168	6,856	1,675	3,609	7,775
4,71	22,18	104,5	2,170	6,863	1,676	3,611	7,780
4,72	22,28	105,2	2,173	6,870	1,677	3,614	7,786
4,73	22,37	105,8	2,175	6,877	1,679	3,616	7,791
4,74	22,47	106,5	2,177	6,885	1,680	3,619	7,797
4,75	22,56	107,2	2,179	6,892	1,681	3,622	7,802
4,76	22,66	107,9	2,182	6,899	1,682	3,624	7,808
4,77	22,75	108,5	2,184	6,907	1,683	3,627	7,813
4,78	22,85	109,2	2,186	6,914	1,685	3,629	7,819
4,79	22,94	109,9	2,189	6,921	1,686	3,632	7,824
4,80	23,04	110,6	2,191	6,928	1,687	3,634	7,830
4,81	23,14	111,3	2,193	6,935	1,688	3,637	7,835
4,82	23,23	112,0	2,195	6,943	1,689	3,639	7,841
4,83	23,33	112,7	2,198	6,950	1,690	3,642	7,846
4,84	23,43	113,4	2,200	6,957	1,692	3,644	7,851
4,85	23,52	114,1	2,202	6,964	1,693	3,647	7,857
4,86	23,62	114,8	2,205	6,971	1,694	3,649	7,862
4,87	23,72	115,5	2,207	6,979	1,695	3,652	7,868
4,88	23,81	116,2	2,209	6,986	1,696	3,654	7,873
4,89	23,91	116,9	2,211	6,993	1,697	3,657	7,878
4,90	24,01	117,6	2,214	7,000	1,698	3,659	7,884
4,91	24,11	118,4	2,216	7,007	1,700	3,662	7,889
4,92	24,21	119,1	2,218	7,014	1,701	3,664	7,894
4,93	24,30	119,8	2,220	7,021	1,702	3,667	7,900
4,94	24,40	120,6	2,223	7,029	1,703	3,669	7,905
4,95	24,50	121,3	2,225	7,036	1,704	3,672	7,910
4,96	24,60	122,0	2,227	7,043	1,705	3,674	7,916
4,97	24,70	122,8	2,229	7,050	1,707	3,677	7,921
4,98	24,80	123,5	2,232	7,057	1,708	3,679	7,926
4,99	24,90	124,3	2,234	7,064	1,709	3,682	7,932
5,00	25,00	125,0	2,236	7,071	1,710	3,684	7,937
5,01	25,10	125,8	2,238	7,078	1,711	3,686	7,942
5,02	25,20	126,5	2,241	7,085	1,712	3,689	7,948
5,03	25,30	127,3	2,243	7,092	1,713	3,691	7,953
5,04	25,40	128,0	2,245	7,099	1,715	3,694	7,958

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
5,05	25,50	128,8	2,247	7,106	1,716	3,696	7,963
5,06	25,60	129,6	2,249	7,113	1,717	3,699	7,969
5,07	25,70	130,3	2,252	7,120	1,718	3,701	7,974
5,08	25,81	131,1	2,254	7,127	1,719	3,704	7,979
5,09	25,91	131,9	2,256	7,134	1,720	3,706	7,984
5,10	26,01	132,7	2,258	7,141	1,721	3,708	7,990
5,11	26,11	133,4	2,261	7,148	1,722	3,711	7,995
5,12	26,21	134,2	2,263	7,155	1,724	3,713	8,000
5,13	26,32	135,0	2,265	7,162	1,725	3,716	8,005
5,14	26,42	135,8	2,267	7,169	1,726	3,718	8,010
5,15	26,52	136,6	2,269	7,176	1,727	3,721	8,016
5,16	26,63	137,4	2,272	7,183	1,728	3,723	8,021
5,17	26,73	138,2	2,274	7,190	1,729	3,725	8,026
5,18	26,83	139,0	2,276	7,197	1,730	3,728	8,031
5,19	26,94	139,8	2,278	7,204	1,731	3,730	8,036
5,20	27,04	140,6	2,280	7,211	1,732	3,733	8,041
5,21	27,14	141,4	2,283	7,218	1,734	3,735	8,047
5,22	27,25	142,2	2,285	7,225	1,735	3,737	8,052
5,23	27,35	143,1	2,287	7,232	1,736	3,740	8,057
5,24	27,46	143,9	2,289	7,239	1,737	3,742	8,062
5,25	27,56	144,7	2,291	7,246	1,738	3,744	8,067
5,26	27,67	145,5	2,293	7,253	1,739	3,747	8,072
5,27	27,77	146,4	2,296	7,259	1,740	3,749	8,077
5,28	27,88	147,2	2,298	7,266	1,741	3,752	8,082
5,29	27,98	148,0	2,300	7,273	1,742	3,754	8,088
5,30	28,09	148,9	2,302	7,280	1,744	3,756	8,093
5,31	28,20	149,7	2,304	7,287	1,745	3,759	8,098
5,32	28,30	150,6	2,307	7,294	1,746	3,761	8,103
5,33	28,41	151,4	2,309	7,301	1,747	3,763	8,108
5,34	28,52	152,3	2,311	7,308	1,748	3,765	8,113
5,35	28,62	153,1	2,313	7,314	1,749	3,768	8,118
5,36	28,73	154,0	2,315	7,321	1,750	3,770	8,123
5,37	28,84	154,9	2,317	7,328	1,751	3,773	8,128
5,38	28,94	155,7	2,319	7,335	1,752	3,775	8,133
5,39	29,05	156,6	2,322	7,342	1,753	3,777	8,138
5,40	29,16	157,5	2,324	7,348	1,754	3,780	8,143
5,41	29,27	158,3	2,326	7,355	1,755	3,782	8,148
5,42	29,38	159,2	2,328	7,362	1,757	3,784	8,153
5,43	29,48	160,1	2,330	7,369	1,758	3,787	8,158
5,44	29,59	161,0	2,332	7,376	1,759	3,789	8,163
5,45	29,70	161,9	2,335	7,382	1,760	3,791	8,168
5,46	29,81	162,8	2,337	7,389	1,761	3,794	8,173
5,47	29,92	163,7	2,339	7,396	1,762	3,796	8,178
5,48	30,03	164,6	2,341	7,403	1,763	3,798	8,183
5,49	30,14	165,5	2,343	7,409	1,764	3,801	8,188

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
5,50	30,25	166,4	2,345	7,416	1,765	3,803	8,193
5,51	30,36	167,3	2,347	7,423	1,766	3,805	8,198
5,52	30,47	168,2	2,349	7,430	1,767	3,808	8,203
5,53	30,58	169,1	2,352	7,436	1,768	3,810	8,208
5,54	30,69	170,0	2,354	7,443	1,769	3,812	8,213
5,55	30,80	171,0	2,356	7,450	1,771	3,814	8,218
5,56	30,91	171,9	2,358	7,457	1,772	3,817	8,223
5,57	31,02	172,8	2,360	7,463	1,773	3,819	8,228
5,58	31,14	173,7	2,362	7,470	1,774	3,821	8,233
5,59	31,25	174,7	2,364	7,477	1,775	3,824	8,238
5,60	31,36	175,6	2,366	7,483	1,776	3,826	8,243
5,61	31,47	176,6	2,369	7,490	1,777	3,828	8,247
5,62	31,58	177,5	2,371	7,497	1,778	3,830	8,252
5,63	31,70	178,5	2,373	7,503	1,779	3,833	8,257
5,64	31,81	179,4	2,375	7,510	1,780	3,835	8,262
5,65	31,92	180,4	2,377	7,517	1,781	3,837	8,267
5,66	32,04	181,3	2,379	7,523	1,782	3,839	8,272
5,67	32,15	182,3	2,381	7,530	1,783	3,842	8,277
5,68	32,26	183,3	2,383	7,537	1,784	3,844	8,282
5,69	32,38	184,2	2,385	7,543	1,785	3,846	8,286
5,70	32,49	185,2	2,387	7,550	1,786	3,849	8,291
5,71	32,60	186,2	2,390	7,556	1,787	3,851	8,296
5,72	32,72	187,1	2,392	7,563	1,788	3,853	8,301
5,73	32,83	188,1	2,394	7,570	1,789	3,855	8,306
5,74	32,95	189,1	2,396	7,576	1,790	3,857	8,311
5,75	33,06	190,1	2,398	7,583	1,792	3,860	8,316
5,76	33,18	191,1	2,400	7,589	1,793	3,862	8,320
5,77	33,29	192,1	2,402	7,596	1,794	3,864	8,325
5,78	33,41	193,1	2,404	7,603	1,795	3,866	8,330
5,79	33,52	194,1	2,406	7,609	1,796	3,869	8,335
5,80	33,64	195,1	2,408	7,616	1,797	3,871	8,340
5,81	33,76	196,1	2,410	7,622	1,798	3,873	8,344
5,82	33,87	197,1	2,412	7,629	1,799	3,875	8,349
5,83	33,99	198,2	2,415	7,635	1,800	3,878	8,354
5,84	34,11	199,2	2,417	7,642	1,801	3,880	8,359
5,85	34,22	200,2	2,419	7,649	1,802	3,882	8,363
5,86	34,34	201,2	2,421	7,655	1,803	3,884	8,368
5,87	34,46	202,3	2,423	7,662	1,804	3,886	8,373
5,88	34,57	203,3	2,425	7,668	1,805	3,889	8,378
5,89	34,69	204,3	2,427	7,675	1,806	3,891	8,382
5,90	34,81	205,4	2,429	7,681	1,807	3,893	8,387
5,91	34,93	206,4	2,431	7,688	1,808	3,895	8,392
5,92	35,05	207,5	2,433	7,694	1,809	3,897	8,397
5,93	35,16	208,5	2,435	7,701	1,810	3,900	8,401
5,94	35,28	209,6	2,437	7,707	1,811	3,902	8,406

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
5,95	35,40	210,6	2,439	7,714	1,812	3,904	8,411
5,96	35,52	211,7	2,441	7,720	1,813	3,906	8,416
5,97	35,64	212,8	2,443	7,727	1,814	3,908	8,420
5,98	35,76	213,8	2,445	7,733	1,815	3,911	8,425
5,99	35,88	214,9	2,447	7,740	1,816	3,913	8,430
6,00	36,00	216,0	2,449	7,746	1,817	3,915	8,434
6,01	36,12	217,1	2,452	7,752	1,818	3,917	8,439
6,02	36,24	218,2	2,454	7,759	1,819	3,919	8,444
6,03	36,36	219,3	2,456	7,765	1,820	3,921	8,448
6,04	36,48	220,3	2,458	7,772	1,821	3,924	8,453
6,05	36,60	221,4	2,460	7,778	1,822	3,926	8,458
6,06	36,72	222,5	2,462	7,785	1,823	3,928	8,462
6,07	36,84	223,6	2,464	7,791	1,824	3,930	8,467
6,08	36,97	224,8	2,466	7,797	1,825	3,932	8,472
6,09	37,09	225,9	2,468	7,804	1,826	3,934	8,476
6,10	37,21	227,0	2,470	7,810	1,827	3,936	8,481
6,11	37,33	228,1	2,472	7,817	1,828	3,939	8,486
6,12	37,45	229,2	2,474	7,823	1,829	3,941	8,490
6,13	37,58	230,3	2,476	7,829	1,830	3,943	8,495
6,14	37,70	231,5	2,478	7,836	1,831	3,945	8,499
6,15	37,82	232,6	2,480	7,842	1,832	3,947	8,504
6,16	37,95	233,7	2,482	7,849	1,833	3,949	8,509
6,17	38,07	234,9	2,484	7,855	1,834	3,951	8,513
6,18	38,19	236,0	2,486	7,861	1,835	3,954	8,518
6,19	38,32	237,2	2,488	7,868	1,836	3,956	8,522
6,20	38,44	238,3	2,490	7,874	1,837	3,958	8,527
6,21	38,56	239,5	2,492	7,880	1,838	3,960	8,532
6,22	38,69	240,6	2,494	7,887	1,839	3,962	8,536
6,23	38,81	241,8	2,496	7,893	1,840	3,964	8,541
6,24	38,94	243,0	2,498	7,899	1,841	3,966	8,545
6,25	39,06	244,1	2,500	7,906	1,842	3,969	8,550
6,26	39,19	245,3	2,502	7,912	1,843	3,971	8,554
6,27	39,31	246,5	2,504	7,918	1,844	3,973	8,559
6,28	39,44	247,7	2,506	7,925	1,845	3,975	8,564
6,29	39,56	248,9	2,508	7,931	1,846	3,977	8,568
6,30	39,69	250,0	2,510	7,937	1,847	3,979	8,573
6,31	39,82	251,2	2,512	7,944	1,848	3,981	8,577
6,32	39,94	252,4	2,514	7,950	1,849	3,983	8,582
6,33	40,07	253,6	2,516	7,956	1,850	3,985	8,586
6,34	40,20	254,8	2,518	7,962	1,851	3,987	8,591
6,35	40,32	256,0	2,520	7,969	1,852	3,990	8,595
6,36	40,45	257,3	2,522	7,975	1,853	3,992	8,600
6,37	40,58	258,5	2,524	7,981	1,854	3,994	8,604
6,38	40,70	259,7	2,526	7,987	1,855	3,996	8,609
6,39	40,83	260,9	2,528	7,994	1,856	3,998	8,613

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
6,40	40,96	262,1	2,530	8,000	1,857	4,000	8,618
6,41	41,09	263,4	2,532	8,006	1,858	4,002	8,622
6,42	41,22	264,6	2,534	8,012	1,859	4,004	8,627
6,43	41,34	265,8	2,536	8,019	1,860	4,006	8,631
6,44	41,47	267,1	2,538	8,025	1,860	4,008	8,636
6,45	41,60	268,3	2,540	8,031	1,861	4,010	8,640
6,46	41,73	269,6	2,542	8,037	1,862	4,012	8,645
6,47	41,86	270,8	2,544	8,044	1,863	4,015	8,649
6,48	41,99	272,1	2,546	8,050	1,864	4,017	8,653
6,49	42,12	273,4	2,548	8,056	1,865	4,019	8,658
6,50	42,25	274,6	2,550	8,062	1,866	4,021	8,662
6,51	42,38	275,9	2,551	8,068	1,867	4,023	8,667
6,52	42,51	277,2	2,553	8,075	1,868	4,025	8,671
6,53	42,64	278,4	2,555	8,081	1,869	4,027	8,676
6,54	42,77	279,7	2,557	8,087	1,870	4,029	8,680
6,55	42,90	281,0	2,559	8,093	1,871	4,031	8,685
6,56	43,03	282,3	2,561	8,099	1,872	4,033	8,689
6,57	43,16	283,6	2,563	8,106	1,873	4,035	8,693
6,58	43,30	284,9	2,565	8,112	1,874	4,037	8,698
6,59	43,43	286,2	2,567	8,118	1,875	4,039	8,702
6,60	43,56	287,5	2,569	8,124	1,876	4,041	8,707
6,61	43,69	288,8	2,571	8,130	1,877	4,043	8,711
6,62	43,82	290,1	2,573	8,136	1,878	4,045	8,715
6,63	43,96	291,4	2,575	8,142	1,879	4,047	8,720
6,64	44,09	292,8	2,577	8,149	1,880	4,049	8,724
6,65	44,22	294,1	2,579	8,155	1,881	4,051	8,729
6,66	44,36	295,4	2,581	8,161	1,881	4,053	8,733
6,67	44,49	296,7	2,583	8,167	1,882	4,055	8,737
6,68	44,62	298,1	2,585	8,173	1,883	4,058	8,742
6,69	44,76	299,4	2,587	8,179	1,884	4,060	8,746
6,70	44,89	300,8	2,588	8,185	1,885	4,062	8,750
6,71	45,02	302,1	2,590	8,191	1,886	4,064	8,755
6,72	45,16	303,5	2,592	8,198	1,887	4,066	8,759
6,73	45,29	304,8	2,594	8,204	1,888	4,068	8,763
6,74	45,43	306,2	2,596	8,210	1,889	4,070	8,768
6,75	45,56	307,5	2,598	8,216	1,890	4,072	8,772
6,76	45,70	308,9	2,600	8,222	1,891	4,074	8,776
6,77	45,83	310,3	2,602	8,228	1,892	4,076	8,781
6,78	45,97	311,7	2,604	8,234	1,893	4,078	8,785
6,79	46,10	313,0	2,606	8,240	1,894	4,080	8,789
6,80	46,24	314,4	2,608	8,246	1,895	4,082	8,794
6,81	46,38	315,8	2,610	8,252	1,895	4,084	8,798
6,82	46,51	317,2	2,612	8,258	1,896	4,086	8,802
6,83	46,65	318,6	2,613	8,264	1,897	4,088	8,807
6,84	46,79	320,0	2,615	8,270	1,898	4,090	8,811

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[8]{n}$
6,85	46,92	321,4	2,617	8,276	1,899	4,092	8,815
6,86	47,06	322,8	2,619	8,283	1,900	4,094	8,819
6,87	47,20	324,2	2,621	8,289	1,901	4,096	8,824
6,88	47,33	325,7	2,623	8,295	1,902	4,098	8,828
6,89	47,47	327,1	2,625	8,301	1,903	4,100	8,832
6,90	47,61	328,5	2,627	8,307	1,904	4,102	8,837
6,91	47,75	329,9	2,629	8,313	1,905	4,104	8,841
6,92	47,89	331,4	2,631	8,319	1,906	4,106	8,845
6,93	48,02	332,8	2,632	8,325	1,907	4,108	8,849
6,94	48,16	334,3	2,634	8,331	1,907	4,109	8,854
6,95	48,30	335,7	2,636	8,337	1,908	4,111	8,858
6,96	48,44	337,2	2,638	8,343	1,909	4,113	8,862
6,97	48,58	338,6	2,640	8,349	1,910	4,115	8,866
6,98	48,72	340,1	2,642	8,355	1,911	4,117	8,871
6,99	48,86	341,5	2,644	8,361	1,912	4,119	8,875
7,00	49,00	343,0	2,646	8,367	1,913	4,121	8,879
7,01	49,14	344,5	2,648	8,373	1,914	4,123	8,883
7,02	49,28	345,9	2,650	8,379	1,915	4,125	8,887
7,03	49,42	347,4	2,651	8,385	1,916	4,127	8,892
7,04	49,56	348,9	2,653	8,390	1,917	4,129	8,896
7,05	49,70	350,4	2,655	8,396	1,917	4,131	8,900
7,06	49,84	351,9	2,657	8,402	1,918	4,133	8,904
7,07	49,98	353,4	2,659	8,408	1,919	4,135	8,909
7,08	50,13	354,9	2,661	8,414	1,920	4,137	8,913
7,09	50,27	356,4	2,663	8,420	1,921	4,139	8,917
7,10	50,41	357,9	2,665	8,426	1,922	4,141	8,921
7,11	50,55	359,4	2,666	8,432	1,923	4,143	8,925
7,12	50,69	360,9	2,668	8,438	1,924	4,145	8,929
7,13	50,84	362,5	2,670	8,444	1,925	4,147	8,934
7,14	50,98	364,0	2,672	8,450	1,926	4,149	8,938
7,15	51,12	365,6	2,674	8,456	1,926	4,151	8,942
7,16	51,27	367,1	2,676	8,462	1,927	4,152	8,946
7,17	51,41	368,6	2,678	8,468	1,928	4,154	8,950
7,18	51,55	370,1	2,680	8,473	1,929	4,156	8,955
7,19	51,70	371,7	2,681	8,479	1,930	4,158	8,959
7,20	51,84	373,2	2,683	8,485	1,931	4,160	8,963
7,21	51,98	374,8	2,685	8,491	1,932	4,162	8,967
7,22	52,13	376,4	2,687	8,497	1,933	4,164	8,971
7,23	52,27	377,9	2,689	8,503	1,934	4,166	8,975
7,24	52,42	379,5	2,691	8,509	1,935	4,168	8,979
7,25	52,56	381,1	2,693	8,515	1,935	4,170	8,984
7,26	52,71	382,7	2,694	8,521	1,936	4,172	8,988
7,27	52,85	384,2	2,696	8,526	1,937	4,174	8,992
7,28	53,00	385,8	2,698	8,532	1,938	4,176	8,996
7,29	53,14	387,4	2,700	8,538	1,939	4,177	9,000

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
7,30	53,29	389,0	2,702	8,544	1,940	4,179	9,004
7,31	53,44	390,6	2,704	8,550	1,941	4,181	9,008
7,32	53,58	392,2	2,706	8,556	1,942	4,183	9,012
7,33	53,73	393,8	2,707	8,562	1,943	4,185	9,016
7,34	53,88	395,4	2,709	8,567	1,943	4,187	9,021
7,35	54,02	397,1	2,711	8,573	1,944	4,189	9,025
7,36	54,17	398,7	2,713	8,579	1,945	4,191	9,029
7,37	54,32	400,3	2,715	8,585	1,946	4,193	9,033
7,38	54,46	401,9	2,717	8,591	1,947	4,195	9,037
7,39	54,61	403,6	2,718	8,597	1,948	4,196	9,041
7,40	54,76	405,2	2,720	8,602	1,949	4,198	9,045
7,41	54,91	406,9	2,722	8,608	1,950	4,200	9,049
7,42	55,06	408,5	2,724	8,614	1,950	4,202	9,053
7,43	55,20	410,2	2,726	8,620	1,951	4,204	9,057
7,44	55,35	411,8	2,728	8,626	1,952	4,206	9,061
7,45	55,50	413,5	2,729	8,631	1,953	4,208	9,065
7,46	55,65	415,2	2,731	8,637	1,954	4,210	9,069
7,47	55,80	416,8	2,733	8,643	1,955	4,212	9,073
7,48	55,95	418,5	2,735	8,649	1,956	4,213	9,078
7,49	56,10	420,2	2,737	8,654	1,957	4,215	9,082
7,50	56,25	421,9	2,739	8,660	1,957	4,217	9,086
7,51	56,40	423,6	2,740	8,666	1,958	4,219	9,090
7,52	56,55	425,3	2,742	8,672	1,959	4,221	9,094
7,53	56,70	427,0	2,744	8,678	1,960	4,223	9,098
7,54	56,85	428,7	2,746	8,683	1,961	4,225	9,102
7,55	57,00	430,4	2,748	8,689	1,962	4,227	9,106
7,56	57,15	432,1	2,750	8,695	1,963	4,228	9,110
7,57	57,30	433,8	2,751	8,701	1,964	4,230	9,114
7,58	57,46	435,5	2,753	8,706	1,964	4,232	9,118
7,59	57,61	437,2	2,755	8,712	1,965	4,234	9,122
7,60	57,76	439,0	2,757	8,718	1,966	4,236	9,126
7,61	57,91	440,7	2,759	8,724	1,967	4,238	9,130
7,62	58,06	442,5	2,760	8,729	1,968	4,240	9,134
7,63	58,22	444,2	2,762	8,735	1,969	4,241	9,138
7,64	58,37	445,9	2,764	8,741	1,970	4,243	9,142
7,65	58,52	447,7	2,766	8,746	1,970	4,245	9,146
7,66	58,68	449,5	2,768	8,752	1,971	4,247	9,150
7,67	58,83	451,2	2,769	8,758	1,972	4,249	9,154
7,68	58,98	453,0	2,771	8,764	1,973	4,251	9,158
7,69	59,14	454,8	2,773	8,769	1,974	4,252	9,162
7,70	59,29	456,5	2,775	8,775	1,975	4,254	9,166
7,71	59,44	458,3	2,777	8,781	1,976	4,256	9,170
7,72	59,60	460,1	2,778	8,786	1,976	4,258	9,174
7,73	59,75	461,9	2,780	8,792	1,977	4,260	9,178
7,74	59,91	463,7	2,782	8,798	1,978	4,262	9,182

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
7,75	60,06	465,5	2,784	8,803	1,979	4,264	9,185
7,76	60,22	467,3	2,786	8,809	1,980	4,265	9,189
7,77	60,37	469,1	2,787	8,815	1,981	4,267	9,193
7,78	60,53	470,9	2,789	8,820	1,981	4,269	9,197
7,79	60,68	472,7	2,791	8,826	1,982	4,271	9,201
7,80	60,84	474,6	2,793	8,832	1,983	4,273	9,205
7,81	61,00	476,4	2,795	8,837	1,984	4,274	9,209
7,82	61,15	478,2	2,796	8,843	1,985	4,276	9,213
7,83	61,31	480,0	2,798	8,849	1,986	4,278	9,217
7,84	61,47	481,9	2,800	8,854	1,987	4,280	9,221
7,85	61,62	483,7	2,802	8,860	1,987	4,282	9,225
7,86	61,78	485,6	2,804	8,866	1,988	4,284	9,229
7,87	61,94	487,4	2,805	8,871	1,989	4,285	9,233
7,88	62,09	489,3	2,807	8,877	1,990	4,287	9,237
7,89	62,25	491,2	2,809	8,883	1,991	4,289	9,240
7,90	62,41	493,0	2,811	8,888	1,992	4,291	9,244
7,91	62,57	494,9	2,812	8,894	1,992	4,293	9,248
7,92	62,73	496,8	2,814	8,899	1,993	4,294	9,252
7,93	62,88	498,7	2,816	8,905	1,994	4,296	9,256
7,94	63,04	500,6	2,818	8,911	1,995	4,298	9,260
7,95	63,20	502,5	2,820	8,916	1,996	4,300	9,264
7,96	63,36	504,4	2,821	8,922	1,997	4,302	9,268
7,97	63,52	506,3	2,823	8,927	1,997	4,303	9,272
7,98	63,68	508,2	2,825	8,933	1,998	4,305	9,275
7,99	63,84	510,1	2,827	8,939	1,999	4,307	9,279
8,00	64,00	512,0	2,828	8,944	2,000	4,309	9,283
8,01	64,16	513,9	2,830	8,950	2,001	4,311	9,287
8,02	64,32	515,8	2,832	8,955	2,002	4,312	9,291
8,03	64,48	517,8	2,834	8,961	2,002	4,314	9,295
8,04	64,64	519,7	2,835	8,967	2,003	4,316	9,299
8,05	64,80	521,7	2,837	8,972	2,004	4,318	9,302
8,06	64,96	523,6	2,839	8,978	2,005	4,320	9,306
8,07	65,12	525,6	2,841	8,983	2,006	4,321	9,310
8,08	65,29	527,5	2,843	8,989	2,007	4,323	9,314
8,09	65,45	529,5	2,844	8,994	2,007	4,325	9,318
8,10	65,61	531,4	2,846	9,000	2,008	4,327	9,322
8,11	65,77	533,4	2,848	9,006	2,009	4,329	9,326
8,12	65,93	535,4	2,850	9,011	2,010	4,330	9,329
8,13	66,10	537,4	2,851	9,017	2,011	4,332	9,333
8,14	66,26	539,4	2,853	9,022	2,012	4,334	9,337
8,15	66,42	541,3	2,855	9,028	2,012	4,336	9,341
8,16	66,59	543,3	2,857	9,033	2,013	4,337	9,345
8,17	66,75	545,3	2,858	9,039	2,014	4,339	9,348
8,18	66,91	547,3	2,860	9,044	2,015	4,341	9,352
8,19	67,08	549,4	2,862	9,050	2,016	4,343	9,356

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
8,20	67,24	551,4	2,864	9,055	2,017	4,344	9,360
8,21	67,40	553,4	2,865	9,061	2,017	4,346	9,364
8,22	67,57	555,4	2,867	9,066	2,018	4,348	9,368
8,23	67,73	557,4	2,869	9,072	2,019	4,350	9,371
8,24	67,90	559,5	2,871	9,077	2,020	4,352	9,375
8,25	68,06	561,5	2,872	9,083	2,021	4,353	9,379
8,26	68,23	563,6	2,874	9,088	2,021	4,355	9,383
8,27	68,39	565,6	2,876	9,094	2,022	4,357	9,386
8,28	68,56	567,7	2,877	9,099	2,023	4,359	9,390
8,29	68,72	569,7	2,879	9,105	2,024	4,360	9,394
8,30	68,89	571,8	2,881	9,110	2,025	4,362	9,398
8,31	69,06	573,9	2,883	9,116	2,026	4,364	9,402
8,32	69,22	575,9	2,884	9,121	2,026	4,366	9,405
8,33	69,39	578,0	2,886	9,127	2,027	4,367	9,409
8,34	69,56	580,1	2,888	9,132	2,028	4,369	9,413
8,35	69,72	582,2	2,890	9,138	2,029	4,371	9,417
8,36	69,89	584,3	2,891	9,143	2,030	4,373	9,420
8,37	70,06	586,4	2,893	9,149	2,030	4,374	9,424
8,38	70,22	588,5	2,895	9,154	2,031	4,376	9,428
8,39	70,39	590,6	2,897	9,160	2,032	4,378	9,432
8,40	70,56	592,7	2,898	9,165	2,033	4,380	9,435
8,41	70,73	594,8	2,900	9,171	2,034	4,381	9,439
8,42	70,90	596,9	2,902	9,176	2,034	4,383	9,443
8,43	71,06	599,1	2,903	9,182	2,035	4,385	9,447
8,44	71,23	601,2	2,905	9,187	2,036	4,386	9,450
8,45	71,40	603,4	2,907	9,192	2,037	4,388	9,454
8,46	71,57	605,5	2,909	9,198	2,038	4,390	9,458
8,47	71,74	607,6	2,910	9,203	2,038	4,392	9,462
8,48	71,91	609,8	2,912	9,209	2,039	4,393	9,465
8,49	72,08	612,0	2,914	9,214	2,040	4,395	9,469
8,50	72,25	614,1	2,915	9,220	2,041	4,397	9,473
8,51	72,42	616,3	2,917	9,225	2,042	4,399	9,476
8,52	72,59	618,5	2,919	9,230	2,042	4,400	9,480
8,53	72,76	620,7	2,921	9,236	2,043	4,402	9,484
8,54	72,93	622,8	2,922	9,241	2,044	4,404	9,488
8,55	73,10	625,0	2,924	9,247	2,045	4,405	9,491
8,56	73,27	627,2	2,926	9,252	2,046	4,407	9,495
8,57	73,44	629,4	2,927	9,257	2,046	4,409	9,499
8,58	73,62	631,6	2,929	9,263	2,047	4,411	9,502
8,59	73,79	633,8	2,931	9,268	2,048	4,412	9,506
8,60	73,96	636,1	2,933	9,274	2,049	4,414	9,510
8,61	74,13	638,3	2,934	9,279	2,050	4,416	9,513
8,62	74,30	640,5	2,936	9,284	2,050	4,417	9,517
8,63	74,48	642,7	2,938	9,290	2,051	4,419	9,521
8,64	74,65	645,0	2,939	9,295	2,052	4,421	9,524

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
8,65	74,82	647,2	2,941	9,301	2,053	4,423	9,528
8,66	75,00	649,5	2,943	9,306	2,054	4,424	9,532
8,67	75,17	651,7	2,944	9,311	2,054	4,426	9,335
8,68	75,34	654,0	2,946	9,317	2,055	4,428	9,539
8,69	75,52	656,2	2,948	9,322	2,056	4,429	9,543
8,70	75,69	658,5	2,950	9,327	2,057	4,431	9,546
8,71	75,86	660,8	2,951	9,333	2,057	4,433	9,550
8,72	76,04	663,1	2,953	9,338	2,058	4,434	9,554
8,73	76,21	665,3	2,955	9,343	2,059	4,436	9,557
8,74	76,39	667,6	2,956	9,349	2,060	4,438	9,561
8,75	76,56	669,9	2,958	9,354	2,061	4,440	0,565
8,76	76,74	672,2	2,960	9,359	2,061	4,441	9,568
8,77	76,91	674,5	2,961	9,365	2,062	4,443	9,572
8,78	77,09	676,8	2,963	9,370	2,063	4,445	9,576
8,79	77,26	679,2	2,965	9,375	2,064	4,446	9,579
8,80	77,44	681,5	2,966	9,381	2,065	4,448	9,583
8,81	77,62	683,8	2,968	9,386	2,065	4,450	9,586
8,82	77,79	686,1	2,970	9,391	2,066	4,451	9,590
8,83	77,97	688,5	2,972	9,397	2,067	4,453	9,594
8,84	78,15	690,8	2,973	9,402	2,068	4,455	9,597
8,85	78,32	693,2	2,975	9,407	2,068	4,456	9,601
8,86	78,50	695,5	2,977	9,413	2,069	4,458	9,605
8,87	78,68	697,9	2,978	9,418	2,070	4,460	9,608
8,88	78,85	700,2	2,980	9,423	2,071	4,461	9,612
8,89	79,03	702,6	2,982	9,429	2,072	4,463	9,615
8,90	79,21	705,0	2,983	9,434	2,072	4,465	9,619
8,91	79,39	707,3	2,985	9,439	2,073	4,466	9,623
8,92	79,57	709,7	2,987	9,445	2,074	4,468	9,626
8,93	79,74	712,1	2,988	9,450	2,075	4,470	9,630
8,94	79,92	714,5	2,990	9,455	2,075	4,471	9,633
8,95	80,10	716,9	2,992	9,460	2,076	4,473	9,637
8,96	80,28	719,3	2,993	9,466	2,077	4,475	9,641
8,97	80,46	721,7	2,995	9,471	2,078	4,476	9,644
8,98	80,64	724,2	2,997	9,476	2,079	4,478	9,648
8,99	80,82	726,6	2,998	9,482	2,079	4,480	9,651
9,00	81,00	729,0	3,000	9,487	2,080	4,481	9,655
9,01	81,18	731,4	3,002	9,492	2,081	4,483	9,658
9,02	81,36	733,9	3,003	9,497	2,082	4,485	9,662
9,03	81,54	736,3	3,005	9,503	2,082	4,486	9,666
9,04	81,72	738,8	3,007	9,508	2,083	4,488	9,669
9,05	81,90	741,2	3,008	9,513	2,084	4,490	9,673
9,06	82,08	743,7	3,010	9,518	2,085	4,491	9,676
9,07	82,26	746,1	3,012	9,524	2,085	4,493	9,680
9,08	82,45	748,6	3,013	9,529	2,086	4,495	9,683
9,09	82,63	751,1	3,015	9,534	2,087	4,496	9,687

КВАДРАТЫ, КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
9,10	82,81	753,6	3,017	9,539	2,088	4,498	9,691
9,11	82,99	756,1	3,018	9,545	2,089	4,500	9,694
9,12	83,17	758,6	3,020	9,550	2,089	4,501	9,698
9,13	83,36	761,0	3,022	9,555	2,090	4,503	9,701
9,14	83,54	763,6	3,023	9,560	2,091	4,505	9,705
9,15	83,72	766,1	3,025	9,566	2,092	4,506	9,708
9,16	83,91	768,6	3,027	9,571	2,092	4,508	9,712
9,17	84,09	771,1	3,028	9,576	2,093	4,509	9,715
9,18	84,27	773,6	3,030	9,581	2,094	4,511	9,719
9,19	84,46	776,2	3,032	9,586	2,095	4,513	9,722
9,20	84,64	778,7	3,033	9,592	2,095	4,514	9,726
9,21	84,82	781,2	3,035	9,597	2,096	4,516	9,729
9,22	85,01	783,8	3,036	9,602	2,097	4,518	9,733
9,23	85,19	786,3	3,038	9,607	2,098	4,519	9,736
9,24	85,38	788,9	3,040	9,612	2,098	4,521	9,740
9,25	85,56	791,5	3,041	9,618	2,099	4,523	9,743
9,26	85,75	794,0	3,043	9,623	2,100	4,524	9,747
9,27	85,93	796,6	3,045	9,628	2,101	4,526	9,750
9,28	86,12	799,2	3,046	9,633	2,101	4,527	9,754
9,29	86,30	801,8	3,048	9,638	2,102	4,529	9,758
9,30	86,49	804,4	3,050	9,644	2,103	4,531	9,761
9,31	86,68	807,0	3,051	9,649	2,104	4,532	9,764
9,32	86,86	809,6	3,053	9,654	2,104	4,534	9,768
9,33	87,05	812,2	3,055	9,659	2,105	4,536	9,771
9,34	87,24	814,8	3,056	9,664	2,106	4,537	9,775
9,35	87,42	817,4	3,058	9,670	2,107	4,539	9,778
9,36	87,61	820,0	3,059	9,675	2,107	4,540	9,782
9,37	87,80	822,7	3,061	9,680	2,108	4,542	9,785
9,38	87,98	825,3	3,063	9,685	2,109	4,544	9,789
9,39	88,17	827,9	3,064	9,690	2,110	4,545	9,792
9,40	88,36	830,6	3,066	9,695	2,110	4,547	9,796
9,41	88,55	833,2	3,068	9,701	2,111	4,548	9,799
9,42	88,74	835,9	3,069	9,706	2,112	4,550	9,803
9,43	88,92	838,6	3,071	9,711	2,113	4,552	9,806
9,44	89,11	841,2	3,072	9,716	2,113	4,553	9,810
9,45	89,30	843,9	3,074	9,721	2,114	4,555	9,813
9,46	89,49	846,6	3,076	9,726	2,115	4,556	9,817
9,47	89,68	849,3	3,077	9,731	2,116	4,558	9,820
9,48	89,87	852,0	3,079	9,737	2,116	4,560	9,824
9,49	90,06	854,7	3,081	9,742	2,117	4,561	9,827
9,50	90,25	857,4	3,082	9,747	2,118	4,563	9,830
9,51	90,44	860,1	3,084	9,752	2,119	4,565	9,834
9,52	90,63	862,8	3,085	9,757	2,119	4,566	9,837
9,53	90,82	865,5	3,087	9,762	2,120	4,568	9,841
9,54	91,01	868,3	3,089	9,767	2,121	4,569	9,844

КВАДРАТЫ. КУБЫ, КОРНИ КВАДРАТНЫЕ И КУБИЧЕСКИЕ

Продолжение

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
9,55	91,20	871,0	3,090	9,772	2,122	4,571	
9,56	91,39	873,7	3,092	9,778	2,122	4,572	9,848
9,57	91,58	876,5	3,094	9,783	2,123	4,574	9,851
9,58	91,78	879,2	3,095	9,788	2,124	4,576	9,855
9,59	91,97	882,0	3,097	9,793	2,125	4,577	9,858
							9,861
9,60	92,16	884,7	3,098	9,798	2,125	4,579	
9,61	92,35	887,5	3,100	9,803	2,126	4,580	9,865
9,62	92,54	890,3	3,102	9,808	2,127	4,582	9,868
9,63	92,74	893,1	3,103	9,813	2,128	4,584	9,872
9,64	92,93	895,8	3,105	9,818	2,128	4,585	9,875
							9,879
9,65	93,12	898,6	3,106	9,823	2,129	4,587	
9,66	93,32	901,4	3,108	9,829	2,130	4,588	9,882
9,67	93,51	904,2	3,110	9,834	2,130	4,590	9,885
9,68	93,70	907,0	3,111	9,839	2,131	4,592	9,889
9,69	93,90	909,9	3,113	9,844	2,132	4,593	9,892
							9,896
9,70	94,09	912,7	3,114	9,849	2,133	4,595	
9,71	94,28	915,5	3,116	9,854	2,133	4,596	9,899
9,72	94,48	918,3	3,118	9,859	2,134	4,598	9,902
9,73	94,67	921,2	3,119	9,864	2,135	4,599	9,906
9,74	94,87	924,0	3,121	9,869	2,136	4,601	9,909
							9,913
9,75	95,06	926,9	3,122	9,874	2,136	4,603	
9,76	95,26	929,7	3,124	9,879	2,137	4,604	9,916
9,77	95,45	932,6	3,126	9,884	2,137	4,606	9,919
9,78	95,65	935,4	3,127	9,889	2,138	4,607	9,923
9,79	95,84	938,3	3,129	9,894	2,139	4,609	9,926
							9,930
9,80	96,04	941,2	3,130	9,899	2,140	4,610	
9,81	96,24	944,1	3,132	9,905	2,141	4,612	9,933
9,82	96,43	947,0	3,134	9,910	2,141	4,614	9,936
9,83	96,63	949,9	3,135	9,915	2,142	4,615	9,940
9,84	96,83	952,8	3,137	9,920	2,143	4,617	9,943
							9,946
9,85	97,02	955,7	3,138	9,925	2,144	4,618	
9,86	97,22	958,6	3,140	9,930	2,144	4,620	9,950
9,87	97,42	961,5	3,142	9,935	2,145	4,621	9,953
9,88	97,61	964,4	3,143	9,940	2,146	4,623	9,956
9,89	97,81	967,4	3,145	9,945	2,147	4,625	9,960
							9,963
9,90	98,01	970,3	3,146	9,950	2,147	4,626	
9,91	98,21	973,2	3,148	9,955	2,148	4,628	9,967
9,92	98,41	976,2	3,150	9,960	2,149	4,629	9,970
9,93	98,60	979,1	3,151	9,965	2,149	4,631	9,973
9,94	98,80	982,1	3,153	9,970	2,149	4,631	9,977
							9,980
9,95	99,00	985,1	3,154	9,975	2,150	4,632	
9,96	99,20	988,0	3,156	9,980	2,151	4,634	9,983
9,97	99,40	991,0	3,158	9,985	2,152	4,635	9,987
9,98	99,60	994,0	3,159	9,990	2,152	4,637	9,990
9,99	99,80	997,0	3,161	9,995	2,153	4,638	9,993
10,00	100,00	1000,0	3,162	10,000	2,154	4,640	9,997
							10,000

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$	n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$	n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$
1	0,00000	1000,000	46	1,66276	21,7391	91	1,95904	10,9890
2	0,30103	500,000	47	1,67210	21,2766	92	1,96379	10,8696
3	0,47712	333,333	48	1,68124	20,8333	93	1,96848	10,7527
4	0,60206	250,000	49	1,69020	20,4082	94	1,97313	10,6383
5	0,69897	200,000	50	1,69897	20,0000	95	1,97772	10,5263
6	0,77815	166,667	51	1,70757	19,6078	96	1,98227	10,4167
7	0,84510	142,857	52	1,71600	19,2308	97	1,98677	10,3093
8	0,90309	125,000	53	1,72428	18,8679	98	1,99123	10,2041
9	0,95424	111,111	54	1,73239	18,5185	99	1,99564	10,1010
10	1,00000	100,000	55	1,74036	18,1818	100	2,00000	10,0000
11	1,04139	90,9091	56	1,74819	17,8571	101	2,00432	9,90099
12	1,07918	83,3333	57	1,75587	17,5439	102	2,00860	9,80392
13	1,11394	76,9231	58	1,76343	17,2414	103	2,01284	9,70874
14	1,14613	71,4286	59	1,77085	16,9492	104	2,01703	9,61538
15	1,17609	66,6667	60	1,77815	16,6667	105	2,02119	9,52381
16	1,20412	62,5000	61	1,78533	16,3934	106	2,02531	9,43396
17	1,23045	58,8235	62	1,79239	16,1290	107	2,02938	9,34579
18	1,25527	55,5556	63	1,79934	15,8730	108	2,03342	9,25926
19	1,27875	52,6316	64	1,80618	15,6250	109	2,03743	9,17431
20	1,30103	50,0000	65	1,81291	15,3846	110	2,04139	9,09091
21	1,32222	47,6190	66	1,81954	15,1515	111	2,04532	9,00901
22	1,34242	45,4545	67	1,82607	14,9254	112	2,04922	8,92857
23	1,36173	43,4783	68	1,83251	14,7059	113	2,05308	8,84956
24	1,38021	41,6667	69	1,83885	14,4928	114	2,05690	8,77193
25	1,39794	40,0000	70	1,84510	14,2857	115	2,06070	8,69565
26	1,41497	38,4615	71	1,85126	14,0845	116	2,06446	8,62069
27	1,43136	37,0370	72	1,85733	13,8889	117	2,06819	8,54701
28	1,44716	35,7143	73	1,86332	13,6986	118	2,07188	8,47458
29	1,46240	34,4828	74	1,86923	13,5135	119	2,07555	8,40336
30	1,47712	33,3333	75	1,87506	13,3333	120	2,07918	8,33333
31	1,49136	32,2581	76	1,88081	13,1579	121	2,08279	8,26146
32	1,50515	31,2500	77	1,88649	12,9870	122	2,08636	8,19672
33	1,51851	30,3030	78	1,89209	12,8205	123	2,08991	8,13008
34	1,53148	29,4118	79	1,89763	12,6582	124	2,09342	8,06452
35	1,54407	28,5714	80	1,90309	12,5000	125	2,09691	8,00000
36	1,55630	27,7778	81	1,90849	12,3457	126	2,10037	7,93651
37	1,56820	27,0270	82	1,91381	12,1951	127	2,10380	7,87402
38	1,57978	26,3158	83	1,91908	12,0482	128	2,10721	7,81250
39	1,59105	25,6410	84	1,92428	11,9048	129	2,11059	7,75194
40	1,60206	25,0000	85	1,92942	11,7647	130	2,11394	7,69231
41	1,61278	24,3902	86	1,93450	11,6279	131	2,11727	7,63359
42	1,62325	23,8095	87	1,93952	11,4943	132	2,12057	7,57576
43	1,63347	23,2558	88	1,94448	11,3636	133	2,12385	7,51880
44	1,64345	22,7273	89	1,94939	11,2360	134	2,12710	7,46269
45	1,65321	22,2222	90	1,95424	11,1111	135	2,13033	7,40741

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n
136	2,13354	7,35294	181	2,25768	5,52486	226	2,35411	4,42478
137	2,13672	7,29927	182	2,26007	5,49451	227	2,35603	4,40529
138	2,13988	7,24638	183	2,26245	5,46448	228	2,35793	4,38596
139	2,14301	7,19424	184	2,26482	5,43478	229	2,35984	4,36681
140	2,14613	7,14286	185	2,26717	5,40541	230	2,36173	4,34783
141	2,14922	7,09220	186	2,26951	5,37634	231	2,36361	4,32900
142	2,15229	7,04225	187	2,27184	5,34759	232	2,36549	4,31034
143	2,15534	6,99301	188	2,27416	5,31915	233	2,36736	4,29183
144	2,15836	6,94444	189	2,27646	5,29101	234	2,36922	4,27350
145	2,16137	6,89655	190	2,27875	5,26316	235	2,37107	4,25532
146	2,16435	6,84932	191	2,28103	5,23560	236	2,37291	4,23729
147	2,16732	6,80272	192	2,28330	5,20833	237	2,37475	4,21941
148	2,17026	6,75676	193	2,28556	5,18135	238	2,37658	4,20168
149	2,17319	6,71141	194	2,28780	5,15464	239	2,37840	4,18410
150	2,17609	6,66667	195	2,29003	5,12821	240	2,38021	4,16667
151	2,17898	6,62252	196	2,29226	5,10204	241	2,38202	4,14938
152	2,18184	6,57895	197	2,29447	5,07614	242	2,38382	4,13223
153	2,18469	6,53595	198	2,29667	5,05051	243	2,38561	4,11523
154	2,18752	6,49351	199	2,29885	5,02513	244	2,38739	4,09836
155	2,19033	6,45161	200	2,30103	5,00000	245	2,38917	4,08163
156	2,19312	6,41026	201	2,30320	4,97512	246	2,39094	4,06504
157	2,19590	6,36943	202	2,30535	4,95050	247	2,39270	4,04858
158	2,19866	6,32911	203	2,30750	4,92611	248	2,39445	4,03226
159	2,20140	6,28931	204	2,30963	4,90196	249	2,39620	4,01606
160	2,20412	6,25000	205	2,31175	4,87805	250	2,39794	4,00000
161	2,20683	6,21118	206	2,31387	4,85437	251	2,39967	3,98406
162	2,20952	6,17284	207	2,31597	4,83092	252	2,40140	3,96825
163	2,21219	6,13497	208	2,31806	4,80769	253	2,40312	3,95257
164	2,21484	6,09756	209	2,32015	4,78469	254	2,40483	3,93701
165	2,21748	6,06061	210	2,32222	4,76190	255	2,40654	3,92157
166	2,22011	6,02410	211	2,32428	4,73934	256	2,40824	3,90625
167	2,22272	5,98802	212	2,32634	4,71698	257	2,40993	3,89105
168	2,22531	5,95238	213	2,32838	4,69484	258	2,41162	3,87597
169	2,22789	5,91716	214	2,33041	4,67290	259	2,41330	3,86100
170	2,23045	5,88235	215	2,33244	4,65116	260	2,41497	3,84615
171	2,23300	5,84795	216	2,33445	4,62963	261	2,41664	3,83142
172	2,23553	5,81395	217	2,33646	4,60829	262	2,41830	3,81679
173	2,23805	5,78035	218	2,33846	4,58716	263	2,41996	3,80228
174	2,24055	5,74713	219	2,34044	4,56621	264	2,42160	3,78788
175	2,24304	5,71429	220	2,34242	4,54545	265	2,42325	3,77358
176	2,24551	5,68182	221	2,34439	4,52489	266	2,42488	3,75940
177	2,24797	5,64972	222	2,34635	4,50450	267	2,42651	3,74532
178	2,25042	5,61798	223	2,34830	4,48430	268	2,42813	3,73134
179	2,25285	5,58659	224	2,35025	4,46429	269	2,42975	3,71747
180	2,25527	5,55556	225	2,35218	4,44444	270	2,43136	3,70370

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n
271	2,43297	3,69004	316	2,49969	3,16456	361	2,55751	2,77008
272	2,43457	3,67647	317	2,50106	3,15457	362	2,55871	2,76243
273	2,43616	3,66300	318	2,50243	3,14465	363	2,55991	2,75482
274	2,43775	3,64964	319	2,50379	3,13480	364	2,56110	2,74725
275	2,43933	3,63636	320	2,50515	3,12500	365	2,56229	2,73973
276	2,44091	3,62319	321	2,50651	3,11526	366	2,56348	2,73224
277	2,44248	3,61011	322	2,50786	3,10559	367	2,56467	2,72480
278	2,44404	3,59712	323	2,50920	3,09598	368	2,56585	2,71739
279	2,44560	3,58423	324	2,51055	3,08642	369	2,56703	2,71003
280	2,44716	3,57143	325	2,51188	3,07692	370	2,56820	2,70270
281	2,44871	3,55872	326	2,51322	3,06748	371	2,56937	2,69542
282	2,45025	3,54610	327	2,51455	3,05810	372	2,57054	2,68817
283	2,45179	3,53357	328	2,51587	3,04878	373	2,57171	2,68097
284	2,45332	3,52113	329	2,51720	3,03951	374	2,57287	2,67380
285	2,45484	3,50877	330	2,51851	3,03030	375	2,57403	2,66667
286	2,45637	3,49650	331	2,51983	3,02115	376	2,57519	2,65957
287	2,45788	3,48432	332	2,52114	3,01205	377	2,57634	2,65252
288	2,45939	3,47222	333	2,52244	3,00300	378	2,57749	2,64550
289	2,46090	3,46021	334	2,52375	2,99401	379	2,57864	2,63852
290	2,46240	3,44828	335	2,52504	2,98507	380	2,57978	2,63158
291	2,46389	3,43643	336	2,52634	2,97619	381	2,58092	2,62467
292	2,46538	3,42466	337	2,52763	2,96736	382	2,58206	2,61780
293	2,46687	3,41297	338	2,52892	2,95858	383	2,58320	2,61097
294	2,46835	3,40136	339	2,53020	2,94985	384	2,58433	2,60417
295	2,46982	3,38983	340	2,53148	2,94118	385	2,58546	2,59740
296	2,47129	3,37838	341	2,53275	2,93255	386	2,58659	2,59067
297	2,47276	3,36700	342	2,53403	2,92398	387	2,58771	2,58398
298	2,47422	3,35570	343	2,53529	2,91545	388	2,58883	2,57732
299	2,47567	3,34448	344	2,53656	2,90698	389	2,58995	2,57069
300	2,47712	3,33333	345	2,53782	2,89855	390	2,59106	2,56410
301	2,47857	3,32226	346	2,53908	2,89017	391	2,59218	2,55754
302	2,48001	3,31126	347	2,54033	2,88184	392	2,59329	2,55102
303	2,48144	3,30033	348	2,54158	2,87356	393	2,59439	2,54453
304	2,48287	3,28947	349	2,54283	2,86533	394	2,59550	2,53807
305	2,48430	3,27869	350	2,54407	2,85714	395	2,59660	2,53165
306	2,48572	3,26797	351	2,54531	2,84900	396	2,59770	2,52525
307	2,48714	3,25733	352	2,54654	2,84091	397	2,59879	2,51889
308	2,48855	3,24675	353	2,54777	2,83286	398	2,59988	2,51256
309	2,48996	3,23625	354	2,54900	2,82486	399	2,60097	2,50627
310	2,49136	3,22581	355	2,55023	2,81690	400	2,60206	2,50000
311	2,49276	3,21543	356	2,55145	2,80899	401	2,60314	2,49377
312	2,49415	3,20513	357	2,55267	2,80112	402	2,60423	2,48756
313	2,49554	3,19489	358	2,55388	2,79330	403	2,60531	2,48139
314	2,49693	3,18471	359	2,55509	2,78552	404	2,60638	2,47525
315	2,49831	3,17460	360	2,55630	2,77778	405	2,60746	2,46914

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$	n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$	n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$
406	2,60853	2,46305	451	2,65418	2,21729	496	2,69548	2,01613
407	2,60959	2,45700	452	2,65514	2,21239	497	2,69636	2,01207
408	2,61066	2,45098	453	2,65610	2,20751	498	2,69723	2,00803
409	2,61172	2,44499	454	2,65706	2,20264	499	2,69810	2,00401
410	2,61278	2,43902	455	2,65801	2,19780	500	2,69897	2,00000
411	2,61384	2,43309	456	2,65896	2,19298	501	2,69984	1,99601
412	2,61490	2,42718	457	2,65992	2,18818	502	2,70070	1,99203
413	2,61595	2,42131	458	2,66087	2,18341	503	2,70157	1,98807
414	2,61700	2,41546	459	2,66181	2,17865	504	2,70243	1,98413
415	2,61805	2,40964	460	2,66276	2,17391	505	2,70329	1,98020
416	2,61909	2,40385	461	2,66370	2,16920	506	2,70415	1,97628
417	2,62014	2,39808	462	2,66464	2,16450	507	2,70501	1,97239
418	2,62118	2,39234	463	2,66558	2,15983	508	2,70586	1,96850
419	2,62221	2,38663	464	2,66652	2,15517	509	2,70672	1,96464
420	2,62325	2,38095	465	2,66745	2,15054	510	2,70757	1,96078
421	2,62428	2,37530	466	2,66839	2,14592	511	2,70842	1,95695
422	2,62531	2,36967	467	2,66932	2,14133	512	2,70927	1,95312
423	2,62634	2,36407	468	2,67025	2,13675	513	2,71012	1,94932
424	2,62737	2,35849	469	2,67117	2,13220	514	2,71096	1,94553
425	2,62839	2,35294	470	2,67210	2,12766	515	2,71181	1,94175
426	2,62941	2,34742	471	2,67302	2,12314	516	2,71265	1,93798
427	2,63043	2,34192	472	2,67394	2,11864	517	2,71349	1,93424
428	2,63144	2,33645	473	2,67486	2,11416	518	2,71433	1,93050
429	2,63246	2,33100	474	2,67578	2,10970	519	2,71517	1,92678
430	2,63347	2,32558	475	2,67669	2,10526	520	2,71600	1,92308
431	2,63448	2,32019	476	2,67761	2,10084	521	2,71684	1,91939
432	2,63548	2,31481	477	2,67852	2,09644	522	2,71767	1,91571
433	2,63649	2,30947	478	2,67943	2,09205	523	2,71850	1,91205
434	2,63749	2,30415	479	2,68034	2,08768	524	2,71933	1,90840
435	2,63849	2,29885	480	2,68124	2,08333	525	2,72016	1,90476
436	2,63949	2,29358	481	2,68215	2,07900	526	2,72099	1,90114
437	2,64048	2,28833	482	2,68305	2,07469	527	2,72181	1,89753
438	2,64147	2,28311	483	2,68395	2,07039	528	2,72263	1,89394
439	2,64246	2,27790	484	2,68485	2,06612	529	2,72346	1,89036
440	2,64345	2,27273	485	2,68574	2,06186	530	2,72428	1,88679
441	2,64444	2,26757	486	2,68664	2,05761	531	2,72509	1,88324
442	2,64542	2,26244	487	2,68753	2,05339	532	2,72591	1,87970
443	2,64640	2,25734	488	2,68842	2,04918	533	2,72673	1,87617
444	2,64738	2,25225	489	2,68931	2,04499	534	2,72754	1,87266
445	2,64836	2,24719	490	2,69020	2,04082	535	2,72835	1,86916
446	2,64933	2,24215	491	2,69108	2,03666	536	2,72916	1,86567
447	2,65031	2,23714	492	2,69197	2,03252	537	2,72997	1,86220
448	2,65128	2,23214	493	2,69285	2,02840	538	2,73078	1,85874
449	2,65225	2,22717	494	2,69373	2,02429	539	2,73159	1,85529
450	2,65321	2,22222	495	2,69461	2,02020	540	2,73239	1,85185

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

lg n	1000 n	n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n
2,73320	1,84843	586	2,76790	1,70648	631	2,80003	1,58479
2,73400	1,84502	587	2,76864	1,70358	632	2,80072	1,58228
2,73480	1,84162	588	2,76938	1,70068	633	2,80140	1,57978
2,73560	1,83824	589	2,77012	1,69779	634	2,80209	1,57729
2,73640	1,83486	590	2,77085	1,69492	635	2,80277	1,57480
2,73719	1,83150	591	2,77159	1,69205	636	2,80346	1,57233
2,73799	1,82815	592	2,77232	1,68919	637	2,80414	1,56986
2,73878	1,82482	593	2,77305	1,68634	638	2,80482	1,56740
2,73957	1,82149	594	2,77379	1,68350	639	2,80550	1,56495
2,74036	1,81818	595	2,77452	1,68067	640	2,80618	1,56250
2,74115	1,81488	596	2,77525	1,67785	641	2,80686	1,56006
2,74194	1,81159	597	2,77597	1,67504	642	2,80754	1,55763
2,74273	1,80832	598	2,77670	1,67224	643	2,80821	1,55521
2,74351	1,80505	599	2,77743	1,66945	644	2,80889	1,55280
2,74429	1,80180	600	2,77815	1,66667	645	2,80956	1,55039
2,74507	1,79856	601	2,77887	1,66389	646	2,81023	1,54799
2,74586	1,79533	602	2,77960	1,66113	647	2,81090	1,54560
2,74663	1,79211	603	2,78032	1,65837	648	2,81158	1,54321
2,74741	1,78891	604	2,78104	1,65563	649	2,81224	1,54083
2,74819	1,78571	605	2,78176	1,65289	650	2,81291	1,53846
2,74896	1,78253	606	2,78247	1,65017	651	2,81358	1,53610
2,74974	1,77936	607	2,78319	1,64745	652	2,81425	1,53374
2,75051	1,77620	608	2,78390	1,64474	653	2,81491	1,53139
2,75128	1,77305	609	2,78462	1,64204	654	2,81558	1,52905
2,75205	1,76991	610	2,78533	1,63934	655	2,81624	1,52672
2,75282	1,76678	611	2,78604	1,63666	656	2,81690	1,52439
2,75358	1,76367	612	2,78675	1,63399	657	2,81757	1,52207
2,75435	1,76056	613	2,78746	1,63132	658	2,81823	1,51976
2,75511	1,75747	614	2,78817	1,62866	659	2,81889	1,51745
2,75587	1,75439	615	2,78888	1,62602	660	2,81954	1,51515
2,75664	1,75131	616	2,78959	1,62338	661	2,82020	1,51286
2,75740	1,74825	617	2,79029	1,62075	662	2,82086	1,51057
2,75815	1,74520	618	2,79099	1,61812	663	2,82151	1,50830
2,75891	1,74216	619	2,79169	1,61551	664	2,82217	1,50602
2,75967	1,73913	620	2,79239	1,61290	665	2,82282	1,50376
2,76042	1,73611	621	2,79309	1,61031	666	2,82347	1,50150
2,76118	1,73310	622	2,79379	1,60772	667	2,82413	1,49925
2,76193	1,73010	623	2,79449	1,60514	668	2,82478	1,49701
2,76268	1,72712	624	2,79518	1,60256	669	2,82543	1,49477
2,76343	1,72414	625	2,79588	1,60000	670	2,82607	1,49254
2,76418	1,72117	626	2,79657	1,59744	671	2,82672	1,49031
2,76492	1,71821	627	2,79727	1,59490	672	2,82737	1,48810
2,76567	1,71527	628	2,79796	1,59236	673	2,82802	1,48588
2,76641	1,71233	629	2,79865	1,58983	674	2,82866	1,48368
2,76716	1,70940	630	2,79934	1,58730	675	2,82930	1,48146

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n	n	lg n	1000 n
676	2,82995	1,47929	721	2,85794	1,38696	766	2,88423	1,30548
677	2,83059	1,47710	722	2,85854	1,38504	767	2,88480	1,30378
678	2,83123	1,47493	723	2,85914	1,38313	768	2,88536	1,30208
679	2,83187	1,47275	724	2,85974	1,38122	769	2,88593	1,30039
680	2,83251	1,47059	725	2,86034	1,37931	770	2,88649	1,29870
681	2,83315	1,46843	726	2,86094	1,37741	771	2,88705	1,29702
682	2,83378	1,46628	727	2,86153	1,37552	772	2,88762	1,29534
683	2,83442	1,46413	728	2,86213	1,37363	773	2,88818	1,29366
684	2,83506	1,46199	729	2,86273	1,37174	774	2,88874	1,29199
685	2,83569	1,45985	730	2,86332	1,36986	775	2,88930	1,29032
686	2,83632	1,45773	731	2,86392	1,36799	776	2,88986	1,28866
687	2,83696	1,45560	732	2,86451	1,36612	777	2,89042	1,28700
688	2,83759	1,45349	733	2,86510	1,36426	778	2,89098	1,28535
689	2,83822	1,45138	734	2,86570	1,36240	779	2,89154	1,28370
690	2,83885	1,44928	735	2,86629	1,36054	780	2,89209	1,28205
691	2,83948	1,44718	736	2,86688	1,35870	781	2,89265	1,28041
692	2,84011	1,44509	737	2,86747	1,35685	782	2,89321	1,27877
693	2,84073	1,44300	738	2,86806	1,35501	783	2,89376	1,27714
694	2,84136	1,44092	739	2,86864	1,35318	784	2,89432	1,27551
695	2,84198	1,43885	740	2,86923	1,35135	785	2,89487	1,27389
696	2,84261	1,43678	741	2,86982	1,34953	786	2,89542	1,27226
697	2,84323	1,43472	742	2,87040	1,34771	787	2,89597	1,27065
698	2,84386	1,43266	743	2,87099	1,34590	788	2,89653	1,26904
699	2,84448	1,43062	744	2,87157	1,34409	789	2,89708	1,26743
700	2,84510	1,42857	745	2,87216	1,34228	790	2,89763	1,26582
701	2,84572	1,42653	746	2,87274	1,34048	791	2,89818	1,26422
702	2,84634	1,42450	747	2,87332	1,33869	792	2,89873	1,26263
703	2,84696	1,42248	748	2,87390	1,33690	793	2,89927	1,26103
704	2,84757	1,42045	749	2,87448	1,33511	794	2,89982	1,25945
705	2,84819	1,41744	750	2,87506	1,33333	795	2,90037	1,25786
706	2,84880	1,41643	751	2,87564	1,33156	796	2,90091	1,25628
707	2,84942	1,41443	752	2,87622	1,32979	797	2,90146	1,25471
708	2,85003	1,41243	753	2,87679	1,32802	798	2,90200	1,25313
709	2,85065	1,41044	754	2,87737	1,32626	799	2,90255	1,25156
710	2,85126	1,40845	755	2,87795	1,32450	800	2,90309	1,25000
711	2,85187	1,40647	756	2,87852	1,32275	801	2,90363	1,24844
712	2,85248	1,40449	757	2,87910	1,32100	802	2,90417	1,24688
713	2,85309	1,40252	758	2,87967	1,31926	803	2,90472	1,24533
714	2,85370	1,40056	759	2,88024	1,31752	804	2,90526	1,24378
715	2,85431	1,39860	760	2,88081	1,31579	805	2,90580	1,24224
716	2,85491	1,39665	761	2,88138	1,31406	806	2,90634	1,24069
717	2,85552	1,39470	762	2,88195	1,31234	807	2,90687	1,23916
718	2,85612	1,39276	763	2,88252	1,31062	808	2,90741	1,23762
719	2,85673	1,39082	764	2,88309	1,30890	809	2,90795	1,23609
720	2,85733	1,38889	765	2,88366	1,30719	810	2,90849	1,23457

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

	lg n	$\frac{1000}{n}$	n	lg n	$\frac{1000}{n}$	n	lg n	$\frac{1000}{n}$
1	2,90902	1,23305	856	2,93247	1,16822	901	2,95472	1,10988
2	2,90956	1,23153	857	2,93298	1,16686	902	2,95521	1,10865
3	2,91009	1,23001	858	2,93349	1,16550	903	2,95569	1,10742
4	2,91062	1,22850	859	2,93399	1,16414	904	2,95617	1,10619
5	2,91116	1,22699	860	2,93450	1,16279	905	2,95665	1,10497
6	2,91169	1,22549	861	2,93500	1,16144	906	2,95713	1,10375
7	2,91222	1,22399	862	2,93551	1,16009	907	2,95761	1,10254
8	2,91275	1,22249	863	2,93601	1,15875	908	2,95809	1,10132
9	2,91328	1,22100	864	2,93651	1,15741	909	2,95858	1,10011
0	2,91381	1,21951	865	2,93702	1,15607	910	2,95904	1,09890
1	2,91434	1,21803	866	2,93752	1,15473	911	2,95952	1,09769
2	2,91487	1,21655	867	2,93802	1,15340	912	2,95999	1,09649
3	2,91540	1,21507	868	2,93852	1,15207	913	2,96047	1,09529
4	2,91593	1,21359	869	2,93902	1,15075	914	2,96095	1,09409
5	2,91645	1,21212	870	2,93952	1,14943	915	2,96142	1,09290
6	2,91698	1,21065	871	2,94002	1,14811	916	2,96190	1,09170
7	2,91751	1,20919	872	2,94052	1,14679	917	2,96237	1,09051
8	2,91803	1,20773	873	2,94101	1,14548	918	2,96284	1,08932
9	2,91855	1,20627	874	2,94151	1,14416	919	2,96332	1,08814
0	2,91908	1,20482	875	2,94201	1,14286	920	2,96379	1,08696
1	2,91960	1,20337	876	2,94250	1,14155	921	2,96426	1,08578
2	2,92012	1,20192	877	2,94300	1,14025	922	2,96473	1,08460
3	2,92065	1,20048	878	2,94349	1,13895	923	2,96520	1,08342
4	2,92117	1,19904	879	2,94399	1,13766	924	2,96567	1,08225
5	2,92169	1,19760	880	2,94448	1,13636	925	2,96614	1,08108
6	2,92221	1,19617	881	2,94498	1,13507	926	2,96661	1,07991
7	2,92273	1,19474	882	2,94547	1,13379	927	2,96708	1,07875
8	2,92324	1,19332	883	2,94596	1,13250	928	2,96755	1,07759
9	2,92376	1,19190	884	2,94645	1,13122	929	2,96802	1,07643
0	2,92428	1,19048	885	2,94694	1,12994	930	2,96848	1,07527
1	2,92480	1,18906	886	2,94743	1,12867	931	2,96895	1,07411
2	2,92531	1,18765	887	2,94792	1,12740	932	2,96942	1,07296
3	2,92583	1,18624	888	2,94841	1,12613	933	2,96988	1,07181
4	2,92634	1,18483	889	2,94890	1,12486	934	2,97035	1,07066
5	2,92686	1,18343	890	2,94939	1,12360	935	2,97081	1,06952
6	2,92737	1,18203	891	2,94988	1,12233	936	2,97128	1,06838
7	2,92788	1,18064	892	2,95036	1,12108	937	2,97174	1,06724
8	2,92840	1,17925	893	2,95085	1,11982	938	2,97220	1,06610
9	2,92891	1,17786	894	2,95134	1,11857	939	2,97267	1,06496
0	2,92942	1,17647	895	2,95182	1,11732	940	2,97313	1,06383
1	2,92993	1,17509	896	2,95231	1,11607	941	2,97359	1,06270
2	2,93044	1,17371	897	2,95279	1,11483	942	2,97405	1,06157
3	2,93095	1,17233	898	2,95328	1,11359	943	2,97451	1,06045
4	2,93146	1,17096	899	2,95376	1,11235	944	2,97497	1,05932
5	2,93197	1,16959	900	2,95424	1,11111	945	2,97543	1,05820

ЛОГАРИФМЫ И ОБРАТНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Продолжение

n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$	n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$	n	$\lg n$	$\frac{1000}{n}$
946	2,97589	1,05708	966	2,98498	1,03520	986	2,99388	1,01420
947	2,97635	1,05597	967	2,98543	1,03413	987	2,99432	1,01317
948	2,97681	1,05485	968	2,98588	1,03306	988	2,99476	1,01215
949	2,97727	1,05374	969	2,98632	1,03199	989	2,99520	1,01112
950	2,97772	1,05263	970	2,98677	1,03093	990	2,99564	1,01010
951	2,97818	1,05152	971	2,98722	1,02987	991	2,99607	1,00908
952	2,97864	1,05042	972	2,98767	1,02881	992	2,99651	1,00806
953	2,97909	1,04932	973	2,98811	1,02775	993	2,99695	1,00705
954	2,97955	1,04822	974	2,98856	1,02669	994	2,99739	1,00604
955	2,98000	1,04712	975	2,98900	1,02564	995	2,99782	1,00503
956	2,98046	1,04603	976	2,98945	1,02459	996	2,99826	1,00402
957	2,98091	1,04493	977	2,98989	1,02354	997	2,99870	1,00301
958	2,98137	1,04384	978	2,99034	1,02249	998	2,99913	1,00200
959	2,98182	1,04275	979	2,99078	1,02145	999	2,99957	1,00100
960	2,98227	1,04167	980	2,99123	1,02041	1000	3,00000	1,00000
961	2,98272	1,04058	981	2,99167	1,01937			
962	2,98318	1,03950	982	2,99211	1,01833			
963	2,98363	1,03842	983	2,99255	1,01729			
964	2,98408	1,03734	984	2,99300	1,01626			
965	2,98453	1,03627	985	2,99344	1,01523			

КОРНИ КУБИЧЕСКИЕ ИЗ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ от 0,01 до 0,99

n	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt[3]{n}$	n	$\sqrt[3]{n}$
0,01	0,2154	0,21	0,5944	0,41	0,7429	0,61	0,8481	0,81	0,9322
0,02	0,2714	0,22	0,6037	0,42	0,7489	0,62	0,8527	0,82	0,9360
0,03	0,3107	0,23	0,6127	0,43	0,7548	0,63	0,8573	0,83	0,9398
0,04	0,3420	0,24	0,6214	0,44	0,7606	0,64	0,8618	0,84	0,9435
0,05	0,3684	0,25	0,6300	0,45	0,7663	0,65	0,8662	0,85	0,9473
0,06	0,3915	0,26	0,6383	0,46	0,7719	0,66	0,8707	0,86	0,9510
0,07	0,4121	0,27	0,6463	0,47	0,7775	0,67	0,8750	0,87	0,9546
0,08	0,4309	0,28	0,6542	0,48	0,7830	0,68	0,8794	0,88	0,9583
0,09	0,4481	0,29	0,6619	0,49	0,7884	0,69	0,8837	0,89	0,9619
0,10	0,4642	0,30	0,6694	0,50	0,7937	0,70	0,8879	0,90	0,9655
0,11	0,4791	0,31	0,6768	0,51	0,7990	0,71	0,8921	0,91	0,9691
0,12	0,4932	0,32	0,6840	0,52	0,8041	0,72	0,8963	0,92	0,9726
0,13	0,5066	0,33	0,6910	0,53	0,8093	0,73	0,9004	0,93	0,9761
0,14	0,5192	0,34	0,6980	0,54	0,8143	0,74	0,9045	0,94	0,9796
0,15	0,5313	0,35	0,7047	0,55	0,8193	0,75	0,9086	0,95	0,9830
0,16	0,5429	0,36	0,7114	0,56	0,8243	0,76	0,9126	0,96	0,9865
0,17	0,5540	0,37	0,7179	0,57	0,8291	0,77	0,9166	0,97	0,9899
0,18	0,5646	0,38	0,7243	0,58	0,8340	0,78	0,9205	0,98	0,9933
0,19	0,5749	0,39	0,7306	0,59	0,8387	0,79	0,9244	0,99	0,9967
0,20	0,5848	0,40	0,7368	0,60	0,8434	0,80	0,9283		

ДЛИНА ДУГИ И ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА ДЛЯ ХОРДЫ, РАВНОЙ ЕДИНИЦЕ

Подъем отношение стрелы к орде) $\frac{h}{a}$	Длина дуги l	Площадь сегмента	Подъем (отношение стрелы к хорде) $\frac{h}{a}$	Длина дуги l	Площадь сегмента
0,01	1,0003	0,0067	0,26	1,1715	0,1824
0,02	1,0011	0,0133	0,27	1,1843	0,1901
0,03	1,0024	0,0200	0,28	1,1975	0,1979
0,04	1,0043	0,0267	0,29	1,2110	0,2058
0,05	1,0067	0,0334	0,30	1,2250	0,2137
0,06	1,0096	0,0401	0,31	1,2393	0,2218
0,07	1,0130	0,0468	0,32	1,2539	0,2299
0,08	1,0170	0,0536	0,33	1,2689	0,2381
0,09	1,0215	0,0604	0,34	1,2843	0,2464
0,10	1,0265	0,0672	0,35	1,3000	0,2548
0,11	1,0320	0,0740	0,36	1,3160	0,2633
0,12	1,0380	0,0809	0,37	1,3323	0,2719
0,13	1,0445	0,0878	0,38	1,3490	0,2806
0,14	1,0515	0,0948	0,39	1,3660	0,2893
0,15	1,0590	0,1018	0,40	1,3832	0,2982
0,16	1,0669	0,1088	0,41	1,4008	0,3072
0,17	1,0754	0,1159	0,42	1,4186	0,3162
0,18	1,0843	0,1231	0,43	1,4367	0,3254
0,19	1,0936	0,1303	0,44	1,4551	0,3347
0,20	1,1035	0,1375	0,45	1,4738	0,3441
0,21	1,1137	0,1448	0,46	1,4927	0,3536
0,22	1,1244	0,1522	0,47	1,5118	0,3632
0,23	1,1356	0,1596	0,48	1,5313	0,3729
0,24	1,1471	0,1671	0,49	1,5509	0,3828
0,25	1,1591	0,1747	0,50	1,5708	0,3927

Если при заданном подъеме (отношении стрелы к хорде) длина хорды равна a , то помещенное в таблице значение длины дуги должно быть умножено на a , а площадь сегмента — на a^2 .

Пример. Дано: длина хорды в сегменте $a = 40$ см, стрела $h = 6$ см.

Для нахождения длины дуги l вычисляем $\frac{h}{a} = 0,15$ и умножаем на 40 соответствующее значение l , взятое из приведенной таблицы: $l = 40 \cdot 1,0590 = 42,36$ см. Радиус сегмента r и центральный угол α определяются по таблице на стр. 36. Для $\frac{a}{h} = 6,67$ табличное значение a равно 1,1010, а $\alpha = 66,8^\circ$ (линейная интерполяция!). Отсюда $r = 40 \cdot 1,1010 = 36,33$ см. Теперь можно найти длину дуги l с помощью таблицы на стр. 37: $l = 36,33 \cdot 1,1661 = 42,36$ см.

**ДЛИНА ДУГИ, СТРЕЛКА, ДЛИНА ХОРДЫ
И ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА ДЛЯ РАДИУСА, РАВНОГО ЕДИНИЦЕ**

α *	Длина дуги l	Стрелка h	$\frac{l}{h}$	Длина хорды a	$\frac{a}{h}$	Площадь сегмента **
1	0,0175	0,0000	458,37	0,0175	458,36	0,00000
2	0,0349	0,0002	229,19	0,0349	229,18	0,00000
3	0,0524	0,0003	152,80	0,0524	152,78	0,00001
4	0,0698	0,0006	114,60	0,0698	114,58	0,00003
5	0,0873	0,0010	91,69	0,0872	91,66	0,00006
6	0,1047	0,0014	76,41	0,1017	76,38	0,00010
7	0,1222	0,0019	65,50	0,1221	65,46	0,00015
8	0,1396	0,0024	57,32	0,1395	57,27	0,00023
9	0,1571	0,0031	50,96	0,1569	50,90	0,00032
10	0,1745	0,0038	45,87	0,1743	45,81	0,00044
11	0,1920	0,0046	41,70	0,1917	41,64	0,00059
12	0,2094	0,0055	38,23	0,2091	38,16	0,00076
13	0,2269	0,0064	35,30	0,2264	35,22	0,00097
14	0,2443	0,0075	32,78	0,2437	32,70	0,00121
15	0,2618	0,0086	30,60	0,2611	30,51	0,00149
16	0,2793	0,0097	28,69	0,2783	28,60	0,00181
17	0,2967	0,0110	27,01	0,2956	26,91	0,00217
18	0,3142	0,0123	25,52	0,3129	25,41	0,00257
19	0,3316	0,0137	24,18	0,3301	24,07	0,00302
20	0,3491	0,0152	22,98	0,3473	22,86	0,00352
21	0,3665	0,0167	21,89	0,3645	21,77	0,00408
22	0,3840	0,0184	20,90	0,3816	20,77	0,00468
23	0,4014	0,0201	20,00	0,3987	19,86	0,00535
24	0,4189	0,0219	19,17	0,4158	19,03	0,00607
25	0,4363	0,0237	18,41	0,4329	18,26	0,00686
26	0,4538	0,0256	17,71	0,4499	17,55	0,00771
27	0,4712	0,0276	17,06	0,4669	16,90	0,00862
28	0,4887	0,0297	16,45	0,4838	16,29	0,00961
29	0,5061	0,0319	15,89	0,5008	15,72	0,01067
30	0,5236	0,0341	15,37	0,5176	15,19	0,01180
31	0,5411	0,0364	14,88	0,5345	14,70	0,01301
32	0,5585	0,0387	14,42	0,5513	14,23	0,01429
33	0,5760	0,0412	13,99	0,5680	13,79	0,01566
34	0,5934	0,0437	13,58	0,5847	13,38	0,01711
35	0,6109	0,0463	13,20	0,6014	12,99	0,01864
36	0,6283	0,0489	12,84	0,6180	12,63	0,02027
37	0,6458	0,0517	12,50	0,6346	12,28	0,02198
38	0,6632	0,0545	12,17	0,6511	11,95	0,02378
39	0,6807	0,0574	11,87	0,6676	11,64	0,02568
40	0,6981	0,0603	11,58	0,6840	11,34	0,02767
41	0,7156	0,0633	11,30	0,7004	11,06	0,02976
42	0,7330	0,0664	11,04	0,7167	10,79	0,03195
43	0,7505	0,0696	10,79	0,7330	10,53	0,03425
44	0,7679	0,0728	10,55	0,7492	10,29	0,03664
45	0,7854	0,0761	10,32	0,7654	10,05	0,03915

* α — центральный угол в градусах.
** Значения умножать на r^2 .

ДЛИНА ДУГИ, СТРЕЛКА, ДЛИНА ХОРДЫ
И ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА ДЛЯ РАДИУСА, РАВНОГО ЕДИНИЦЕ

Продолжение

α	Длина дуги l	Стрелка h	$\frac{l}{h}$	Длина хорды a	$\frac{a}{h}$	Площадь сегмента
46	0,8029	0,0795	10,10	0,7815	9,83	0,04176
47	0,8203	0,0829	9,89	0,7975	9,62	0,04448
48	0,8378	0,0865	9,69	0,8135	9,41	0,04731
49	0,8552	0,0900	9,50	0,8294	9,21	0,05025
50	0,8727	0,0937	9,31	0,8452	9,02	0,05331
51	0,8901	0,0974	9,14	0,8610	8,84	0,05649
52	0,9076	0,1012	8,97	0,8767	8,66	0,05978
53	0,9250	0,1051	8,80	0,8924	8,49	0,06319
54	0,9425	0,1090	8,65	0,9080	8,33	0,06673
55	0,9599	0,1130	8,50	0,9235	8,17	0,07039
56	0,9774	0,1171	8,35	0,9389	8,02	0,07417
57	0,9948	0,1212	8,21	0,9543	7,88	0,07808
58	1,0123	0,1254	8,07	0,9696	7,73	0,08212
59	1,0297	0,1296	7,94	0,9848	7,60	0,08629
60	1,0472	0,1340	7,82	1,0000	7,46	0,09059
61	1,0647	0,1384	7,69	1,0151	7,34	0,09502
62	1,0821	0,1428	7,58	1,0301	7,21	0,09958
63	1,0996	0,1474	7,46	1,0450	7,09	0,10428
64	1,1170	0,1520	7,35	1,0598	6,97	0,10911
65	1,1345	0,1566	7,24	1,0746	6,86	0,11408
66	1,1519	0,1613	7,14	1,0893	6,75	0,11919
67	1,1694	0,1661	7,04	1,1039	6,65	0,12443
68	1,1868	0,1710	6,94	1,1184	6,54	0,12982
69	1,2043	0,1759	6,85	1,1328	6,44	0,13535
70	1,2217	0,1808	6,75	1,1472	6,34	0,14102
71	1,2392	0,1859	6,67	1,1614	6,25	0,14683
72	1,2566	0,1910	6,58	1,1756	6,16	0,15279
73	1,2741	0,1961	6,50	1,1896	6,07	0,15889
74	1,2915	0,2014	6,41	1,2036	5,98	0,16514
75	1,3090	0,2066	6,33	1,2175	5,89	0,17154
76	1,3265	0,2120	6,26	1,2313	5,81	0,17808
77	1,3439	0,2174	6,18	1,2450	5,73	0,18477
78	1,3614	0,2229	6,11	1,2586	5,65	0,19160
79	1,3788	0,2284	6,04	1,2722	5,57	0,19859
80	1,3963	0,2340	5,97	1,2856	5,49	0,20573
81	1,4137	0,2396	5,90	1,2989	5,42	0,21301
82	1,4312	0,2453	5,83	1,3121	5,35	0,22045
83	1,4486	0,2510	5,77	1,3252	5,28	0,22804
84	1,4661	0,2569	5,71	1,3383	5,21	0,23578
85	1,4835	0,2627	5,65	1,3512	5,14	0,24367
86	1,5010	0,2686	5,59	1,3640	5,08	0,25171
87	1,5184	0,2746	5,53	1,3767	5,01	0,25990
88	1,5359	0,2807	5,47	1,3893	4,95	0,26825
89	1,5533	0,2867	5,42	1,4018	4,89	0,27675
90	1,5708	0,2929	5,36	1,4142	4,83	0,28540

**ДЛИНА ДУГИ, СТРЕЛКА, ДЛИНА ХОРДЫ
И ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА ДЛЯ РАДИУСА, РАВНОГО ЕДИНИЦЕ**
Продолжение

α	Длина дуги l	Стрелка h	$\frac{l}{h}$	Длина хорды a	$\frac{a}{h}$	Площадь сегмента
91	1,5882	0,2991	5,31	1,4265	4,77	0,29420
92	1,6057	0,3053	5,26	1,4387	4,71	0,30316
93	1,6232	0,3116	5,21	1,4507	4,66	0,31226
94	1,6406	0,3180	5,16	1,4627	4,60	0,32152
95	1,6581	0,3244	5,11	1,4746	4,55	0,33093
96	1,6755	0,3309	5,06	1,4863	4,49	0,34050
97	1,6930	0,3374	5,02	1,4979	4,44	0,35021
98	1,7104	0,3439	4,97	1,5094	4,39	0,36008
99	1,7279	0,3506	4,93	1,5208	4,34	0,37009
100	1,7453	0,3572	4,89	1,5321	4,29	0,38026
101	1,7628	0,3639	4,84	1,5432	4,24	0,39058
102	1,7802	0,3707	4,80	1,5543	4,19	0,40104
103	1,7977	0,3775	4,76	1,5652	4,15	0,41166
104	1,8151	0,3843	4,72	1,5760	4,10	0,42242
105	1,8326	0,3912	4,68	1,5867	4,06	0,43333
106	1,8500	0,3982	4,65	1,5973	4,01	0,44439
107	1,8675	0,4052	4,61	1,6077	3,97	0,45560
108	1,8850	0,4122	4,57	1,6180	3,93	0,46695
109	1,9024	0,4193	4,54	1,6282	3,88	0,47845
110	1,9199	0,4264	4,50	1,6383	3,84	0,49008
111	1,9373	0,4336	4,47	1,6483	3,80	0,50187
112	1,9548	0,4408	4,43	1,6581	3,76	0,51379
113	1,9722	0,4481	4,40	1,6678	3,72	0,52586
114	1,9897	0,4554	4,37	1,6773	3,68	0,53806
115	2,0071	0,4627	4,34	1,6868	3,65	0,55041
116	2,0246	0,4701	4,31	1,6961	3,61	0,56289
117	2,0420	0,4775	4,28	1,7053	3,57	0,57551
118	2,0595	0,4850	4,25	1,7143	3,53	0,58827
119	2,0769	0,4925	4,22	1,7223	3,50	0,60116
120	2,0944	0,5000	4,19	1,7321	3,46	0,61418
121	2,1118	0,5076	4,16	1,7407	3,43	0,62734
122	2,1293	0,5152	4,13	1,7492	3,40	0,64063
123	2,1468	0,5228	4,11	1,7576	3,36	0,65404
124	2,1642	0,5305	4,08	1,7659	3,33	0,66759
125	2,1817	0,5383	4,05	1,7740	3,30	0,68125
126	2,1991	0,5460	4,03	1,7820	3,26	0,69505
127	2,2166	0,5538	4,00	1,7899	3,23	0,70897
128	2,2340	0,5616	3,98	1,7976	3,20	0,72301
129	2,2515	0,5695	3,95	1,8052	3,17	0,73716
130	2,2689	0,5774	3,93	1,8126	3,14	0,75144
131	2,2864	0,5853	3,91	1,8199	3,11	0,76584
132	2,3038	0,5933	3,88	1,8271	3,08	0,78034
133	2,3213	0,6013	3,86	1,8341	3,05	0,79497
134	2,3387	0,6093	3,84	1,8410	3,02	0,80970
135	2,3562	0,6173	3,82	1,8478	2,99	0,82454

**ДЛИНА ДУГИ, СТРЕЛКА, ДЛИНА ХОРДЫ
И ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА ДЛЯ РАДИУСА, РАВНОГО ЕДИНИЦЕ**

Продолжение

α	Длина дуги l	Стрелка h	$\frac{l}{h}$	Длина хорды a	$\frac{a}{h}$	Площадь сегмента
136	2,3736	0,6254	3,80	1,8544	2,97	0,83949
137	2,3911	0,6335	3,77	1,8608	2,91	0,85455
138	2,4086	0,6416	3,75	1,8672	2,91	0,86971
139	2,4260	0,6498	3,73	1,8733	2,88	0,88497
140	2,4435	0,6580	3,71	1,8794	2,86	0,90034
141	2,4609	0,6662	3,69	1,8853	2,83	0,91580
142	2,4784	0,6744	3,67	1,8910	2,80	0,93135
143	2,4958	0,6827	3,66	1,8966	2,78	0,94700
144	2,5133	0,6910	3,64	1,9021	2,75	0,96274
145	2,5307	0,6993	3,62	1,9074	2,73	0,97858
146	2,5482	0,7076	3,60	1,9126	2,70	0,99449
147	2,5656	0,7160	3,58	1,9176	2,68	1,01050
148	2,5831	0,7244	3,57	1,9225	2,65	1,02658
149	2,6005	0,7328	3,55	1,9273	2,63	1,04275
150	2,6180	0,7412	3,53	1,9319	2,61	1,05900
151	2,6354	0,7496	3,52	1,9363	2,58	1,07532
152	2,6529	0,7581	3,50	1,9406	2,56	1,09171
153	2,6704	0,7666	3,48	1,9447	2,54	1,10818
154	2,6878	0,7750	3,47	1,9487	2,51	1,12472
155	2,7053	0,7836	3,45	1,9526	2,49	1,14132
156	2,7227	0,7921	3,44	1,9563	2,47	1,15799
157	2,7402	0,8006	3,42	1,9598	2,45	1,17472
158	2,7576	0,8092	3,41	1,9633	2,43	1,19151
159	2,7751	0,8178	3,39	1,9665	2,40	1,20835
160	2,7925	0,8264	3,38	1,9696	2,38	1,22525
161	2,8100	0,8350	3,37	1,9726	2,36	1,24221
162	2,8274	0,8436	3,35	1,9754	2,34	1,25921
163	2,8449	0,8522	3,34	1,9780	2,32	1,27626
164	2,8623	0,8608	3,33	1,9805	2,30	1,29335
165	2,8798	0,8695	3,31	1,9829	2,28	1,31049
166	2,8972	0,8781	3,30	1,9851	2,26	1,32766
167	2,9147	0,8868	3,29	1,9871	2,24	1,34487
168	2,9322	0,8955	3,27	1,9890	2,22	1,36212
169	2,9496	0,9042	3,26	1,9908	2,20	1,37940
170	2,9671	0,9128	3,25	1,9924	2,18	1,39671
171	2,9845	0,9215	3,24	1,9938	2,16	1,41404
172	3,0020	0,9302	3,23	1,9951	2,14	1,43140
173	3,0194	0,9390	3,22	1,9963	2,13	1,44878
174	3,0369	0,9477	3,20	1,9973	2,11	1,46617
175	3,0543	0,9564	3,19	1,9981	2,09	1,48359
176	3,0718	0,9651	3,18	1,9988	2,07	1,50101
177	3,0892	0,9738	3,17	1,9993	2,05	1,51845
178	3,1067	0,9825	3,16	1,9997	2,04	1,53589
179	3,1241	0,9913	3,15	1,9999	2,02	1,55334
180	3,1416	1,0000	3,14	2,0000	2,00	1,57080

ПЛОЩАДЬ КРУГА

d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0,785	0,801	0,817	0,833	0,850	0,866	0,883	0,899	0,916	0,933
1.1	0,950	0,968	0,985	1,003	1,021	1,039	1,057	1,075	1,094	1,112
1.2	1,131	1,150	1,169	1,188	1,208	1,227	1,247	1,267	1,287	1,307
1.3	1,327	1,348	1,368	1,389	1,410	1,431	1,453	1,474	1,496	1,517
1.4	1,539	1,561	1,584	1,606	1,629	1,651	1,674	1,697	1,720	1,744
1.5	1,767	1,791	1,815	1,839	1,863	1,887	1,911	1,936	1,961	1,986
1.6	2,011	2,036	2,061	2,087	2,112	2,138	2,164	2,190	2,217	2,243
1.7	2,270	2,297	2,324	2,351	2,378	2,405	2,433	2,461	2,488	2,516
1.8	2,545	2,573	2,602	2,630	2,659	2,688	2,717	2,746	2,776	2,806
1.9	2,835	2,865	2,895	2,926	2,956	2,987	3,017	3,048	3,079	3,110
2.0	3,142	3,173	3,205	3,237	3,269	3,301	3,333	3,365	3,398	3,431
2.1	3,464	3,497	3,530	3,563	3,597	3,631	3,664	3,698	3,733	3,767
2.2	3,801	3,836	3,871	3,906	3,941	3,976	4,011	4,047	4,083	4,119
2.3	4,155	4,191	4,227	4,264	4,301	4,337	4,374	4,412	4,449	4,486
2.4	4,524	4,562	4,600	4,638	4,676	4,714	4,753	4,792	4,831	4,870
2.5	4,909	4,948	4,988	5,027	5,067	5,107	5,147	5,187	5,228	5,269
2.6	5,309	5,350	5,391	5,433	5,474	5,515	5,557	5,599	5,641	5,683
2.7	5,726	5,768	5,811	5,853	5,896	5,940	5,983	6,026	6,070	6,114
2.8	6,158	6,202	6,246	6,290	6,335	6,379	6,424	6,469	6,514	6,560
2.9	6,605	6,651	6,697	6,743	6,789	6,835	6,881	6,928	6,975	7,022
3.0	7,069	7,116	7,163	7,211	7,258	7,306	7,354	7,402	7,451	7,499
3.1	7,548	7,595	7,645	7,694	7,744	7,793	7,843	7,892	7,942	7,992
3.2	8,042	8,093	8,143	8,194	8,245	8,296	8,347	8,398	8,450	8,501
3.3	8,553	8,605	8,657	8,709	8,762	8,814	8,867	8,920	8,973	9,026
3.4	9,079	9,133	9,186	9,240	9,294	9,348	9,402	9,457	9,511	9,566
3.5	9,621	9,676	9,731	9,787	9,842	9,898	9,954	10,01	10,07	10,12
3.6	10,18	10,24	10,29	10,35	10,41	10,46	10,52	10,58	10,64	10,69
3.7	10,75	10,81	10,87	10,93	10,99	11,04	11,10	11,16	11,22	11,28
3.8	11,34	11,40	11,46	11,52	11,58	11,64	11,70	11,76	11,82	11,88
3.9	11,95	12,01	12,07	12,13	12,19	12,25	12,32	12,38	12,44	12,50
4.0	12,57	12,63	12,69	12,76	12,82	12,88	12,95	13,01	13,07	13,14
4.1	13,20	13,27	13,33	13,40	13,46	13,53	13,59	13,66	13,72	13,79
4.2	13,85	13,92	13,99	14,05	14,12	14,19	14,25	14,32	14,39	14,45
4.3	14,52	14,59	14,66	14,73	14,79	14,86	14,93	15,00	15,07	15,14
4.4	15,21	15,27	15,34	15,41	15,48	15,55	15,62	15,69	15,76	15,83
4.5	15,90	15,98	16,05	16,12	16,19	16,26	16,33	16,40	16,47	16,55
4.6	16,62	16,69	16,76	16,84	16,91	16,98	17,06	17,13	17,20	17,28
4.7	17,35	17,42	17,50	17,57	17,65	17,72	17,80	17,87	17,95	18,02
4.8	18,10	18,17	18,25	18,32	18,40	18,47	18,55	18,63	18,70	18,78
4.9	18,86	18,93	19,01	19,09	19,17	19,24	19,32	19,40	19,48	19,56
5.0	19,63	19,71	19,79	19,87	19,95	20,03	20,11	20,19	20,27	20,35
5.1	20,43	20,51	20,59	20,67	20,75	20,83	20,91	20,99	21,07	21,16
5.2	21,24	21,32	21,40	21,48	21,57	21,65	21,73	21,81	21,90	21,98
5.3	22,08	22,15	22,23	22,31	22,40	22,48	22,56	22,65	22,73	22,82
5.4	22,90	22,99	23,07	23,16	23,24	23,33	23,41	23,50	23,59	23,67

ПЛОЩАДЬ КРУГА

Продолжение

<i>d</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	23,76	23,84	23,93	24,02	24,11	24,19	24,28	24,37	24,45	24,54
5,6	24,63	24,72	24,81	24,89	24,98	25,07	25,16	25,25	25,34	25,43
5,7	25,52	25,61	25,70	25,79	25,88	25,97	26,06	26,15	26,24	26,33
5,8	26,42	26,51	26,60	26,69	26,79	26,88	26,97	27,06	27,15	27,25
5,9	27,34	27,43	27,53	27,62	27,71	27,81	27,90	27,99	28,09	28,18
6,0	28,27	28,37	28,46	28,56	28,65	28,75	28,84	28,94	29,03	29,13
6,1	29,22	29,32	29,42	29,51	29,61	29,71	29,80	29,90	30,00	30,09
6,2	30,19	30,29	30,39	30,48	30,58	30,68	30,78	30,88	30,97	31,07
6,3	31,17	31,27	31,37	31,47	31,57	31,67	31,77	31,87	31,97	32,07
6,4	32,17	32,27	32,37	32,47	32,57	32,67	32,78	32,88	32,98	33,08
6,5	33,18	33,29	33,39	33,49	33,59	33,70	33,80	33,90	34,00	34,11
6,6	34,21	34,32	34,42	34,52	34,63	34,73	34,84	34,94	35,05	35,15
6,7	35,26	35,36	35,47	35,57	35,68	35,78	35,89	36,00	36,10	36,21
6,8	36,32	36,42	36,53	36,64	36,75	36,85	36,96	37,07	37,18	37,28
6,9	37,39	37,50	37,61	37,72	37,83	37,94	38,05	38,16	38,26	38,37
7,0	38,48	38,59	38,70	38,82	38,93	39,04	39,15	39,26	39,37	39,48
7,1	39,59	39,70	39,82	39,93	40,04	40,15	40,26	40,38	40,49	40,60
7,2	40,72	40,83	40,94	41,06	41,17	41,28	41,40	41,51	41,62	41,74
7,3	41,85	41,97	42,08	42,20	42,31	42,43	42,54	42,66	42,78	42,89
7,4	43,01	43,12	43,24	43,36	43,47	43,59	43,71	43,83	43,94	44,06
7,5	44,18	44,30	44,41	44,53	44,65	44,77	44,89	45,01	45,13	45,25
7,6	45,36	45,48	45,60	45,72	45,84	45,96	46,08	46,20	46,32	46,45
7,7	46,57	46,69	46,81	46,93	47,05	47,17	47,29	47,42	47,54	47,66
7,8	47,78	47,91	48,03	48,15	48,27	48,40	48,52	48,65	48,77	48,89
7,9	49,02	49,14	49,27	49,39	49,51	49,64	49,76	49,89	50,01	50,14
8,0	50,27	50,39	50,52	50,64	50,77	50,90	51,02	51,15	51,28	51,40
8,1	51,53	51,66	51,78	51,91	52,04	52,17	52,30	52,42	52,55	52,68
8,2	52,81	52,94	53,07	53,20	53,33	53,46	53,59	53,72	53,85	53,98
8,3	54,11	54,24	54,37	54,50	54,63	54,76	54,89	55,02	55,15	55,29
8,4	55,42	55,55	55,68	55,81	55,95	56,08	56,21	56,35	56,48	56,61
8,5	56,75	56,88	57,01	57,15	57,28	57,41	57,55	57,68	57,82	57,95
8,6	58,09	58,22	58,36	58,49	58,63	58,77	58,90	59,04	59,17	59,31
8,7	59,45	59,58	59,72	59,86	59,99	60,13	60,27	60,41	60,55	60,68
8,8	60,82	60,96	61,10	61,24	61,38	61,51	61,65	61,79	61,93	62,07
8,9	62,21	62,35	62,49	62,63	62,77	62,91	63,05	63,19	63,33	63,48
9,0	63,62	63,76	63,90	64,04	64,18	64,33	64,47	64,61	64,75	64,90
9,1	65,04	65,18	65,33	65,47	65,61	65,76	65,90	66,04	66,19	66,33
9,2	66,48	66,62	66,77	66,91	67,06	67,20	67,35	67,49	67,64	67,78
9,3	67,93	68,08	68,22	68,37	68,51	68,66	68,81	68,96	69,10	69,25
9,4	69,40	69,55	69,69	69,84	69,99	70,14	70,29	70,44	70,58	70,73
9,5	70,88	71,03	71,18	71,33	71,48	71,63	71,78	71,93	72,08	72,23
9,6	72,38	72,53	72,68	72,84	72,99	73,14	73,29	73,44	73,59	73,75
9,7	73,90	74,05	74,20	74,36	74,51	74,66	74,82	74,97	75,12	75,28
9,8	75,43	75,58	75,74	75,89	76,05	76,20	76,36	76,51	76,67	76,82
9,9	76,98	77,13	77,29	77,44	77,60	77,76	77,91	78,07	78,23	78,38
10,0	78,54									

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Синусы

Гра- дусы	0' →	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1 ↓	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	86
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	80
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2391	0,2419	76
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	72
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	70
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	66
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4643	0,4669	0,4695	62
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	↑ 56
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	↓ 55
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' ←	Гра- дусы

Косинусы

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Продолжение

Синусы.

Гра- дусы	0' →	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
35 ↓	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54
36 ↓	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46
44	0,6947	0,6967	0,6988	0,7009	0,7030	0,7050	0,7071	45
45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	44
46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7314	43
47	0,7314	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42
48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41
49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	40
50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39
51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	38
52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7934	0,7951	0,7969	0,7986	37
53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	36
54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8192	35
55	0,8192	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34
56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	33
57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8465	0,8480	32
58	0,8480	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	31
59	0,8572	0,8587	0,8601	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	30
60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29
61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8829	28
62	0,8829	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	27
63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	26
64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	25
65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9135	24
66	0,9135	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	23
67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	22
68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	↑ 21
69	0,9336	0,9346	0,9356	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	20
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' ←	Гра- дусы

Косинусы

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Продолжение

Синусы

Гра- дусы	0' →	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19
71 ↓	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9502	0,9511	18
72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9555	0,9563	17
73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	16
74	0,9613	0,9621	0,9628	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	15
75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9681	0,9689	0,9696	0,9703	14
76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	13
77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9781	12
78	0,9781	0,9787	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	11
79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9833	0,9838	0,9843	0,9848	10
80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9
81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	8
82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	7
83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	6
84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	5
85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	↑ 1
89	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	↓ 0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' ←	Гра- дусы

Косинусы

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Продолжение

Тангенсы

Гра- дусы	0' →	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	89
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	88
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	87
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	86
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	85
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	84
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	83
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	82
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	81
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	80
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	79
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	78
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	77
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	76
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	75
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	74
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	73
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	72
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	71
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	70
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	69
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	68
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	67
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	66
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	65
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	64
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	63
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	62
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	61
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	60
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	59
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	58
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	57
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	56
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' ←	Гра- дусы

Котангенсы

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Продолжение

Тангенсы

Гра- дусы	0' →	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
35 ↓	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54
36 ↓	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53
37 ↓	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45
45	1,000	1,006	1,012	1,018	1,024	1,030	1,036	44
46	1,036	1,042	1,048	1,054	1,060	1,066	1,072	43
47	1,072	1,079	1,085	1,091	1,098	1,104	1,111	42
48	1,111	1,117	1,124	1,130	1,137	1,144	1,150	41
49	1,150	1,157	1,164	1,171	1,178	1,185	1,192	40
50	1,192	1,199	1,206	1,213	1,220	1,228	1,235	39
51	1,235	1,242	1,250	1,257	1,265	1,272	1,280	38
52	1,280	1,288	1,295	1,303	1,311	1,319	1,327	37
53	1,327	1,335	1,343	1,351	1,360	1,368	1,376	36
54	1,376	1,385	1,393	1,402	1,411	1,419	1,428	35
55	1,428	1,437	1,446	1,455	1,464	1,473	1,483	34
56	1,483	1,492	1,501	1,511	1,520	1,530	1,540	33
57	1,540	1,550	1,560	1,570	1,580	1,590	1,600	32
58	1,600	1,611	1,621	1,632	1,643	1,653	1,664	31
59	1,664	1,675	1,686	1,698	1,709	1,720	1,732	30
60	1,732	1,744	1,756	1,767	1,780	1,792	1,804	29
61	1,804	1,816	1,829	1,842	1,855	1,868	1,881	28
62	1,881	1,894	1,907	1,921	1,935	1,949	1,963	27
63	1,963	1,977	1,991	2,006	2,020	2,035	2,050	26
64	2,050	2,066	2,081	2,097	2,112	2,128	2,145	25
65	2,145	2,161	2,177	2,194	2,211	2,229	2,246	24
66	2,246	2,264	2,282	2,300	2,318	2,337	2,356	23
67	2,356	2,375	2,394	2,414	2,434	2,455	2,475	22
68	2,475	2,496	2,517	2,539	2,560	2,583	2,605	↑ 21
69	2,605	2,628	2,651	2,675	2,699	2,723	2,747	↑ 20
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' ←	Гра- дусы

Котангенсы

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Продолжение

Тангенсы

Гра- дусы	0' →	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
70 ↓	2,747	2,773	2,798	2,824	2,850	2,877	2,904	
71 ↓	2,904	2,932	2,960	2,989	3,018	3,047	3,078	19
72	3,078	3,108	3,140	3,172	3,204	3,237	3,271	18
73	3,271	3,305	3,340	3,376	3,412	3,450	3,487	17
74	3,487	3,526	3,566	3,606	3,647	3,689	3,732	16
75	3,732	3,776	3,821	3,867	3,914	3,962	4,011	15
76	4,011	4,061	4,113	4,165	4,219	4,275	4,331	14
77	4,331	4,390	4,449	4,511	4,574	4,638	4,705	13
78	4,705	4,773	4,843	4,915	4,989	5,066	5,145	12
79	5,145	5,226	5,309	5,396	5,485	5,576	5,671	11
80	5,671	5,769	5,871	5,976	6,084	6,197	6,314	10
81	6,314	6,435	6,561	6,691	6,827	6,968	7,115	9
82	7,115	7,269	7,429	7,596	7,770	7,953	8,144	8
83	8,144	8,345	8,556	8,777	9,010	9,255	9,514	7
84	9,514	9,788	10,078	10,385	10,712	11,059	11,430	6
85	11,430	11,826	12,251	12,706	13,197	13,727	14,301	5
86	14,301	14,924	15,605	16,350	17,169	18,075	19,081	4
87	19,081	20,206	21,470	22,904	24,542	26,432	28,636	3
88	28,636	31,242	34,368	38,188	42,964	49,104	57,290	↑ 2
89	57,290	68,750	85,940	114,59	171,89	343,77	∞	↑ 1
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0' ←	Гра- дусы

Котангенсы

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ПЕРЕВОДА МЕР ИЗ МЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В АНГЛИЙСКУЮ СИСТЕМУ МЕР И ОБРАТНО

Перевод долей дюйма в миллиметры

64-е до- ли дюйма	мм	64-е до- ли дюйма	мм	64-е до- ли дюйма	мм	64-е до- ли дюйма	мм
1	0,397	17	6,747	33	13,097	49	19,447
2-1/32	0,794	18-9/32	7,144	34-17/32	13,494	50-25/32	19,844
3	1,191	19	7,541	35	13,891	51	20,241
4-1/16	1,587	20-5/16	7,937	36-9/16	14,287	52-13/16	20,638
5	1,984	21	8,334	37	14,684	53	21,034
6-3/32	2,381	22-11/32	8,731	38-19/32	15,081	54-27/32	21,431
7	2,778	23	9,128	39	15,478	55	21,828
8-1/8	3,175	24-3/8	9,525	40-5/8	15,875	56-7/8	22,225
9	3,572	25	9,922	41	16,272	57	22,622
10-5/32	3,969	26-13/32	10,319	42-21/32	16,669	58-29/32	23,019
11	4,366	27	10,716	43	17,066	59	23,416
12-3/16	4,762	28-7/16	11,112	44-11/16	17,462	60-15/16	23,812
13	5,159	29	11,509	45	17,859	61	24,209
14-7/32	5,556	30-15/32	11,906	46-23/32	18,256	62-31/32	24,606
15	5,953	31	12,303	47	18,653	63	25,003
16-1/4	6,350	32-1/2	12,700	48-3/4	19,050	64-1	25,400

Перевод миллиметров в дюймы

мм	Дюймы	мм	Дюймы	мм	Дюймы	мм	Дюймы	мм	Дюймы
0,01	0,0004	0,1	0,0039	1	0,0394	10	0,3937	100	3,9370
0,02	0,0008	0,2	0,0079	2	0,0787	20	0,7874	200	7,8740
0,03	0,0012	0,3	0,0118	3	0,1181	30	1,1811	300	11,8110
0,04	0,0016	0,4	0,0158	4	0,1575	40	1,5748	400	15,7480
0,05	0,0020	0,5	0,0197	5	0,1969	50	1,9685	500	19,6851
0,06	0,0024	0,6	0,0236	6	0,2362	60	2,3622	600	23,6221
0,07	0,0028	0,7	0,0276	7	0,2756	70	2,7559	700	27,5591
0,08	0,0032	0,8	0,0315	8	0,3150	80	3,1496	800	31,4961
0,09	0,0035	0,9	0,0354	9	0,3543	90	3,5433	900	35,4331

Перевод футов в метры

Футы	м	Футы	м	Футы	м	Футы	м	Футы	м
1	0,3048	15	4,5720	29	8,8391	43	13,106	57	17,374
2	0,6096	16	4,8768	30	9,1440	44	13,411	58	17,678
3	0,9144	17	5,1816	31	9,4497	45	13,716	59	17,983
4	1,2192	18	5,4864	32	9,7537	46	14,021	60	18,288
5	1,5240	19	5,7911	33	10,058	47	14,326	61	18,593
6	1,8288	20	6,0960	34	10,363	48	14,630	62	18,897
7	2,1336	21	6,4007	35	10,668	49	14,935	63	19,202
8	2,4381	22	6,7055	36	10,973	50	15,240	64	19,507
9	2,7432	23	7,0103	37	11,278	51	15,545	65	19,812
10	3,0480	24	7,3151	38	11,582	52	15,850	66	20,117
11	3,3528	25	7,6199	39	11,887	53	16,154	67	20,421
12	3,6576	26	7,9247	40	12,192	54	16,459	68	20,726
13	3,9624	27	8,2295	41	12,497	55	16,764	69	21,031
14	4,2672	28	8,5343	42	12,802	56	17,069	70	21,336

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ПЕРЕВОДА МЕР ИЗ МЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В АНГЛИЙСКУЮ СИСТЕМУ МЕР И ОБРАТНО

Продолжение

Перевод кв. дюймов в кв. сантиметры

Кв. дюймы	см ²									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		6,45	12,90	19,36	25,81	32,26	38,71	45,16	51,61	58,07
10	64,52	70,97	77,42	83,87	90,32	96,77	103,23	109,68	116,13	122,58
20	129,03	135,48	141,94	148,39	154,84	161,29	167,74	174,19	180,65	187,10
30	193,55	200,00	206,45	212,90	219,36	225,81	232,26	238,71	245,16	251,61
40	258,07	264,52	270,97	277,42	283,87	290,32	296,77	303,23	309,68	316,13
50	322,58	329,03	335,48	341,93	348,39	354,84	361,29	367,74	374,19	380,65
60	387,10	393,55	400,00	406,45	412,90	419,36	425,81	432,26	438,71	445,16
70	451,61	458,07	464,52	470,97	477,42	483,87	490,32	496,78	503,23	509,68
80	516,13	522,58	529,03	535,48	541,94	548,39	554,84	561,29	567,74	574,19
90	580,65	587,10	593,55	600,00	606,45	612,90	619,36	625,81	632,26	638,71
100	645,17	651,62	658,07	664,52	670,97	677,42	683,88	690,33	696,78	703,23

Перевод кв. футов в кв. метры

Кв. футы	м ²									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,0929	0,1858	0,2787	0,3716	0,4645	0,5574	0,6503	0,7432	0,8361
10	0,9290	1,0219	1,1148	1,2077	1,3006	1,3936	1,4865	1,5794	1,6723	1,7652
20	1,8581	1,9510	2,0439	2,1368	2,2297	2,3226	2,4155	2,5084	2,6013	2,6942
30	2,7871	2,8800	2,9729	3,0658	3,1587	3,2516	3,3445	3,4374	3,5303	3,6232
40	3,7161	3,8090	3,9019	3,9948	4,0878	4,1807	4,2736	4,3665	4,4594	4,5523
50	4,6452	4,7381	4,8310	4,9239	5,0168	5,1097	5,2026	5,2955	5,3884	5,4813
60	5,5742	5,6671	5,7600	5,8529	5,9458	6,0387	6,1316	6,2245	6,3174	6,4103
70	6,5032	6,5961	6,6890	6,7819	6,8749	6,9678	7,0607	7,1536	7,2465	7,3394
80	7,4323	7,5252	7,6181	7,7110	7,8039	7,8968	7,9897	8,0826	8,1755	8,2684
90	8,3613	8,4542	8,5471	8,6400	8,7329	8,8258	8,9187	9,0116	9,1045	9,1974
100	9,2903	9,3832	9,4761	9,5690	9,6619	9,7548	9,8477	9,9406	10,0335	10,1264

Перевод куб. футов в куб. метры

Куб. футы	м ³									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,0283	0,0566	0,0850	0,1133	0,1416	0,1699	0,1982	0,2265	0,2549
10	0,2832	0,3115	0,3398	0,3681	0,3964	0,4248	0,4531	0,4814	0,5097	0,5380
20	0,5663	0,5947	0,6230	0,6513	0,6796	0,7079	0,7362	0,7646	0,7929	0,8212
30	0,8495	0,8778	0,9061	0,9345	0,9628	0,9911	0,0194	1,0477	1,0760	1,1044
40	1,1327	1,1610	1,1893	1,2176	1,2459	1,2743	1,3026	1,3309	1,3592	1,3875
50	1,4159	1,4442	1,4725	1,5008	1,5291	1,5574	1,5858	1,6141	1,6424	1,6707
60	1,6990	1,7273	1,7557	1,7840	1,8123	1,8406	1,8689	1,8972	1,9256	1,9539
70	1,9822	2,0105	2,0388	2,0671	2,0955	2,1238	2,1521	2,1804	2,2087	2,2370
80	2,2654	2,2937	2,3220	2,3503	2,3786	2,4069	2,4353	2,4636	2,4919	2,5202
90	2,5485	2,5768	2,6052	2,6335	2,6618	2,6901	2,7184	2,7468	2,7751	2,8034
100	2,8317	2,8600	2,8884	2,9167	2,9450	2,9733	3,0016	3,0300	3,0583	3,0866

ТАБЛИЦЫ ДЛЯ ПЕРЕВОДА МЕР ИЗ МЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В АНГЛИЙСКУЮ СИСТЕМУ МЕР И ОБРАТНО

Продолжение

Перевод английских фунтов в килограммы и обратно

кг	кг, или английские фунты	Англий- ские фунты	кг	кг, или английские фунты	Англий- ские фунты	кг	кг, или английские фунты	Англий- ские фунты
0,4536	1	2,2046	8,1647	18	39,6832	24,9476	55	121,2542
0,9072	2	4,4092	8,6182	19	41,8878	27,2155	60	132,2773
1,3608	3	6,6139	9,0718	20	44,0924	29,4835	65	143,3004
1,8144	4	8,8185	9,5254	21	46,2970	31,7515	70	154,3236
2,2680	5	11,0231	9,9790	22	48,5017	34,0194	75	165,3466
2,7216	6	13,2277	10,4326	23	50,7063	36,2874	80	176,3698
3,1751	7	15,4324	10,8862	24	52,9106	40,8233	90	198,4160
3,6287	8	17,6370	11,3398	25	55,1155	45,3593	100	220,4622
4,0823	9	19,8416	11,7834	26	57,3202	90,7185	200	440,9245
4,5359	10	22,0462	12,2470	27	59,5248	136,0777	300	661,3867
4,9895	11	24,2508	12,7006	28	61,7294	181,4370	400	881,8489
5,4431	12	26,4554	13,1542	29	63,9340	226,7962	500	1102,3115
5,8967	13	28,6601	13,8607	30	66,1387	272,1555	600	1322,7734
6,3503	14	30,8647	15,8757	35	77,1617	317,5147	700	1543,2356
6,8039	15	33,0693	18,1437	40	88,1849	362,8739	800	1763,6978
7,2575	16	35,2739	20,4117	45	99,2079	408,2332	900	1984,1601
7,7111	17	37,4886	22,6796	50	110,2311	453,5924	1000	2204,6223

Перевод английских фунтов/кв. дюйм (psi) в кг/см²

Английские фунты/кв. дюйм	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	кг/см ²									
0	0	0,0703	0,1406	0,2109	0,2812	0,3515	0,4218	0,4921	0,5625	0,6328
10	0,7031	0,7734	0,8437	0,9140	0,9843	1,0546	1,1249	1,1952	1,2655	1,3358
20	1,4062	1,4765	1,5468	1,6171	1,6874	1,7577	1,8280	1,8983	1,9686	2,0389
30	2,1092	2,1795	2,2498	2,3202	2,3905	2,4608	2,5311	2,6014	2,6717	2,7420
40	2,8123	2,8820	2,9529	3,0232	3,0935	3,1639	3,2342	3,3045	3,3748	3,4451
50	3,5154	3,5857	3,6560	3,7263	3,7966	3,8669	3,9372	4,0075	4,0779	4,1482
60	4,2185	4,2888	4,3591	4,4294	4,4997	4,5700	4,6403	4,7106	4,7809	4,8512
70	4,9216	4,9919	5,0622	5,1325	5,2028	5,2731	5,3434	5,4137	5,4840	5,5543
80	5,6246	5,6949	5,7652	5,8356	5,9059	5,9762	6,0465	6,1168	6,1871	6,2574
90	6,3277	6,3980	6,4683	6,5386	6,6089	6,6793	6,7496	6,8199	6,8902	6,9605
100	7,0308	7,1011	7,1714	7,2417	7,3120	7,3823	7,4526	7,5229	7,5929	7,6636

АНГЛИЙСКАЯ СИСТЕМА МЕР

Основная единица — ярд

Название меры и единичные соотношения	Английское название	В метрических мерах
Меры длины		
1 англ. миля = 1760 ярд.	statute или English mile	1,6093 км
1 ярд = 3 фут. = 36 дюйм.	yard	0,9144 м
1 фут = 12 дюйм. = 1 русск. фут.	foot (ft)	0,3048 м
1 дюйм = 1 русск. дюйм	inch (in)	2,5400 см
1 англ. морск. миля = 6080 фут. = 1,7371 версты	nautical mile	1,8532 км
1 англ. морск. сажень = 6 фут.	fathom	1,8288 м
1 кабельтов = 0,1 морск. мили	cable's length	185,3 м
1 цепь = 100 звен. = 22 ярд. = 66 фут.	chain	20,117 м
Меры поверхности		
1 кв. англ. миля = 640 акр.	square mile	259 га = 2,58999 км ²
1 акр = 4840 кв. ярд.	acre	0,404686 га
1 кв. ярд = 9 кв. фут.	square yard	0,8361 м ²
1 кв. фут = 144 кв. дюйм.	square foot	9,290 дм ²
1 кв. дюйм	square inch	6,452 см ²
Меры объема		
1 регистр. тонна = 100 куб. фут.	register ton	2,832 м ³
1 куб. ярд = 27 куб. фут.	cubic yard	0,764555 м ³
1 куб. фут. = 1728 куб. дюйм	cubic foot	28,317 дм ³
1 куб. дюйм	cubic inch	16,387 см ³
Меры емкости		
1 квартал = 64 галлонам = 8 бушелям	quarter	290,94 л
1 бушель = 8 галлонам	bushel	36,368 л
1 галлон = 4 квартам = 0,3696 ведра = 7,39 бутылки *	imperial gallon	4,546 л
1 кварта = 2 пинты	quart	1,1365 л
1 пинта = 0,924 бутылки	pint	0,56825 л
Меры веса		
1 англ. тонна = 20 центн.	ton, long ton	1,0160470 т
1 центнер = 112 торг. фунт.	hundredweight	50,802352 кг
1 торг. фунт = 16 торг. унц. = 7000 англ. гран.	avoirdupois pound	0,45359 кг
1 торг. унция = 16 драхм.	ounce (oz)	28,3495 г
1 аптекарская унция = 8 апт. драхм.	—	31,103 г
1 торг. драхма	dram	1,7718 г
1 апт. драхма = 3 скрупул. = 60 гран.	—	3,888 г
1 англ. гран. = 1/7000 торг. фунт.	grain	64,7989 мг

* 1 ведро = 27 бутылкам (шириным или водочным).

АМЕРИКАНСКАЯ СИСТЕМА МЕР

В США принята английская система мер с изменениями, указанными в следующей таблице:

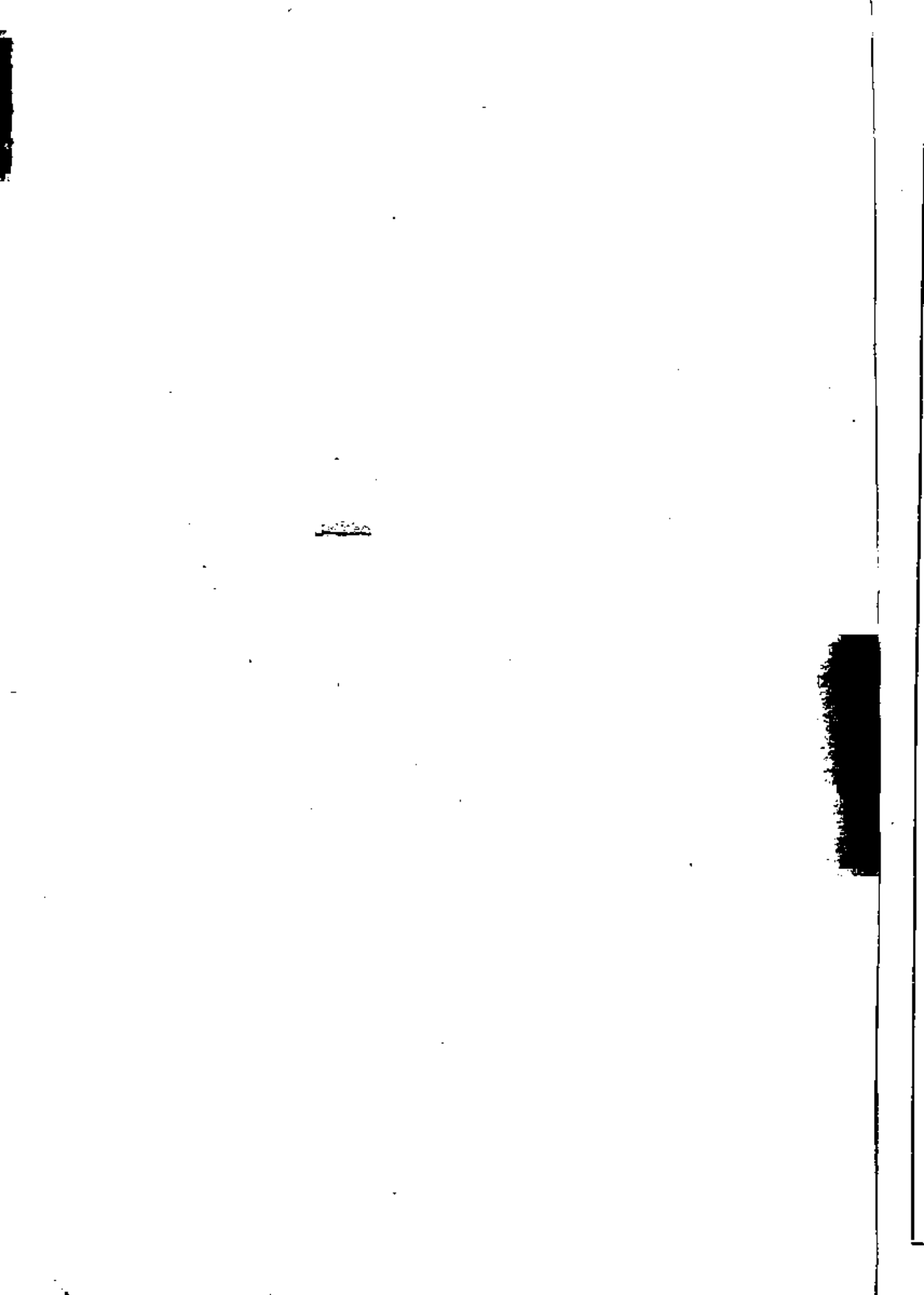
Название меры и единичные соотношения	Американское название	В метрических мерах
1 галлон = 0,833 англ. галлона = 4 квартам = 8 пинтам	gallon	3,785 л
1 сухой галлон	»	4,4048 л
1 баррель керосина = 42 галлонам	barrel	1,588 гл
1 малая тонна = 2000 англ. фунт.	short ton	0,907 т

Перевод американских галлонов в литры

Галлоны американские	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	л									
0	0	3,78	7,57	11,36	15,14	18,93	22,71	26,50	30,28	34,07
10	37,85	41,64	45,42	49,21	53,00	56,78	60,57	64,35	68,14	71,92
20	75,71	79,49	83,28	87,06	90,85	94,64	98,42	102,21	105,99	109,78
30	113,56	117,35	121,13	124,92	128,70	132,49	136,28	140,06	143,85	147,63
40	151,42	155,20	158,99	162,77	166,56	170,34	174,13	177,92	181,70	185,49
50	189,27	193,06	196,84	200,63	204,41	208,20	211,98	215,77	219,56	223,34
60	227,13	230,91	234,70	238,48	242,27	246,05	249,84	253,62	257,41	261,19
70	264,98	268,77	272,55	276,34	280,12	283,91	287,69	291,48	295,26	299,05
80	302,83	306,62	310,41	314,19	317,98	321,76	325,55	329,33	333,12	336,90
90	340,69	344,47	348,26	352,05	355,83	359,62	363,40	367,19	370,97	374,76
100	378,54	382,33	386,11	389,90	393,69	397,47	401,26	405,04	408,83	412,61

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

МАТЕМАТИКА



ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ *

I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Производя вычисления с приближенными величинами, следует иметь в виду необходимую точность конечного результата, а также и точность, которая может быть достигнута при данных математических действиях над данными приближенными числами.

Для значительного числа инженерных расчетов конечный результат вычислений может быть принят с меньшей точностью, чем та, которая достижима при введении в расчет табличных величин со всеми знаками, помещенными в таблицах. Поэтому при помещении в формулы табличных значений приближенных величин необходимо отбрасывать лишние знаки, производя «округление». **

Отбрасывание лишних знаков с учетом точности конечного результата может быть выполнено правильно на основе данных, приведенных на стр. 59.

Округление приближенных величин при введении их значений в расчетные формулы значительно снижает затраты времени на вычисления.

Так как результат действия над приближенными числами является числом приближенным, то, вводя в последующие формулы расчета результат промежуточного вычисления, его следует округлить. При округлении результата промежуточного вычисления необходимо отбросить не только лишние знаки, но провести его так, чтобы результат промежуточного вычисления содержал только «верные» знаки. ***

В конечном результате ряда вычислений также должны быть оставлены только верные знаки.

Число верных знаков результата математических действий определяется на основании теорем теории погрешностей, практические указания о применении которых сведены в таблице на стр. 60, а основные определения, необходимые для свободного оперирования с данными этой таблицы, приведены на стр. 56—60.

Сохранение неверных знаков в результатах промежуточных вычислений приводит не только к непроизводительной затрате времени, но и создает неправильное представление о точности конечного результата. При сохранении неверных знаков промежуточных результатов конечный результат вычисления будет указан с точностью, которая недостижима при данных математических действиях над данными приближенными числами. Такой результат расчета является свидетельством недостаточной технической грамотности лица, выполнявшего расчет.

* Раздел «Математика» составлен по материалам: И. Н. Бронштейн и К. А. Семендяев. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, ГИИТЛ, 1957; Справочник металлиста. Машгиз, 1957.

** Правила выполнения округлений см. стр. 57.

*** См. стр. 56.

II. ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Истинная абсолютная погрешность (или абсолютная погрешность) α Абсолютной погрешностью называется разность между точным значением x и его приближенным значением a

$$[x - a] = \alpha.$$

Предельная абсолютная погрешность Δ_a

Предельной абсолютной погрешностью называется наименьшее число, меньше которого всегда остается абсолютная погрешность рассматриваемого приближенного числа

$$[x - a] < \Delta_a$$

и, следовательно,

$$[\alpha] < \Delta_a.$$

т. е. истинная абсолютная погрешность всегда меньше предельной абсолютной погрешности.

Предельная относительная погрешность δ_a

Предельной относительной погрешностью называется отношение предельной абсолютной погрешности приближенного числа к самому приближенному числу

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a}.$$

Это отношение выражают обычно в процентах.

Пример. $\pi = 3,1415926 \dots$; приближенное значение $\pi = 3,14$; истинная абсолютная погрешность $\alpha = 0,0015926 \dots$

Принимая предельную абсолютную погрешность $\Delta_a = 0,0016 > \alpha$, предельная относительная погрешность будет

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{a} = \frac{0,0016}{3,14} = 0,00051 = 0,051\%.$$

Значащие цифры

Значащими цифрами числа называют все его цифры, за исключением нулей слева до первой цифры, отличной от нуля, и нулей справа, стоящих вместо неизвестных цифр.

Пример. 147,03 — пять значащих цифр;

0,0017 — две значащие цифры;

1 кг = 1000 г — здесь нули — значащие цифры;

$G = 810000 \text{ кг/см}^2$ — здесь нули поставлены вместо неизвестных цифр.

Верные знаки

Если абсолютная погрешность величины a не превосходит половины единицы, которая стоит на месте последнего (n -го) знака, то говорят, что у числа a все знаки верны.

Пример.

$\frac{2}{3} = 0,666 \dots \approx 0,67$; здесь — две верные цифры, так как погреш-

ность $0,00333 \dots$ не больше $\frac{1}{2} \cdot 0,01 = 0,005$;

$\frac{1}{3} = 0,333 \dots \approx 0,33$; так же и здесь две верные цифры, так

как погрешность не более $\frac{1}{2} \cdot 0,01 = 0,005$.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

Оценка погрешности приближенного числа

Указание числа верных значащих цифр является оценкой погрешности приближенного числа. Нули с левой стороны при подсчете значащих цифр не считаются.

Зная число верных значащих цифр n , можно определить относительную погрешность числа a по формуле

$$\delta_a \leq \frac{1}{2 \cdot 10^{n-1}},$$

где z — первая значащая цифра числа a .

Число верных знаков

Если число a имеет относительную погрешность δ_a , то число верных знаков n определяется по формуле

$$(1 + z) \delta_a \leq 10^{1-n},$$

где n — наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству.

Пример. Результат действия над приближенными числами $a = 47,542$. Известно также, что $\delta_a = 0,1\%$. В этом случае a имеет три верных знака, так как

$$(1 + 4) \cdot 0,001 < 10^{1-3}.$$

Округление

Если приближенное число имеет лишние или неверные знаки, их следует отбросить. Приняты два способа округления.

Первый способ. Если первая отбрасываемая цифра больше 4, последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу. Если отбрасываемая часть состоит только из одной цифры 5, округление делается так, чтобы последняя цифра оказалась четной.

Пример. Дано: $a = 43,5$ и $a = 4,325$. Округляя, имеем $a = 44$ и $a = 4,32$.

Второй способ. Если первая отбрасываемая цифра равна или больше 5, последняя сохраняемая цифра числа увеличивается на единицу.

Пример. $l = 2,7182828 \dots$. Округляя, имеем $l = 2,7$; $l = 2,72$; $l = 2,718$; $l = 2,7183$ и т. д.

Погрешность при округлении

При округлении возникает погрешность, не превышающая половины единицы разряда последней значащей цифры округляемого числа.

Число верных знаков при округлении

Для того чтобы после округления все знаки были верными, погрешность до округления должна быть не больше половины единицы того разряда, до которого предполагается делать округление.

Если учесть возможную погрешность округления, то следует положить

$$(1 + z) \delta_a \leq 0,5 \cdot 10^{1-n}.$$

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

III. ПОГРЕШНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЕЙСТВИЯ НАД ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ, ВЫРАЖЕННАЯ ЧЕРЕЗ ПОГРЕШНОСТИ ПЕРВОНАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Результат действия	Погрешность	Величина погрешности
Алгебраическая сумма	Относительная	Заклучена между наибольшей и наименьшей из относительных погрешностей слагаемых
	Предельная абсолютная	Равна сумме предельных абсолютных погрешностей слагаемых
Произведение	Относительная	Равна сумме относительных погрешностей сомножителей
Частное	Относительная	Равна сумме относительных погрешностей делимого и делителя
n-я степень приближенного числа (для целых и для дробных n)	Относительная	В n раз больше относительной погрешности основания

Примеры. 1) $P = ab^2$; $\Delta_P = P\delta_P = P(\delta_a + 2\delta_b)$; 2) $x = \sqrt{\frac{a}{1+b}}$;
 $\delta_x = \frac{1}{2}(\delta_a + \delta_{1+b}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_a}{a} + \frac{\Delta_b}{1+b}\right)$.

IV. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ФУНКЦИИ, ЗНАЧЕНИЕ КОТОРОЙ НАХОДИТСЯ ПО ТАБЛИЦАМ

Если аргумент задан с погрешностью Δ_x , для определения погрешности $f(x)$ следует найти с помощью линейной интерполяции (см. стр. 61) приращение функции, соответствующее $\pm \Delta_x$, абсолютная величина которого и дает предельную абсолютную погрешность $f(x)$.

Пример. Если диаметр круга $D = 5,92$ см имеет погрешность $\Delta_D = 0,005$, соответствующая погрешность площади круга равна $0,045$ см² (см. стр. 41).

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

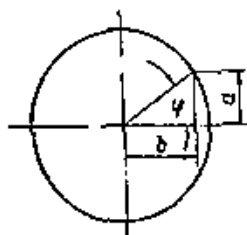
V. ПОЛУЧЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТА ДЕЙСТВИЙ НАД ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Согласно таблице на стр. 58 в каждом конкретном случае могут быть составлены формулы для погрешности результата. В этих формулах погрешность результата выражена через погрешности первоначальных данных. При заданной погрешности результата величины погрешностей первоначальных данных должны быть выбраны так, чтобы удовлетворялось написанное равенство. Очевидно, что решение таких задач неоднозначно и требует дополнительных предположений.

Пример. С какой точностью должны быть определены координаты точки, лежащей на окружности, чтобы погрешность угла φ , определенного по его тангенсу, не превышала одной минуты.

Для решения задачи требуются дополнительные данные. Предположим, что известно приблизительное отношение координат точки a и b и что отношение их $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$. Это предположение допустимо,

так как если точка задана, значит и координаты ее известны.



Погрешность конечного результата в приведенном примере есть погрешность функции, т. е. не что иное, как возможное приращение функции, которое она получает, если ее аргументам дать приращение, равное их погрешностям. Так как погрешности обычно достаточно малы, то допустима замена приращений дифференциалами. Если известны только предельные абсолютные погрешности аргументов, при вычислении дифференциалов следует для всех производных брать их абсолютные значения.

Так как $\operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b}$, то

$$d\varphi = \frac{bda - adb}{a^2 + b^2}, \quad \Delta\varphi = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{a^2 + b^2}.$$

В этой формуле остаются неизвестными Δa и Δb , и для решения задачи необходимо сделать еще одно предположение. Можно предположить, что $\Delta a = \Delta b$, т. е. что абсолютные погрешности координат точки равны. При этом

$$1' = 0,00029 = \frac{3a\Delta a + a\Delta b}{a^2 + b^2} = \frac{4\Delta a}{(1^2 + 3^2)a}, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta a}{a} = 0,0007,$$

т. е. $\delta_a = 0,0007$.

Следовательно, допустима одинаковая абсолютная погрешность координат точки, дающая для меньшей из них относительную погрешность 0,07%.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

VI. ВЫЧИСЛЕНИЕ БЕЗ ТОЧНОГО УЧЕТА ПОГРЕШНОСТЕЙ

Точный учет погрешностей на основе изложенного на стр. 58 дает величину, заведомо превосходящую истинную величину погрешности. Предполагается, что различные погрешности усиливают друг друга, а это бывает крайне редко.

Правила «подсчета цифр» дают возможность значительно упростить вычисления. При соблюдении этих правил только в отдельных случаях возможна ошибка в последнем знаке в несколько единиц.

Действие	Число сохраняемых в результате знаков
1. Сложение и вычитание	Столько десятичных знаков, сколько их в приближенном данном с наименьшим числом десятичных знаков
2. Умножение и деление	Столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное с наименьшим числом значащих цифр
3. Возведение в квадрат и куб	Столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень число *
4. Извлечение квадратного или кубического корня	Столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное значение подкоренного числа **
5. Вычисление с помощью логарифмов одночленного выражения	Следует пользоваться таблицами с числом десятичных знаков, большим на единицу, чем число значащих цифр в приближенном данном с наименьшим числом значащих цифр. В окончательном результате последняя значащая цифра отбрасывается

Примечания. 1. Если некоторые данные имеют больше десятичных знаков (для 1-го случая) или больше значащих цифр (для 2-го, 3-го или 4-го случаев), чем другие, их предварительно следует округлить, сохраняя лишь одну лишнюю цифру. 2. Во всех промежуточных результатах следует сохранять одной цифрой больше, чем рекомендовано в случаях 1—4. В окончательном результате «запасную цифру» отбросить. 3. Если данные можно брать с произвольной точностью, для получения результата с k цифрами данные следует брать с таким числом цифр, какое дает, согласно случаям 1—4, $(k + 1)$ цифру в результате.

* Последняя цифра квадрата и особенно куба при этом менее надежна, чем последняя цифра основания.

** Последняя цифра квадратного и особенно кубического корня при этом более надежна, чем последняя цифра подкоренного числа.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

VII. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

Если аргумент задан с большей точностью, чем дано в таблице, необходимое значение функции лежит в промежутке ее табличных значений и определяется с помощью интерполяции.

Виды интерполяции

линейная *	квадратичная (по Бесселю)
<p>Допускается, что приращение функции пропорционально приращению аргумента</p> <p>В таблицах соседним значениям аргумента x_0 и x_1 соответствует</p> $x_0 \dots \dots \dots f(x_0) = y_0$ <p>и</p> $x_1 = x_0 + h \dots \dots \dots f(x_1) = y_1 = y_0 + \Delta.$ <p>Если заданное значение аргумента x лежит между табличными значениями x_0 и x_1, принимают</p> $f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{h} \Delta;$ <p>$\frac{x - x_0}{h} \Delta$ — интерполяционная поправка</p> <p><small>Примечание. Для облегчения вычислений следует пользоваться таблицами пропорциональных частей (см. стр. 63, 64), которые содержат произведения Δ (от 1) до 90) на 0,1; 0,2; . . . ; 0,9</small></p>	<p>Принимают</p> $f(x) = f(x_0) + k\Delta_0 - k_1(\Delta_1 - \Delta_{-1}),$ <p>где $f(x)$ — значение функции аргумента, отсутствующего в таблицах (искомое);</p> <p>$f(x_0)$ — значение функции аргумента меньшего, чем данный, но ближайшего к данному и имеющегося в таблицах;</p> $k = \frac{x - x_0}{h},$ <p>x — данный аргумент;</p> <p>x_0 — значение меньшего, ближайшего к данному, аргумента;</p> <p>h — разность двух соседних аргументов в таблицах;</p> <p>Δ_0 — разность функций аргументов x_0 и $x_0 + h$;</p> <p>Δ_1 — разность функций аргументов $x_0 + 2h$ и $x_0 + h$;</p> <p>k_1 — величина, определяемая по таблице на стр. 65 в зависимости от k;</p> <p>Δ_{-1} — разность функций аргументов x_0 и $x_0 - h$</p>

Примеры

Линейная интерполяция	Квадратичная интерполяция
<p>Искомое: $1,6754^2$</p> <p>В таблицах на стр. 8 находим</p> $1,67^2 = 2,789; \quad 1,68^2 = 2,822;$ $\Delta = 0,33.$ <p>Из таблиц на стр. 63</p> $0,5 \cdot 33 = 16,5; \quad 0,04 \cdot 33 = 1,3;$ $\Delta \frac{x_1 - x_0}{h} = 16,5 + 1,3 \approx 18;$ $1,6754^2 = 2,807$	<p>Искомое: $\text{tg } 85^\circ 33'$.</p> <p>Находим в таблице на стр. 47</p> $(h = 10')$ $k = 0,3; \quad k_1 = 0,052.$ <p>Поправка равна</p> $0,3 \cdot 491 - 0,052 \cdot 75 \approx 143;$ $\text{tg } 85^\circ 33' = 12,849$

* Погрешность линейной интерполяции не превышает единицы разряда последней значащей цифры, если только две соседние разности Δ_0 и Δ_1 отличаются не больше, чем на 4 единицы (последнего знака). Если это условие не выполнено (как, например, в таблице $\text{tg } x$ при $x > 80^\circ$), необходимо пользоваться более сложными интерполяционными формулами.

VIII. ПРАВИЛА СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ

Общие указания

При применении изложенных ниже правил не только экономится время выполнения вычисления, но и результат вычисления не содержит лишних знаков.

Умножение

Из двух сомножителей множимым берут более точное число, а менее точное пишут под более точным в качестве множителя. Множимое умножают на первую слева цифру множителя, отделяя результат от сомножителей чертой, как и при обычном умножении. Затем в множимом зачеркивают крайнюю правую цифру. В множимое желательнее внести поправку на зачеркнутую цифру. После внесения поправки множимое, уменьшенное на один знак, умножают на следующую цифру множителя (вторую слева) и результат подписывают под результатом, полученным ранее (пример выполнения записи см. ниже).

Деление

При делении следует округлить то число, которое имеет больше значащих цифр, оставив в нем одной значащей цифрой больше, чем их имеется в другом приближенном числе. При выполнении деления вместо обычного приписывания нулей к остаткам следует зачеркивать по одной цифре делителя. На зачеркнутые цифры (см. 128, выделенные в примерах) следует при умножении вносить поправки.

Пример записи при умножении

$$\begin{array}{r}
 4,128 \\
 2,953 \\
 \hline
 8,256 \\
 3,715 \\
 + \quad 206 \\
 \quad 12 \\
 \hline
 12,189 \approx 12,19
 \end{array}$$

Пример записи при делении

$$\begin{array}{r}
 12,189 \overline{) 4,128} \\
 - 8,256 \\
 \hline
 3,933 \\
 - 3,715 \\
 \hline
 218 \\
 - 206 \\
 \hline
 12 \\
 - 12 \\
 \hline

 \end{array}$$

IX. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЙ С МАЛЫМИ ЧИСЛАМИ И ЧИСЛАМИ, МАЛО ОТЛИЧАЮЩИМИСЯ ОТ ЕДИНИЦЫ

- | | |
|---|---|
| <p>1) $(1 \pm a)^2 \approx 1 \pm 2a;$</p> <p>2) $(1 \pm a)^3 \approx 1 \pm 3a;$</p> <p>3) $\frac{1}{1 \pm a} \approx 1 \mp a;$</p> <p>4) $\frac{1}{(1 \pm a)^2} \approx 1 \mp 2a;$</p> <p>5) $\frac{1}{(1 \pm a)^3} \approx 1 \mp 3a;$</p> | <p>6) $\sqrt{1 \pm a} \approx 1 \pm \frac{1}{2} a;$</p> <p>7) $\sqrt[3]{1 \pm a} \approx 1 \pm \frac{1}{3} a;$</p> <p>8) $\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} \approx 1 \mp \frac{1}{2} a;$</p> <p>9) $\frac{1}{\sqrt[3]{1 \pm a}} \approx 1 \mp \frac{1}{3} a.$</p> |
|---|---|

Примеры. $\sqrt{0,98} = \sqrt{1 - 0,02} \approx 1 - \frac{1}{2} 0,02 = 0,99;$ $\sqrt[3]{1,0015} =$
 $= \sqrt[3]{1 + 0,0015} \approx 1 + \frac{1}{3} 0,0015 = 1,0005.$

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

Пропорциональные части

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
2	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
3	3,3	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,7	6,0
4	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8	7,2	7,6	8,0
5	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
6	6,6	7,2	7,8	8,4	9,0	9,6	10,2	10,8	11,4	12,0
7	7,7	8,4	9,1	9,8	10,5	11,2	11,9	12,6	13,3	14,0
8	8,8	9,6	10,4	11,2	12,0	12,8	13,6	14,4	15,2	16,0
9	9,9	10,8	11,7	12,6	13,5	14,4	15,3	16,2	17,1	18,0
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
2	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0
3	6,3	6,6	6,9	7,2	7,5	7,8	8,1	8,4	8,7	9,0
4	8,4	8,8	9,2	9,6	10,0	10,4	10,8	11,2	11,6	12,0
5	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0
6	12,6	13,2	13,8	14,4	15,0	15,6	16,2	16,8	17,4	18,0
7	14,7	15,4	16,1	16,8	17,5	18,2	18,9	19,6	20,3	21,0
8	16,8	17,6	18,4	19,2	20,0	20,8	21,6	22,4	23,2	24,0
9	18,9	19,8	20,7	21,6	22,5	23,4	24,3	25,2	26,1	27,0
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0
2	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,2	7,4	7,6	7,8	8,0
3	9,3	9,6	9,9	10,2	10,5	10,8	11,1	11,4	11,7	12,0
4	12,4	12,8	13,2	13,6	14,0	14,4	14,8	15,2	15,6	16,0
5	15,5	16,0	16,5	17,0	17,5	18,0	18,5	19,0	19,5	20,0
6	18,6	19,2	19,8	20,4	21,0	21,6	22,2	22,8	23,4	24,0
7	21,7	22,4	23,1	23,8	24,5	25,2	25,9	26,6	27,3	28,0
8	24,8	25,6	26,4	27,2	28,0	28,8	29,6	30,4	31,2	32,0
9	27,9	28,8	29,7	30,6	31,5	32,4	33,3	34,2	35,1	36,0
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
2	8,2	8,4	8,6	8,8	9,0	9,2	9,4	9,6	9,8	10,0
3	12,3	12,6	12,9	13,2	13,5	13,8	14,1	14,4	14,7	15,0
4	16,4	16,8	17,2	17,6	18,0	18,4	18,8	19,2	19,6	20,0
5	20,5	21,0	21,5	22,0	22,5	23,0	23,5	24,0	24,5	25,0
6	24,6	25,2	25,8	26,4	27,0	27,6	28,2	28,8	29,4	30,0
7	28,7	29,4	30,1	30,8	31,5	32,2	32,9	33,6	34,3	35,0
8	32,8	33,6	34,4	35,2	36,0	36,8	37,6	38,4	39,2	40,0
9	36,9	37,8	38,7	39,6	40,5	41,4	42,3	43,2	44,1	45,0

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

Пропорциональные части

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6,0
2	10,2	10,4	10,6	10,8	11,0	11,2	11,4	11,6	11,8	12,0
3	15,3	15,6	15,9	16,2	16,5	16,8	17,1	17,4	17,7	18,0
4	20,4	20,8	21,2	21,6	22,0	22,4	22,8	23,2	23,6	24,0
5	25,5	26,0	26,5	27,0	27,5	28,0	28,5	29,0	29,5	30,0
6	30,6	31,2	31,8	32,4	33,0	33,6	34,2	34,8	35,4	36,0
7	35,7	36,4	37,1	37,8	38,5	39,2	39,9	40,6	41,3	42,0
8	40,8	41,6	42,4	43,2	44,0	44,8	45,6	46,4	47,2	48,0
9	45,9	46,8	47,7	48,6	49,5	50,4	51,3	52,2	53,1	54,0
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7,0
2	12,2	12,4	12,6	12,8	13,0	13,2	13,4	13,6	13,8	14,0
3	18,3	18,6	18,9	19,2	19,5	19,8	20,1	20,4	20,7	21,0
4	24,4	24,8	25,2	25,6	26,0	26,4	26,8	27,2	27,6	28,0
5	30,5	31,0	31,5	32,0	32,5	33,0	33,5	34,0	34,5	35,0
6	36,6	37,2	37,8	38,4	39,0	39,6	40,2	40,8	41,4	42,0
7	42,7	43,4	44,1	44,8	45,5	46,2	46,9	47,6	48,3	49,0
8	48,8	49,6	50,4	51,2	52,0	52,8	53,6	54,4	55,2	56,0
9	54,9	55,8	56,7	57,6	58,5	59,4	60,3	61,2	62,1	63,0
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
1	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0
2	14,2	14,4	14,6	14,8	15,0	15,2	15,4	15,6	15,8	16,0
3	21,3	21,6	21,9	22,2	22,5	22,8	23,1	23,4	23,7	24,0
4	28,4	28,8	29,2	29,6	30,0	30,4	30,8	31,2	31,6	32,0
5	35,5	36,0	36,5	37,0	37,5	38,0	38,5	39,0	39,5	40,0
6	42,6	43,2	43,8	44,4	45,0	45,6	46,2	46,8	47,4	48,0
7	49,7	50,4	51,1	51,8	52,5	53,2	53,9	54,6	55,3	56,0
8	56,8	57,6	58,4	59,2	60,0	60,8	61,6	62,4	63,2	64,0
9	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3	70,2	71,1	72,0
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
1	8,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	8,8	8,9	9,0
2	16,2	16,4	16,6	16,8	17,0	17,2	17,4	17,6	17,8	18,0
3	24,3	24,6	24,9	25,2	25,5	25,8	26,1	26,4	26,7	27,0
4	32,4	32,8	33,2	33,6	34,0	34,4	34,8	35,2	35,6	36,0
5	40,5	41,0	41,5	42,0	42,5	43,0	43,5	44,0	44,5	45,0
6	48,6	49,2	49,8	50,4	51,0	51,6	52,2	52,8	53,4	54,0
7	56,7	57,4	58,1	58,8	59,5	60,2	60,9	61,6	62,3	63,0
8	64,8	65,6	66,4	67,2	68,0	68,8	69,6	70,4	71,2	72,0
9	72,9	73,8	74,7	75,6	76,5	77,4	78,3	79,2	80,1	81,0

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Продолжение

Таблица для определения k_1 по известному k при квадратичном интерполировании

k	k_1	k	k	k_1	k	k	k_1	k	k	k_1	k
0,000		1,000	0,066		0,934	0,147		0,853	0,255		0,745
0,002	0,000	0,998	0,071	0,016	0,929	0,153	0,032	0,847	0,263	0,048	0,737
0,006	0,001	0,994	0,075	0,017	0,925	0,159	0,033	0,841	0,271	0,049	0,729
0,010	0,002	0,990	0,080	0,018	0,920	0,165	0,034	0,835	0,280	0,050	0,720
0,014	0,003	0,986	0,085	0,019	0,915	0,171	0,035	0,829	0,290	0,051	0,710
0,018	0,004	0,982	0,090	0,020	0,910	0,177	0,036	0,823	0,300	0,052	0,700
0,022	0,005	0,978	0,095	0,021	0,905	0,183	0,037	0,817	0,310	0,053	0,690
0,026	0,006	0,974	0,100	0,022	0,900	0,190	0,038	0,810	0,321	0,054	0,679
0,030	0,007	0,970	0,105	0,023	0,895	0,196	0,039	0,804	0,332	0,055	0,668
0,035	0,008	0,965	0,110	0,024	0,890	0,203	0,040	0,797	0,345	0,056	0,655
0,039	0,009	0,961	0,115	0,025	0,885	0,210	0,041	0,790	0,358	0,057	0,642
0,043	0,010	0,957	0,120	0,026	0,880	0,217	0,042	0,783	0,373	0,058	0,627
0,048	0,011	0,952	0,125	0,027	0,875	0,224	0,043	0,776	0,390	0,059	0,610
0,052	0,012	0,948	0,131	0,028	0,869	0,231	0,044	0,769	0,410	0,060	0,590
0,057	0,013	0,943	0,136	0,029	0,864	0,239	0,045	0,761	0,436	0,061	0,564
0,061	0,014	0,939	0,142	0,030	0,858	0,247	0,046	0,753	0,500	0,062	0,500
0,066	0,015	0,934	0,147	0,031	0,853	0,255	0,047	0,745			

Всем значениям k , заключенным между смежными числами столбца k (как правого, так и левого), соответствует одно и то же значение k_1 , помещенное между этими смежными значениями k . «Критическим» (табличным) значениям k соответствует вышележащее k_1 .

Примеры. 1. Для $k = 0,8$ $k_1 = 0,4$ (так же, как и для всех других k , заключенных между 0,797 и 0,804 или между 0,196 и 0,203). 2. Для $k = 0,9$ (или для $k = 0,100$) $k_1 = 0,022$.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения первой степени

Уравнение первой степени
с одним неизвестным

$$ax = b; \quad x = \frac{b}{a}.$$

Система двух уравнений первой
степени с двумя неизвестными

$$\left. \begin{array}{l} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1} \\ y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \end{array}$$

Квадратные уравнения

Полное квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Свойства корней

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$

Приведенное квадратное уравнение

$$x^2 + px + q = 0,$$

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q},$$

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Свойства корней

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1x_2 = q.$$

Корни уравнения действительны, если $b^2 \geq 4ac$.
Корни уравнения мнимые, если $b^2 < 4ac$.

Двучленные уравнения

Общий вид двучленного уравнения: $ax^n \pm b = 0$.

Приведенное двучленное уравнение: $y^n \pm 1 = 0$ (приведение производится подстановкой $x = y \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$).

Решение двучленных уравнений

Общий случай: разложим двучлен на множители.

Частные случаи:

1) $y^2 + 1 = 0, \quad y_1 = i, \quad y_2 = -i;$

2) $y^2 - 1 = 0, \quad y_1 = 1, \quad y_2 = -1;$

3) $y^3 + 1 = 0, \quad y_1 = -1, \quad y_2 = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}, \quad y_3 = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2};$

4) $y^3 - 1 = 0, \quad y_1 = 1, \quad y_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, \quad y_3 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}.$

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Продолжение

Умножение и деление двучленов (частные случаи)

Умножение	Деление			
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	Делимое	Делитель	m	Остаток
	$a^m + b^m$	$a + b$	Четное Нечетное	$2b^m$ 0
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$a^m + b^m$	$a - b$	Четное Нечетное	$2b^m$ $2b^m$
	$a^m - b^m$	$a + b$	Четное Нечетное	0 $-2b^m$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$a^m - b^m$	$a - b$	Четное Нечетное	0 0

Преобразование степеней и корней

1) $a^m a^n = a^{m+n}, \quad a^m : a^n = a^{m-n}, \quad (abc)^m = a^m b^m c^m,$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, \quad (a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m;$$

2) $\sqrt[m]{ab} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}, \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \quad \sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n,$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}};$$

3) $a^0 = 1, \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}, \quad a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}, \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}.$$

ЛОГАРИФМЫ

I. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

Логарифмом числа N при основании a называется степень b , в которую надо возвест. основание a , чтобы получить число N .

Основания логарифмов

Бригговы, или обыкновенные логарифмы

Логарифмы, имеющие основание $a = 10$, называются обыкновенными. Обозначение обыкновенного логарифма: $\log_{10} N$ обозначается: $\lg N$.

Неперовы, или натуральные логарифмы

Логарифмы, имеющие основанием число $e = 2,71828 \dots$, называются натуральными. Обозначение натурального логарифма: $\log_e N$ обозначается $\ln N$.
Зависимость между натуральными и обыкновенными логарифмами:

$$\lg e = 0,434294;$$

$$\ln 10 = 2,302585.$$

Здесь $\lg e = 0,434294 = M$ — модуль десятичных логарифмов;

$$2,302585 = \frac{1}{M} = \ln 10.$$

Следовательно, $\ln 10 \cdot \lg e = 1$; $\ln N = 2,30285 \lg N$ и $\lg N = 0,434294 \ln N$

II. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ ПРИ ОДНОМ И ТОМ ЖЕ ОСНОВАНИИ ($a \neq 1$)

$$\log_a 1 = 0,$$

$$\log_a a = 1,$$

$$\log_a 0 = \begin{cases} -\infty & \text{при } a > 1, \\ +\infty & \text{при } a < 1. \end{cases}$$

$$\log(N_1 \cdot N_2) = \log N_1 + \log N_2 \quad (1)$$

$$\log \frac{N_1}{N_2} = \log N_1 - \log N_2 \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \log \sqrt[n]{N} &= \frac{1}{n} \log N, \\ \log(N^n) &= n \log N. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

III. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Преобразование логарифмических выражений производится по формулам (1) — (3)

Пример. Прологарифмировать выражение $\log \frac{5x^3 \sqrt{y}}{4z^2v}$ по формуле (2):

$$\log \frac{5x^3 \sqrt{y}}{4z^2v} = \log(5x^3 \sqrt{y}) - \log(4z^2v);$$

по формулам (1) и (3):

$$\begin{aligned} \log(5x^3 \sqrt{y}) - \log(4z^2v) &= \log 5 + 3 \log x + \\ &+ \frac{1}{2} \log y - \log 4 - 2 \log z - \log v. \end{aligned}$$

IV. ВЫЧИСЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТАБЛИЦ ЛОГАРИФМОВ

А. Отыскание логарифма данного числа

В таблицах на стр. 27—34 помещены логарифмы целых чисел от 1 до 1000.

Для чисел с тремя значащими цифрами (например: 47,3; 0,473 и т. п.) из таблицы следует брать только мантиссу (пять знаков после запятой), а характеристику логарифма определять по правилам:

1) если число больше единицы, характеристика на единицу меньше числа его цифр стоящих перед запятой;

2) если число меньше единицы, характеристика отрицательна и равна по абсолютной величине числу нулей слева, включая и нуль целых.

Примеры.

Число	Логарифм	
54200	4,73400	}
5420	3,73400	
542	2,73400	
54,2	1,73400	
5,42	0,73400	
0,542	$\bar{1},73400$	}
0,0542	$\bar{2},73400$	
0,00542	$\bar{3},73400$	

Примечание. Знак минус ставится над характеристикой, так как мантисса всегда положительна.

«Неполная» форма логарифма может быть превращена в полную по правилам:

а) абсолютная величина характеристики неполного отрицательного логарифма на единицу больше абсолютной величины характеристики полного отрицательного логарифма;

б) цифры мантиссы дополняются до 9, а последняя значащая ее цифра (не нуль) — до 10; нули на конце остаются на своих местах.

Пример.

$$\lg 0,542 = \bar{1},73400 = -0,26600.$$

Примечание. Если заданное число имеет больше трех значащих цифр, необходимо прибегать к линейной интерполяции (см. стр. 61). Интерполяционная поправка находится только на четвертую значащую цифру; поправка на пятую цифру может производиться только тогда, когда первая значащая цифра данного числа 1 или 2.

Б. Отыскание числа по данному логарифму

Если логарифм числа известен, то для нахождения числа находят его в таблицах по мантиссе логарифма. Положение запятой в найденном числе определяется характеристикой логарифма в соответствии с правилами 1 и 2 пункта «А».

Пример. $\lg N = 3,2380$. По мантиссе 2380 находим число 173. Так как характеристика равна 3, то число должно быть четырехзначным: $N \approx 1730$

Примечание. Линейная интерполяция дает возможность получения четвертого знака. Для облегчения вычислений при интерполяции рекомендуется пользоваться таблицами пропорциональных частей (см. стр. 13. 4).

ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ

Длина медианы (на сторону a)

$$m_a = \frac{\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}}{2}$$

Длина биссектрисы угла α

$$l_a = \frac{\sqrt{bc(b+c)^2 - a^2}}{b+c}$$

Центр описанной окружности s

Точка s лежит на пересечении перпендикуляров, восстановленных к сторонам треугольника в их серединах.

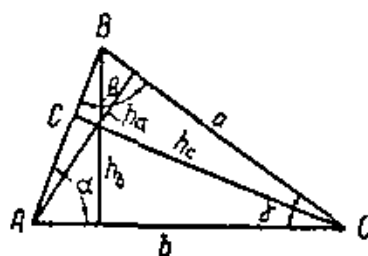


Рис. 1.

Площадь треугольника S

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} b h_b = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \\ &= \frac{1}{2} r (a + b + c) = \frac{abc}{4R} = \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \end{aligned}$$

где $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

Площадь прямоугольного треугольника S

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{tg} \beta = \\ &= \frac{1}{4} c^2 \sin 2\beta; \end{aligned}$$

a и b — катеты, c — гипотенуза.
Радиус описанной окружности R и радиус вписанной окружности r см. стр. 88.

Длина окружности C

$$C = 2\pi r \approx 6,283r, \quad C = \pi d \approx 3,142d,$$

$$C = 2\sqrt{\pi S} \approx 3,545\sqrt{S}.$$

Площадь круга S

$$S = \pi r^2 \approx 3,142r^2,$$

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \approx 0,785d^2,$$

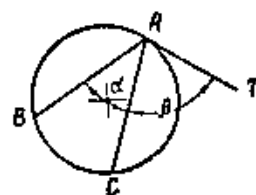
$$S = \frac{Cd}{4} = 0,25 Cd,$$

$$r = \frac{C}{2\pi} \approx 0,159 C,$$

$$d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 1,128\sqrt{S},$$

$$\pi = \frac{C}{d} \approx 3,141592654 \dots$$

Углы, связанные с окружностью



Вписанный угол α
 $\alpha = \frac{1}{2} \widehat{BC}$.

Рис. 2.

Угол между хордой и касательной β

$$\beta = \frac{1}{2} \widehat{AC}.$$

* См также стр. 88.

Параллелограмм

Основные свойства: противоположные стороны равны и параллельны; противоположные углы равны; диагонали делятся в точке пересечения пополам.

Связь между диагоналями (d_1 и d_2) и сторонами (a и b):

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2).$$

Площадь параллелограмма S

$$S = ha,$$

где h — высота параллелограмма.

Параллелограмм является прямоугольником, если все углы его прямые или если диагонали его равны.

Окружность

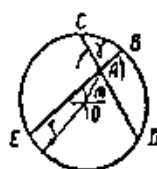


Рис. 3.

Угол γ между хордами, пересекающимися внутри окружности

$$\gamma = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{CB} + \overset{\frown}{ED}).$$

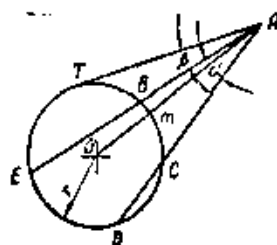


Рис. 4.

Угол между секущими $\alpha = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{BC}).$

Угол между касательной и секущей $\beta = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{TE} - \overset{\frown}{TB}).$

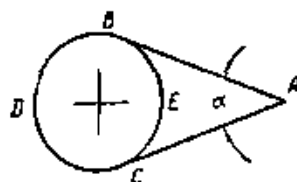


Рис. 5.

Угол между касательными $\alpha = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BDC} - \overset{\frown}{BEC}).$

Пересекающиеся хорды (рис. 3.)

$$AC \cdot AD = AB \cdot AE = r^2 - m^2.$$

Секущие (рис. 4)

$$AB \cdot AE = AC \cdot AD = AT^2 = m^2 - r^2.$$

Прямоугольник и квадрат

Площадь прямоугольника S

$$S = ab.$$

Площадь квадрата S

$$S = a^2 = \frac{1}{2} d^2.$$

Сторона квадрата a

$$a = \frac{\sqrt{2}}{2} d \approx 0,707d.$$

Диагональ квадрата d

$$d = \sqrt{2} a \approx 1,414a.$$

Круговое кольцо

Площадь кольца S

$$S = \pi (R^2 - r^2) = \\ = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = 2\pi r \delta.$$

Площадь части кольца с центральным углом φ (в градусах)

$$S = \frac{\varphi \pi}{360} (R^2 - r^2) =$$

$$= \frac{\varphi \pi}{1440} (D^2 - d^2) = \frac{\varphi \pi}{180} r \delta.$$

где $D = 2R$ — внешний диаметр;
 $d = 2r$ — внутренний диаметр;

$$r = \frac{(R + r)}{2} \text{ — средний радиус;}$$

$$\delta = R - r \text{ — толщина кольца}$$

Ромб

Параллелограмм является ромбом, если у него все стороны равны, если диагонали параллелограмма взаимно-перпендикулярны или если они делят углы параллелограмма пополам.

Площадь ромба S

$$S = ah = a^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

где a — сторона ромба;

h — высота ромба;

α — острый угол ромба.

Диагонали ромба d_1 и d_2

$$d_1 = 2a \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$d_2 = 2a \cos \frac{\alpha}{2},$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 4a^2.$$

Сегмент и сектор

Площадь сектора S^*

$$S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} \approx 0,00873r^2 \alpha.$$

Площадь сегмента S_1^*

$$S_1 = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi \alpha}{180} - \sin \alpha \right) =$$

$$= \frac{1}{2} [lr - a(r - h)].$$

Хорда a

$$a = 2\sqrt{2hr - h^2} = 2r \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Стрела сегмента h

$$h = r - \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}.$$

$$= r \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$$

Длина дуги l

$$l = \frac{2\pi r \alpha}{360} = 0,01745r\alpha,$$

приближенно

$$l = \sqrt{a^2 + \frac{16}{3} h^2}.$$

* Обозначения: α — центральный угол, r — радиус окружности.

ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ

Продолжение

Трапеция

Площадь трапеции S

$$S = \frac{1}{2} (a + b) h = mh,$$

где a и b — основания;

h — высота;

m — средняя линия.

Средняя линия m

$$m = \frac{1}{2} (a + b).$$

Равнобокая трапеция

$$S = (a - c \cos \gamma) c \sin \gamma =$$

$$= (b + c \cos \gamma) c \sin \gamma,$$

где γ — угол между большим основанием и стороной c .

Четырехугольник

Вписанный четырехугольник

Вписать в окружность четырехугольник можно тогда, когда сумма противоположных углов попарно равна 180° .

Площадь вписанного четырехугольника S

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

$$\text{где } p = \frac{(a+b+c+d)}{2}.$$

Описанный четырехугольник

Вокруг окружности можно описать четырехугольник только тогда, если суммы противоположных сторон равны.

Многоугольники

Многоугольник называется правильным, если у него все стороны и углы равны между собой.

В правильном многоугольнике при n сторонах:

$$\text{центральный угол } \alpha = \frac{360^\circ}{n};$$

$$\text{внешний угол } \beta = \frac{360^\circ}{n};$$

$$\text{внутренний угол } \gamma = 180^\circ - \beta.$$

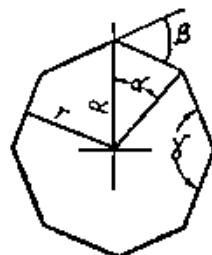


Рис. 6.

Сторона a

$$a = 2\sqrt{R^2 - r^2} = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2r \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2},$$

Площадь

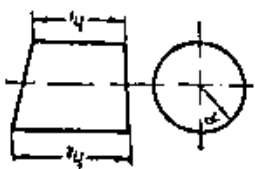
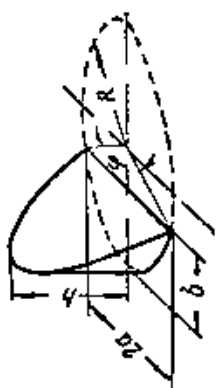
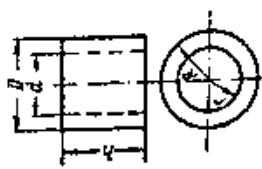
$$S = \frac{1}{2} nar = nr^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} nR^2 \sin \alpha = \frac{1}{4} na^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2},$$

где r и R — радиусы вписанной и описанной окружностей.

Элементы правильного многоугольника (a — сторона, n — число сторон)

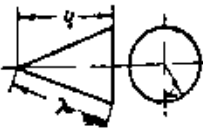
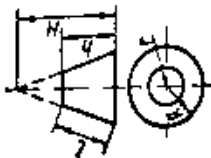
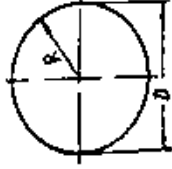
n	$\frac{S}{a^2}$	$\frac{S}{R^2}$	$\frac{S}{r^2}$	$\frac{R}{a}$	$\frac{R}{r}$	$\frac{a}{R}$	$\frac{a}{r}$	$\frac{r}{R}$	$\frac{r}{a}$
3	0,4330	1,2990	5,1962	0,5774	2,0000	1,7321	3,4641	0,5000	0,2887
4	1,0000	2,0000	4,0000	0,7071	1,4142	1,4142	2,0000	0,7071	0,5000
5	1,7205	2,3776	3,6327	0,8507	1,2361	1,1755	1,4531	0,8090	0,6882
6	2,5981	2,5981	3,4641	1,0000	1,1547	1,0000	1,1547	0,8660	0,8660
8	4,8284	2,8284	3,3137	1,3066	1,0824	0,7654	0,8284	0,9239	1,2071
10	7,6942	2,9389	3,2492	1,6180	1,0515	0,6180	0,6180	0,9511	1,588
12	11,196	3,0000	3,2154	1,9319	1,0353	0,5176	0,5359	0,9659	1,8660
16	20,109	3,0615	3,1856	2,5629	1,0196	0,3992	0,3978	0,9838	2,5137
24	45,575	3,1058	3,1597	3,8376	1,0086	0,2611	0,2633	0,9914	3,7979
48	183,08	3,1326	3,1461	7,6419	1,0021	0,1306	0,1311	0,9979	7,6285
64	325,69	3,1366	3,1441	10,190	1,0012	0,0981	0,0983	0,9988	10,175

ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Форма тела	Боковая поверхность M и полная поверхность S	Объем V	
	$M = 2\pi R h = \pi d h,$ $S = 2\pi R (R + h),$ <p>где h — высота цилиндра; R — радиус основания; d — диаметр основания.</p>	$V = \pi R^2 h = \frac{\pi d^2}{4} h$	<p>Усеченный круглый цилиндр</p> $V = \pi R^2 \frac{h_1 + h_2}{2}$
<p>Круглый прямой цилиндр.</p> 	$M = \pi R (h_1 + h_2),$ $S = \pi R \left[h_1 + h_2 + R + \sqrt{R^2 + \left(\frac{h_2 - h_1}{2} \right)^2} \right]$	$M = \frac{2Rh}{b} [(b - R)\alpha + a]$	$V = \frac{h}{3b} [\alpha (3R^2 - a^2) + 3R^2 (b - R)\alpha] =$ $= \frac{hR^2}{b} \left(\sin^3 \alpha - \frac{\sin^3 \alpha}{3} - \alpha \cos \alpha \right)$
<p>Отрезок цилиндра.</p> 	$M = 2\pi (R + r) h = \pi (d + D) h.$ <p>где $d = 2r$; $D = 2R$.</p>	$V = \pi h (R^2 - r^2) = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) h =$ $= \pi h \delta (2R - \delta) = \pi h \delta (2r + \delta) = 2\pi h \delta r$	<p>Цилиндрическая труба.</p> $\delta = R - r, \quad r = \frac{R + r}{2} \text{ — средний радиус}$


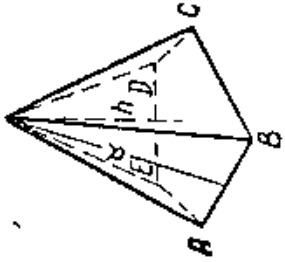
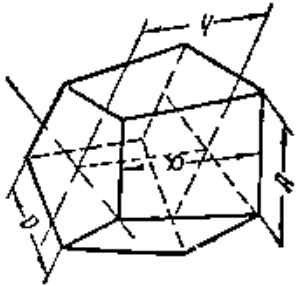
ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Продолжение

Форма тела	Боковая поверхность M и полная поверхность S	Объем V
 <p>Круглый прямой конус.</p>	$M = \pi R l = \pi R \sqrt{R^2 + h^2},$ $S = \pi R (R + l)$ <p>Конус, ограниченный конической поверхностью с замкнутой направляющей и плоскостью, образующей основание</p>	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ $V = \frac{1}{3} h F,$ <p>где F — площадь основания</p>
 <p>Усеченный конус (прямой).</p>	$M = \pi l (R + r)$ <p>Образующая $l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$ Высота $H = h + \frac{hr}{R - r}$</p>	$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr)$
 <p>Шар.</p>	$S = 4\pi R^2 \approx 12,57 R^2,$ $S \approx \pi D^2 \approx 3,142 D^2,$ $S = \sqrt[3]{36\pi V^2} \approx 4,836 \sqrt[3]{V^2},$ $R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0,2821 \sqrt{S}$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \approx 4,189 R^3,$ $V = \frac{\pi D^3}{6} \approx 0,5236 D^3,$ $V \approx \frac{1}{6} \sqrt{\frac{S^3}{\pi}} \approx 0,09403 \sqrt{S^3},$ $R \approx \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \approx 0,6204 \sqrt[3]{V}$

ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

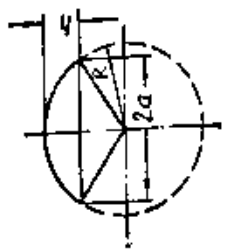
Продолжение

Форма тела	Боковая поверхность M и полная поверхность S	Объем V	
 Параллелепипед.	Параллелепипед $S = 2(ab + bc + ca)$ $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ Куб $S = 6a^2, d^2 = 3a^2$	Параллелепипед $V = abc$ Куб $V = a^3$	
 Пирамида.	Только для правильной пирамиды $M = \frac{1}{2} pa$, где p — периметр основания; a — апофема (высота какой-либо боковой грани пирамиды)	Для любой пирамиды $V = \frac{1}{3} Fh$, где F — площадь основания; h — высота	
 Усеченная пирамида.	Только для правильной усеченной пирамиды $M = \frac{P + p}{2} a$, где P и p — периметры оснований; a — апофема. Примечание. Плоскость сечения параллельна основанию.	$V = \frac{1}{3} h [F + f + \sqrt{Ff}] =$ $= \frac{1}{3} hF \left[1 + \frac{a}{A} + \left(\frac{a}{A} \right)^2 \right]$, где F и f — площади оснований.	

ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

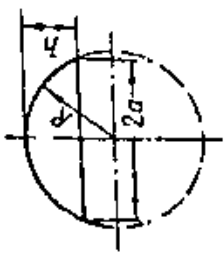
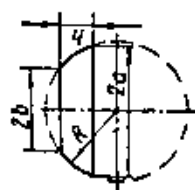
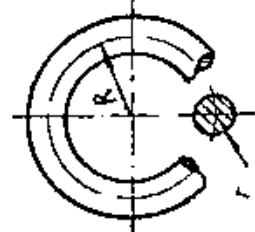
Продолжение

Элементы правильных многогранников (a — длина ребра)

Название	Число граней и их форма	Число		Полная поверхность S	Объем V
		ребер	вершин		
Тетраэдр	4 треугольника	6	4	$1,7321a^2$	$0,1179a^3$
Куб	6 квадратов	12	8	$6a^2$	a^3
Октаэдр	8 треугольников	12	6	$3,4641a^2$	$0,4714a^3$
Додекаэдр	12 пятиугольников	30	20	$20,6457a^2$	$7,6631a^3$
Форма тела	Боковая поверхность M и полная поверхность S	Объем V			
 <p>Шаровой сектор.</p>	$S = \pi R (2h + a)$	$V = \frac{2\pi R^2 h}{3}$			

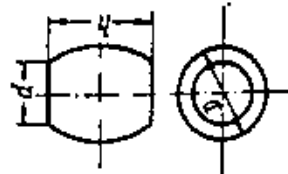
ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЕМЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Продолжение

Форма тела	Боковая поверхность M и полная поверхность S	Объем V
	$M = 2\pi R h = \pi (a^2 + h^2),$ $S = \pi (2R h + a^2) = \pi (h^2 + 2a^2)$	$V = \frac{1}{6} \pi h (3a^2 + h^2) =$ $= \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h)$
Шаровой сегмент.	$a^2 = h (2R - h)$	
	$M = 2\pi R h,$ $S = \pi (2R h + a^2 + b^2)$	$V = \frac{1}{6} \pi h (3a^2 + 3b^2 + h^2)$
Шаровой слой.	$R^2 = a^2 + \left(\frac{a^2 - b^2 - h^2}{2h} \right)^2$	
	$S = 4\pi^2 R r \approx 39,48 R r,$ $S = \pi^2 D d \approx 9,870 D d$	$V = 2\pi^2 R r^2 \approx 19,74 R r^2,$ $V = \frac{1}{4} \pi^2 D d^2 \approx 2,467 D d^2$
Тор.		

Форма тела

Объем V



Круговая бочка (образующая — дуга окружности):

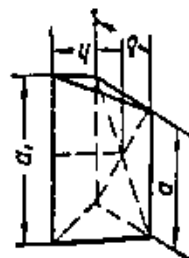
$$V = 0,262h(2D^2 + d^2), \quad V = 0,0873h(2D + d)^2$$

Параболическая бочка:

$$V = \frac{\pi h}{15} \left(2D^2 + Dd + \frac{3}{4}d^2 \right) = 0,05236h(8D^2 + 4Dd + 3d^2)$$

(приближенные формулы)

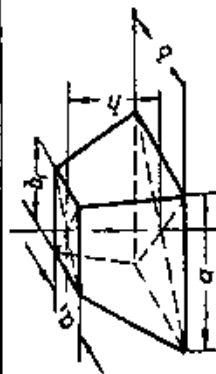
Бочка.



Клин.

$$V = \frac{1}{6}(2a + a_1)bh$$

Основание — прямоугольник, боковые грани — равнобедренные треугольники и равнобедренные трапеции



Обелиск.

$$V = \frac{h}{6} [(2a + a_1)b + (2a_1 + a)b_1] = \frac{h}{6} [ab + (a + a_1)(b + b_1) + a_1b_1]$$

где a, b и a_1, b_1 — стороны основания;
 h — высота.

Основания — прямоугольники, расположенные в параллельных плоскостях; противоположные боковые грани одинаково наклонены к основанию, но не пересекаются в одной точке

ПОСТРОЕНИЕ КРИВЫХ

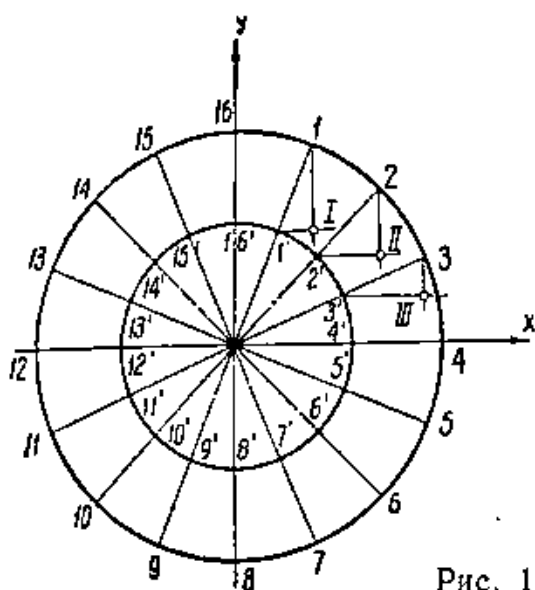


Рис. 1.

Построение эллипса (рис. 1)

Проводят две concentric окружности радиусами, равными большой и малой полуосям эллипса, и делят большую полуокружность на произвольное число равных частей (точки 1, 2, 3, ...).

Через точку 1 проводят луч из центра O . Точка $1'$ — точка пересечения этого луча с меньшей окружностью.

Проводят через точку 1 прямую, параллельную оси y , а через точку $1'$ — прямую, параллельную оси x . Точка пересечения этих прямых — точка I — принадлежит эллипсу. Это построение повторяют для точек 2, 3 и т. д.

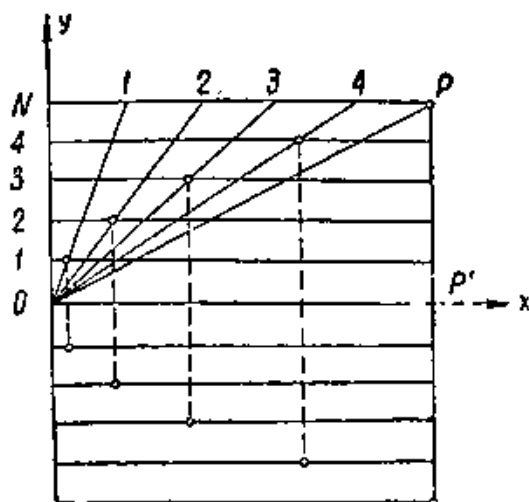


Рис. 2.

Построение параболы (рис. 2)*

Известно: вершина O , одна из точек параболы P и ось Ox .
Строят прямоугольник $ONPP'$ и делят его стороны, как указано на рисунке, на произвольное число равных частей. Точки, лежащие на стороне NP соединяют с точкой O , а через точки на стороне ON проводят прямые, параллельные оси x . Точки пересечения соответственных прямых принадлежат параболе.

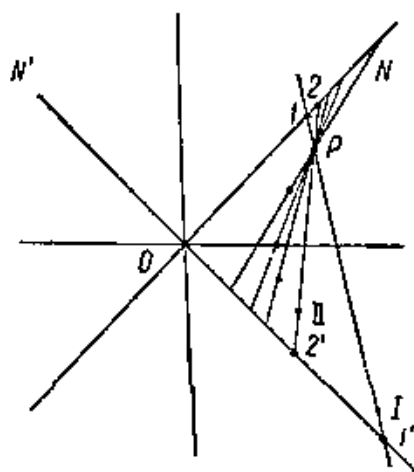


Рис. 3.

Построение гиперболы (рис. 3)*

Известно: асимптоты N и N' и одна точка гиперболы P .

Проводят через точку P прямую, пересекающую асимптоты в точках I и I' . На прямой $I-I'$ откладывают от точки I' отрезок, равный отрезку $I-P$, находят точку I_1 , принадлежащую гиперболе.

Проведя через точку P пучок, следует провести указанное построение для каждой прямой пучка.

* Построение параболы по заданному фокусу и директрисе и построение гиперболы по заданному положению фокусов и одной точке гиперболы см.: Справочник металлжста, т. 1. Машгиз, 1937, стр. 118 — 119.

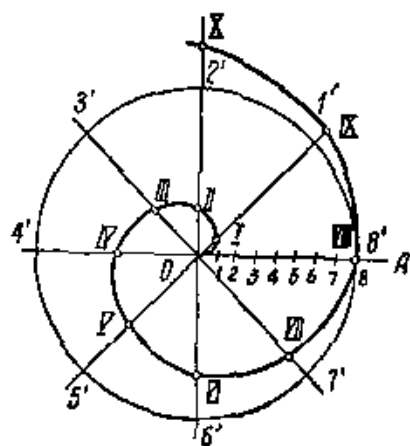


Рис. 4.

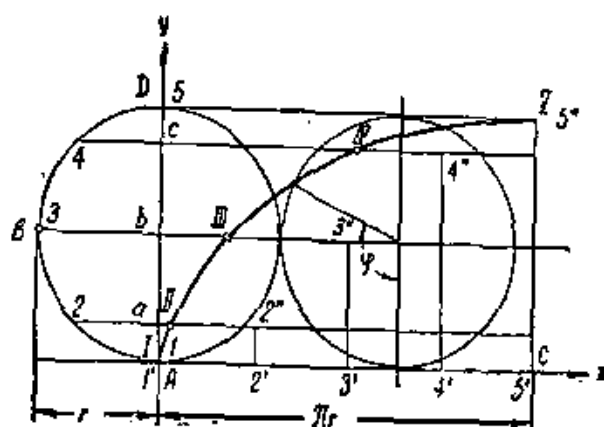


Рис. 5.

Построение спирали Архимеда (рис. 4)

Проводят окружность радиусом $OA = r_0$, где r_0 — путь, пройденный точкой по прямой за время ее поворота на 360° (шаг спирали).

Радиус OA делят на произвольное число равных частей $O-1 \approx 1-2 = 2-3 = \dots$ и на такое же число равных частей $A-1' \approx 1'-2' = 2'-3' \dots$ делят окружность. На лучах $O-1'$, $O-2'$, $O-3'$ и т. д. от центра откладывают отрезки $O-I$, $O-II$, $O-III$ и т. д., соответственно равные отрезкам $O-1$, $O-2$, $O-3$ и т. д.

Полученные точки I , II , III и т. д. и будут точками спирали Архимеда.

Построение циклоиды (рис. 5)

На прямой Ax откладывают отрезок $AC \approx \pi r$, равный половине длины катящейся окружности. Полуокружность $ABD = \pi r$ и отрезок AC делят на одинаковое число равных частей. Из полученных точек $1, 2, 3$ и т. д. проводят прямые, параллельные Ax , а из точек $1', 2', 3'$ и т. д. — прямые, перпендикулярные Ax . От точек $1'', 2'', 3''$ и т. д. пересечения соответственных одноименных прямых откладывают отрезки $2''-II \approx a-2$, $3''-III \approx b-3$, $4''-IV \approx c-4$ и т. д.

Точки I, II, III и т. д. будут точками циклоиды.

Построение эвольвенты окружности (рис. 6)

На прямой BC откладывают отрезок BD , равный длине полуокружности катящегося круга $AMB = \pi r$. Отрезок BD и полуокружность AMB делят на одинаковое число равных частей. Через точки деления $1, 2, 3$, и т. д. проводят касательные к окружности и на них откладывают отрезки $2-II \approx 2'-5'$, $3-III \approx 3'-5'$ и т. д.

Точки I, II, III и т. д. будут точками эвольвенты окружности.

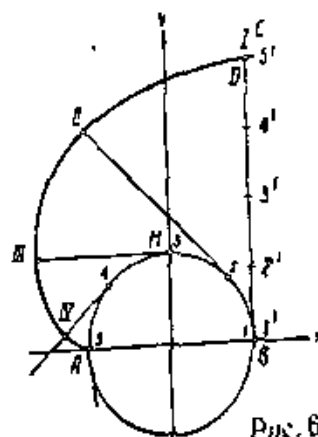


Рис. 6.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Пределы изменения

Синус и косинус от -1 до $+1$
 Тангенс и котангенс $\gg -\infty \gg +\infty$
 Секанс и косеканс $\gg -\infty \gg -1$ и от $+1$ до $+\infty$

Знаки функций

Четверть	Величина угла	sin	cos	tg	ctg	sc	csc
I	от 0 до 90°	+	+	+	+	+	+
II	$\gg 90 \gg 180^\circ$	+	-	-	-	-	+
III	$\gg 180 \gg 270^\circ$	-	-	+	+	-	-
IV	$\gg 270 \gg 360^\circ$	-	+	-	-	+	-

Нахождение значения функции любого угла

1. Если угол больше 360° , функции приводятся к функциям угла между 0 и 360° (а тангенс и котангенс — к углу между 0 и 180°) по формулам (n — целое число): $\sin(360^\circ \cdot n + \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(360^\circ \cdot n + \alpha) = \cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ \cdot n + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(180^\circ \cdot n + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha$.

2. Если угол отрицательный, функция приводится к функции положительного угла по формулам: $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$, $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$.

3. Если $90^\circ < \alpha < 360^\circ$, функция приводится к функции острого угла по формулам приведения (см. таблицу «Формулы приведения»).

4. Если угол острый: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, функция находится по таблицам.

Формулы приведения

Функция	$\beta = 90^\circ \pm \alpha$	$\beta = 180^\circ \pm \alpha$	$\beta = 270^\circ \pm \alpha$	$\beta = 360^\circ - \alpha$
sin β	$+\cos \alpha$	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
cos β	$\mp \sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\pm \sin \alpha$	$+\cos \alpha$
tg β	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \operatorname{tg} \alpha$	$\mp \operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
ctg β	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$\pm \operatorname{ctg} \alpha$	$\mp \operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Значения тригонометрических функций для углов, кратных 30 и 45° ($\frac{\pi}{6}$ и $\frac{\pi}{4}$)

Функция	I четверть				II четверть				III четверть				IV четверть				
	0° $0/\pi$	30° $1/6\pi$	45° $1/4\pi$	60° $1/3\pi$	90° $1/2\pi$	120° $2/3\pi$	135° $3/4\pi$	150° $5/6\pi$	180° π	210° $7/6\pi$	225° $5/4\pi$	240° $2/3\pi$	270° $3/2\pi$	300° $5/3\pi$	315° $7/4\pi$	330° $11/6\pi$	360° 2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctg	$\pm\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\pm\infty$
sec	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	$\pm\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{2}$	-2	$\pm\infty$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1
csc	$\pm\infty$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	$\pm\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{2}$	-2	$\pm\infty$

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Функции одного угла

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1, & \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} &= \operatorname{tg} \alpha, & \sin \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha &= 1, \\ \operatorname{sc}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha &= 1, & \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} &= \operatorname{ctg} \alpha, & \cos \alpha \cdot \operatorname{sc} \alpha &= 1, \\ \operatorname{csc}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha &= 1, & & & \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1. \end{aligned}$$

Выражение одной функции через другую (того же угла) *

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{\operatorname{sc}^2 \alpha - 1}}{\operatorname{sc} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{csc} \alpha}, \\ \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\operatorname{sc} \alpha} = \frac{\sqrt{\operatorname{csc}^2 \alpha - 1}}{\operatorname{csc} \alpha}, \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = \sqrt{\operatorname{sc}^2 \alpha - 1} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{csc}^2 \alpha - 1}}, \\ \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sc}^2 \alpha - 1}} = \sqrt{\operatorname{csc}^2 \alpha - 1}. \end{aligned}$$

Сумма и разность функций

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta &= 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, & \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta &= \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}, \\ \sin \alpha - \sin \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, & \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta &= \pm \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}, \\ \cos \alpha + \cos \beta &= 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, & \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta &= \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin \beta}, \\ \cos \alpha - \cos \beta &= -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, & \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \beta &= \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta}. \end{aligned}$$

Функции суммы и разности углов

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \\ \cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta, \\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}, & \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) &= \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}; \\ \sin(\alpha + \beta + \gamma) &= \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \\ &\quad - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma, \\ \cos(\alpha + \beta + \gamma) &= \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma - \\ &\quad - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Функции половинного угла *

$$\begin{aligned} \sin \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos \alpha)}, & \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}, \\ \cos \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)}, & \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}. \end{aligned}$$

* В этих формулах перед знаком радикала должен быть поставлен знак «плюс» или «минус», смотри по тому, в какой четверти находится угол.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Продолжение

Функции кратных углов

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha, & \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}, \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, & \operatorname{ctg} 2\alpha &= \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}, \\ \sin 3\alpha &= 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha, & \operatorname{tg} 3\alpha &= \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}, \\ \cos 3\alpha &= 4 \cos^3 \alpha - 3\cos \alpha, & \operatorname{ctg} 3\alpha &= \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}.\end{aligned}$$

Произведение функций

$$\begin{aligned}\sin \alpha \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)], \\ \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)], \\ \sin \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} [\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)], \\ \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma &= \frac{1}{4} [\sin (\alpha + \beta - \gamma) + \sin (\beta + \gamma - \alpha) + \sin (\gamma + \alpha - \beta) - \\ &\quad - \sin (\alpha + \beta + \gamma)], \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma &= \frac{1}{4} [\sin (\alpha + \beta - \gamma) - \sin (\beta + \gamma - \alpha) + \sin (\gamma + \alpha - \beta) - \\ &\quad - \sin (\alpha + \beta + \gamma)], \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma &= \frac{1}{4} [-\cos (\alpha + \beta - \gamma) + \cos (\beta + \gamma - \alpha) + \\ &\quad + \cos (\gamma + \alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta + \gamma)], \\ \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma &= \frac{1}{4} [\cos (\alpha + \beta - \gamma) + \cos (\beta + \gamma - \alpha) + \cos (\gamma + \alpha - \beta) + \\ &\quad + \cos (\alpha + \beta + \gamma)].\end{aligned}$$

Степени функций

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha), & \sin^3 \alpha &= \frac{1}{4} (3\sin \alpha - \sin 3\alpha), \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha), & \cos^3 \alpha &= \frac{1}{4} (\cos 3\alpha + 3 \cos \alpha), \\ \sin^4 \alpha &= \frac{1}{8} (\cos 4\alpha - 4 \cos 2\alpha + 3), \\ \cos^4 \alpha &= \frac{1}{8} (\cos 4\alpha + 4 \cos 2\alpha + 3).\end{aligned}$$

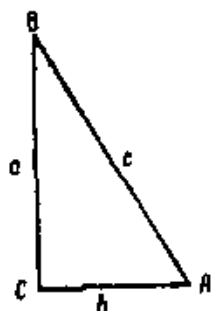
РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Прямоугольные треугольники

Основные соотношения:

$$a = c \sin A = c \cos B,$$

$$a = b \operatorname{tg} A = b \operatorname{ctg} B.$$



A и B — углы
против сторон
 a и b

Дано	Формулы для нахождения остальных элементов
c, A	$B = 90^\circ - A, a = c \sin A, b = c \cos A$
a, A	$B = 90^\circ - A, b = a \operatorname{ctg} A, c = \frac{a}{\sin A}$
a, c	$\sin A = \frac{a}{c}, b = c \cos A, B = 90^\circ - A$
a, b	$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}, c = \frac{a}{\sin A}, B = 90^\circ - A$

Косоугольные треугольники

Обозначения:

a, b, c — стороны;

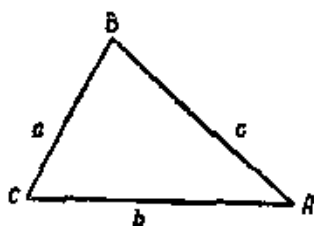
A, B, C — противолежащие им углы;

S — площадь;

R — радиус описанной окружности;

r — радиус вписанной окружности;

p — полупериметр $\left[p = \frac{1}{2}(a+b+c) \right]$.



Основные соотношения:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A,$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-B)},$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C = 2R^2 \sin A \sin B \sin C = rp = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Продолжение

Дополнительные соотношения:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} A &= \frac{a \sin B}{c - a \cos B}, & \operatorname{tg} \frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}, \\ \sin \frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}, & \cos \frac{A}{2} &= \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}, \\ \frac{a+b}{c} &= \frac{\cos \left[\frac{1}{2}(A-B) \right]}{\cos \left[\frac{1}{2}(A+B) \right]} = \frac{\cos \left[\frac{1}{2}(A-B) \right]}{\sin \frac{1}{2} C}, \\ \frac{a-b}{c} &= \frac{\sin \left[\frac{1}{2}(A-B) \right]}{\sin \left[\frac{1}{2}(A+B) \right]} = \frac{\sin \left[\frac{1}{2}(A-B) \right]}{\cos \frac{1}{2} C}. \end{aligned}$$

Дано	Формулы для нахождения остальных элементов
Сторона и два угла (a, A, B)	$C = 180^\circ - A - B, \quad b = \frac{a \sin B}{\sin A},$ $c = \frac{a \sin C}{\sin A}, \quad S = \frac{1}{2} ab \sin C$
Две стороны и угол между ними (a, b, C)	$\operatorname{tg} \frac{A-B}{2} = \frac{a-b}{a+b} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}, \quad \frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2} C$ <p style="text-align: center;">Получив $A+B$ и $A-B$, находят A и B,</p> $c = \frac{a \sin C}{\sin A}, \quad S = \frac{1}{2} ab \sin C.$
Две стороны и угол против одной из них (a, b, A)	$\sin B = \frac{b \sin A}{a}$ <p>Если $a \geq b$, то $B < 90^\circ$ и имеет лишь одно значение;</p> <p>если $a < b$, то:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) B имеет два значения при $b \sin A < a$ ($B_2 = 180^\circ - B_1$); 2) B имеет одно значение (90°) при $b \sin A = a$; 3) треугольник невозможен при $b \sin A > a$. $C = 180^\circ - (A + B), \quad c = \frac{a \sin C}{\sin A}, \quad S = \frac{1}{2} ab \sin C.$

РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Продолжение

Дано	Формулы для нахождения остальных элементов
Три стороны (a, b, c)	$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}},$ $\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a}, \quad \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{r}{p-b}, \quad \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{r}{p-c},$ $S = rp = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Вычисление линий, связанных с треугольником

Высота на сторону a

$$h_a = b \sin C = c \sin B.$$

Медиана на сторону a

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cos A}.$$

Биссектриса угла A

$$l_A = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}.$$

Радиус описанной окружности R

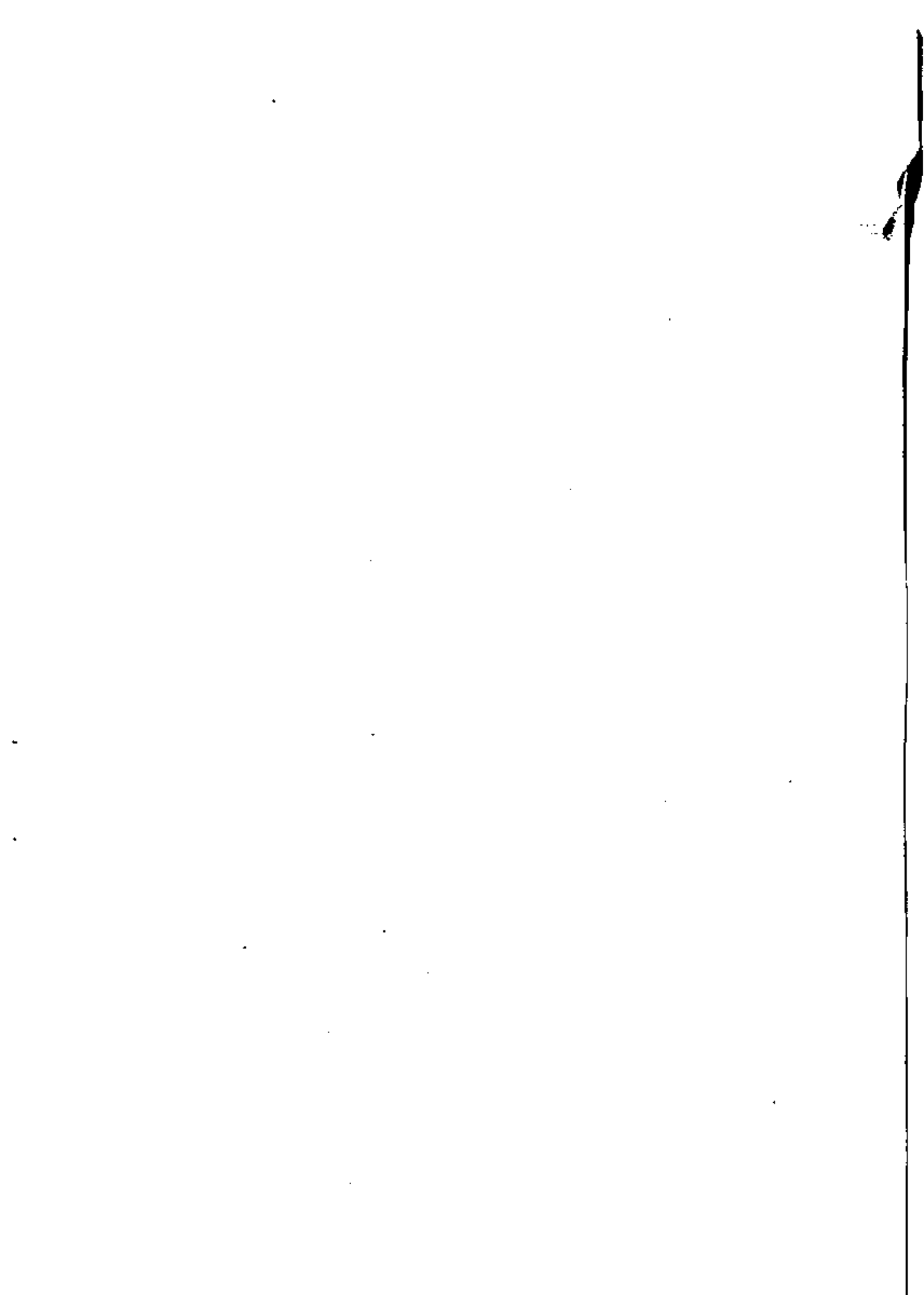
$$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}.$$

Радиус вписанной окружности r

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} = p \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \\
 &= 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.
 \end{aligned}$$

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

МЕХАНИКА



ЕДИНИЦЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

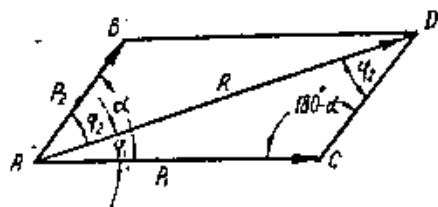
Основ- ные еди- ницы	Система МКС (метр—килограмм-секунда)			Система СГС (CGS) (сантиметр—грамм-секунда)			Система МКГСС (техниче- ская) (метр—килограмм- сила—секунда)		
	Величина	Единица измерения	Обозначение	Размер единицы	Единица измерения	Обозначение	Размер единицы	Единица измерения	Обозначение
Длина	метр (м)	—	—	сантиметр (см)	Длина	—	—	метр (м)	—
Масса	килограмм (кг)	—	—	грамм (г)	Масса	—	—	килограмм (кг)	—
Время	секунда (сек.)	—	—	секунда (сек.)	Время	—	—	секунда (сек.)	—
Угловая скорость	рад/сек.	—	—	(1 рад.): (1 сек.)	Угловая скорость	рад/сек.	—	рад/сек.	(1 рад.): (1 сек.)
Угловое ускорение	рад/сек. ²	—	—	(1 рад.): (1 сек.) ²	Угловое ускорение	рад/сек. ²	—	рад/сек. ²	(1 рад.): (1 сек.) ²
Скорость	м/сек	—	—	(1 м): (1 сек.)	Скорость	см/сек	—	м/сек	(1 м): (1 сек.)
Ускорение	м/сек ²	—	—	(1 м): (1 сек.) ²	Ускорение	см/сек ²	—	м/сек ²	(1 м): (1 сек.) ²
Сила	ньютон	н	н	(1 кг)·(1 м): (1 сек.) ²	Сила	дин	дин	Основная единица	—
Удельный вес	—	—	—	(1 н): (1 м) ³	Удельный вес	—	дин/см ³	кг/м ³	(1 кг): (1 м) ³
Работа и энергия	джоуль	дж	дж	(1 н)·(1 м)	Работа и энергия	эрг	эрг	кг·м	(1 кг)·(1 м)
Мощность	ватт	вт	вт	(1 дж): (1 сек.)	Мощность	—	эрг/сек	кг·м/сек	(1 кг)·(1 м): (1 сек.)
Напряжение (давление)	—	—	—	(1 н): (1 м) ²	Напряжение (давление)	—	дин/см ²	кг·м ²	(1 кг): (1 м) ²

Все члены уравнения, выражающего механический процесс, должны быть однородны относительно каждой из трех основных единиц.

Приведены единицы (важнее)

СЛОЖЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ СИЛ. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ

I. СЛОЖЕНИЕ ДВУХ СИЛ, ЛИНИИ ДЕЙСТВИЯ КОТОРЫХ ПЕРЕСЕКАЮТСЯ В ОДНОЙ ТОЧКЕ



$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cos \alpha},$$

$$\frac{P_1}{\sin \varphi_2} = \frac{P_2}{\sin \varphi_1} = \frac{R}{\sin (180^\circ - \alpha)} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{P_2 \sin \alpha}{R}, \quad \sin \varphi_2 = \frac{P_1 \sin \alpha}{R},$$

где P_1 и P_2 — силы;

R — равнодействующая сил P_1 и P_2 .

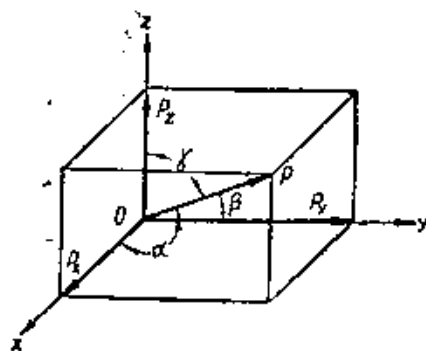
II. ПРОЕКЦИИ ВЕКТОРА НА ОСИ КООРДИНАТ

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2},$$

$$P_x = P \cos \alpha,$$

$$P_y = P \cos \beta,$$

$$P_z = P \cos \gamma,$$



$$\cos \alpha = \frac{P_x}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}}, \quad \cos \beta = \frac{P_y}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{P_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}},$$

где α — угол вектора с осью x ,

β — y .

γ — z .

ПАРЫ СИЛ. СЛОЖЕНИЕ ПАР. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ

Определения

1. Пара сил — система двух равных, но противоположно направленных параллельных сил.
2. Плечо пары — расстояние между линиями действия сил пары.
3. Момент пары — произведение силы на плечо пары.
4. Эквивалентные пары — пары сил, имеющие моменты, равные по величине и направлению. (Пару сил нельзя заменить или уравновесить одной силой).

Сложение пар

Момент результирующей пары равен геометрической сумме моментов слагаемых пар (для пар, лежащих в одной плоскости — алгебраической сумме).

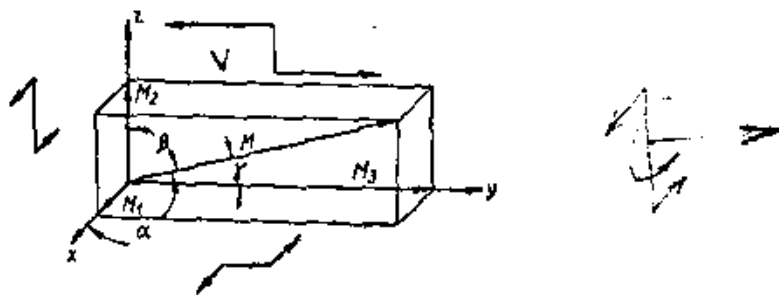
Условия равновесия

Пары сил находятся в равновесии, если сумма их моментов равна нулю или, другими словами, если многоугольник моментов этих пар замкнут.

Пример расчета. Дано: на тело действуют три пары, лежащие в координатных плоскостях Oyz , Ozx и Oxy , моменты которых соответственно равны:

$$M_1 = 6 \text{ кгм}, M_2 = 24 \text{ кгм}, M_3 = 8 \text{ кгм}.$$

Определить пару, уравновешивающую данные пары.



Решение.

Из произвольной точки проводят векторы, изображающие моменты данных пар. Момент результирующей пары M изобразится диагональю параллелепипеда, построенного на векторах M_1 , M_2 и M_3 .

$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + M_3^2} = \sqrt{6^2 + 24^2 + 8^2} = \sqrt{676} = 26 \text{ кгм}.$$

Для определения направления вектора M находят его направляющие косинусы:

$$\cos \alpha = \frac{M_1}{M} = \frac{6}{26} \approx 0,231, \quad \cos \beta = \frac{M_2}{M} = \frac{24}{26} \approx 0,923,$$

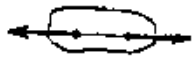

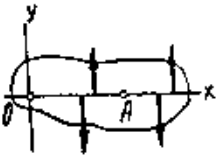
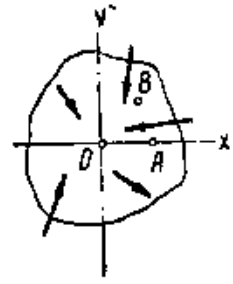
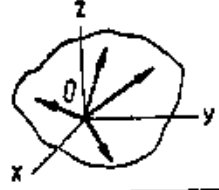
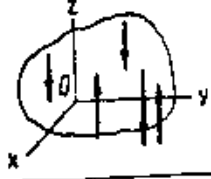
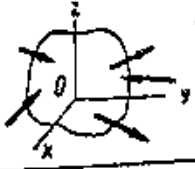
$$\cos \gamma = \frac{M_3}{M} = \frac{8}{26} \approx 0,308,$$

где α , β и γ — углы между вектором и координатными осями x , y и z .

Момент пары, уравновешивающей данные пары, изобразится вектором, равным найденному, и будет направлен по той же прямой, что и момент M , но в противоположную сторону.

Примечание. Пары сил изображены на рисунке, как пары, моментам которых приписывается знак «плюс»; в соответствии с этим векторы M_1 , M_2 и M_3 отложены в положительном направлении осей x , y и z . Если момент какой-либо пары имеет знак «минус», то его следует откладывать в отрицательном направлении оси.

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

	Расположение сил	Условия равновесия
На плоскости	Силы на одной прямой	$\Sigma P_i = 0$ 
	Сходящиеся силы	$\Sigma X_i = 0, \Sigma Y_i = 0$ 
	Параллельные силы (силы параллельны оси y)	1-я форма: $\Sigma Y_i = 0, \Sigma M_O(\bar{P}_i) = 0;$ 2-я форма: $\Sigma M_O(\bar{P}_i) = 0, \Sigma M_A(\bar{P}_i) = 0.$ <i>OA не должно быть параллельно силам.</i> 
	Произвольная система сил	1-я форма: $\Sigma X_i = 0, \Sigma Y_i = 0, \Sigma M_O(\bar{P}_i) = 0;$ 2-я форма: $\Sigma M_O(\bar{P}_i) = 0, \Sigma M_A(\bar{P}_i) = 0,$ $\Sigma X_i = 0.$ <i>Во всяком случае ось проекций не должна быть перпендикулярна прямой OA.</i> 3-я форма: $\Sigma M_O(\bar{P}_i) = 0, \Sigma M_A(\bar{P}_i) = 0,$ $\Sigma M_B(\bar{P}_i) = 0.$ <i>Точки O, A, B не должны лежать на одной прямой</i> 
В пространстве	Сходящиеся силы	$\Sigma X_i = 0, \Sigma Y_i = 0, \Sigma Z_i = 0$ 
	Параллельные силы (силы параллельны оси z)	$\Sigma Z_i = 0, \Sigma M_x(\bar{P}_i) = 0,$ $\Sigma M_y(\bar{P}_i) = 0$ 
	Произвольная система сил	$\Sigma X_i = 0, \Sigma Y_i = 0, \Sigma Z_i = 0,$ $\Sigma M_x(\bar{P}_i) = 0, \Sigma M_y(\bar{P}_i) = 0,$ $\Sigma M_z(\bar{P}_i) = 0$ 

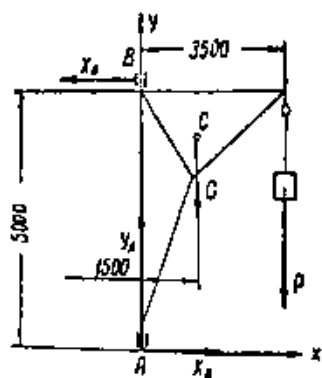
Обозначения:

ΣP_i — алгебраическая сумма сил;
 $\Sigma X_i, \Sigma Y_i, \Sigma Z_i$ — соответствующие проекции сил на соответствующие оси;
 $\Sigma M_x(\bar{P}_i), \Sigma M_y(\bar{P}_i), \Sigma M_z(\bar{P}_i)$ — алгебраическая сумма моментов сил относительно соответствующих осей;
 $\Sigma M_O(\bar{P}_i), \Sigma M_A(\bar{P}_i), \Sigma M_B(\bar{P}_i)$ — алгебраическая сумма моментов сил относительно соответствующих точек.

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

I. ПРОИЗВОЛЬНАЯ СИСТЕМА СИЛ НА ПЛОСКОСТИ* Аналитический способ

При аналитическом способе решения задач о равновесии произвольной плоской системы сил необходимо составить уравнения равновесия (см. стр. 95) по одной из трех форм в соответствии с данными задачи и решить их совместно. Число неизвестных, очевидно, не может быть в задаче больше трех, так как условия равновесия дают возможность написать только три уравнения первой степени.



Пример расчета. Дано: кран с размерами и нагрузкой по рисунку. Вес конструкции $G = 1 \text{ т}$, C — центр тяжести крана, вес груза $P = 4 \text{ т}$.

Определить реакции опор.

Решение. Направление реакций: в подшипнике B — только одна горизонтальная реакция X_B ; в подпятнике A — вертикальная реакция Y_A и горизонтальная реакция X_A (реакция X_B направлена влево, так как давление крана на подшипник направлено вправо).

Приравняем нулю суммы проекций всех сил на горизонтальную и вертикальную оси:

$$\begin{aligned} X_A - X_B &= 0, \\ Y_A - P - G &= 0. \end{aligned}$$

Сумму моментов всех сил также приравняем нулю:

$$5X_B - 1,5G - 3,5P = 0.$$

(За произвольно выбранную точку принята точка A).

Из этих уравнений находим

$$Y_A = P + G = 5 \text{ т}, \quad X_B = \frac{1,5G + 3,5P}{5} = 3,1 \text{ т}; \quad X_A = X_B.$$

Ответ:

$$X_A = X_B = 3,1 \text{ т},$$

$$Y_A = 5 \text{ т}.$$

Графический способ

Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник и веревочный многоугольник были замкнуты.** Если силовой многоугольник замкнут, а веревочный многоугольник данной плоской системы сил является незамкнутым, то эта система сил приводится к паре сил.

* Задача о равновесии системы твердых тел требует для своего решения составления трех уравнений. В ряде случаев (например, при действии на систему твердых тел только параллельных сил) возможно написать лишь два уравнения, что недостаточно для решения задачи с тремя неизвестными. Такие задачи носят название статически неопределимых, а сама система называется статически неопределимой системой. Методы решения таких задач см. курсы теоретической механики и сопротивления материалов, а также «Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов» М. В. Рубинина (Машино, 1957, стр. 49—73, 100—107 и 402—440).

** Методы построения силового и веревочного многоугольников см. в курсах сопротивления материалов в разделе «Графостатика» и [7], стр. 154.

II. ПРОИЗВОЛЬНАЯ СИСТЕМА СИЛ В ПРОСТРАНСТВЕ

Методика расчета

1. Выбирается точка — начало координат, и координатным осям придается направление. Начало координат целесообразно располагать в точке, в которой пересекаются линии действия двух или нескольких сил, а осям придавать направление, при котором возможно большее число сил будет лежать в плоскостях координат или быть им параллельны. При выполнении этих условий составление уравнений проекций и уравнений моментов упрощается, а вычислительная работа сокращается.

2. Силам реакции придается определенное (предполагаемое) направление.

3. Исходя из схемы действия сил, составляются уравнения проекций всех сил для каждой из координатных осей.

При составлении уравнений совпадающие с направлением оси проекция сил вводятся в уравнение со знаком «плюс», а при противоположном их направлении со знаком «минус».

Если все проекции сил окажутся перпендикулярными к какой-либо оси, уравнение проекций сил относительно этой оси отпадает.

4. Исходя из схемы действия сил, составляются уравнения моментов всех сил относительно осей x , y и z .

Примечание. Рекомендуется до составления уравнений равновесия записать значения проекций и моментов в таблице по образцу, указанному на стр. 98.

5. Устанавливается число неизвестных в данной задаче и выясняется, отвечает ли оно числу написанных уравнений равновесия. Максимальное число уравнений равновесия — шесть; следовательно, задача может быть решена, если число неизвестных не превосходит шести. Однако при составлении уравнений некоторые из них могут отпасть (см., например, указание в конце пункта 3). В этом случае решение задачи возможно, если число неизвестных не превосходит числа написанных уравнений равновесия или если условие задачи дает дополнительные данные (обычно в виде соотношения неизвестных величин).

6. После подстановки в написанные уравнения равновесия численных значений заданных величин и значений тригонометрических функций выполняется решение системы уравнений первой степени по правилам алгебры.

7. В том случае, если для искомых сил проекции их будут со знаком «минус», следует принятое ранее (см. п. 2) направление сил изменить на такое, которое получится, если проекциям, полученным со знаком «минус», придать противоположное направление.

Пример расчета. Дано: натяжение ремней T_1 и T_2 и соотношение натяжения ветвей ремня T_3 и T_4 для равномерно вращающегося вала, изображенного на стр. 98.

Определить реакции опор A и B , учитывая размеры по рисунку.

Решение.*

1. За начало координат принимается точка A , и ось y направляется вдоль оси вала.

2. Принимается, что реакции опор A и B направлены так, что их проекции X_1 и Z_1 и соответственно X_2 и Z_2 отвечают указанному на рисунке

* Пункты 1—7 отвечают пунктам раздела «Методика расчета».

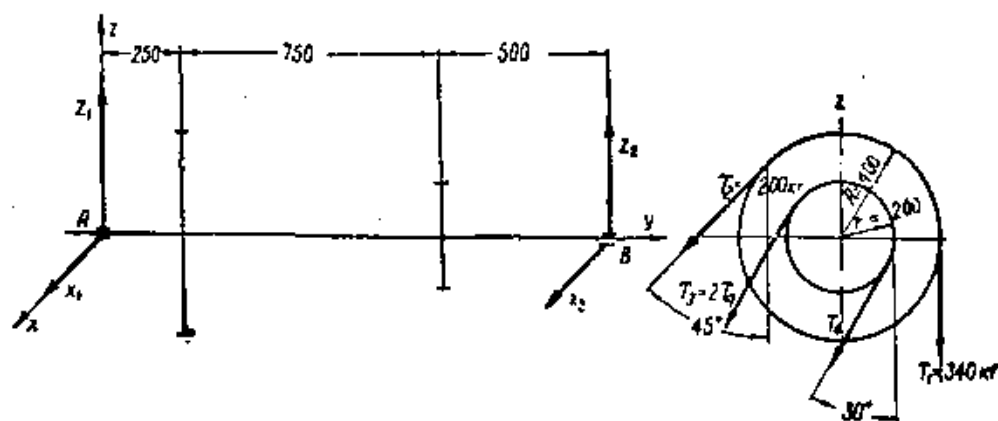
УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

Продолжение

3. Заполняется таблица значений проекций сил на оси координат.

	X_1	Z_1	X_2	Z_2	T_1	T_2	T_3	T_4
x	X_1	0	X_2	0	0	$T_2 \cos 45^\circ$	$T_3 \sin 30^\circ$	$T_4 \sin 30^\circ$
z	0	Z_1	0	Z_2	$-T_1$	$-T_2 \cos 45^\circ$	$-T_3 \cos 30^\circ$	$-T_4 \cos 30^\circ$

(уравнение проекций на ось y отпадает, так как все силы перпендикулярны этой оси).



4. Заполняется таблица значений моментов сил относительно осей x , y и z .

	X_1	Z_1	X_2	Z_2	T_1	T_2	T_3	T_4
M_x	0	0	0	$+1,5Z_2$	$-0,25T_1$	$-0,25T_2 \cos 45^\circ$	$-1 \cdot T_3 \cos 30^\circ$	$-1 \cdot T_4 \cos 30^\circ$
M_y	0	0	0	0	$-0,4T_1$	$+0,4T_2$	$+0,2T_3$	$-0,2T_4$
M_z	0	0	$-1,5X_2$	0	0	$-0,25T_2 \cos 45^\circ$	$-1 \cdot T_3 \sin 30^\circ$	$-1 \cdot T_4 \sin 30^\circ$

5. Составляются уравнения равновесия (приравнивается нулю сумма проекций всех сил на оси x , y и z и сумма моментов всех сил относительно осей x , y и z):

$$X_1 + X_2 + T_2 \cos 45^\circ + (T_3 + T_4) \sin 30^\circ = 0,$$

$$Z_1 + Z_2 - T_1 - T_2 \cos 45^\circ - (T_3 + T_4) \cos 30^\circ = 0,$$

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА. ПРИМЕР И РАСЧЕТЫ

Продолжение

$$1,5Z_2 - 0,25T_1 - 0,25T_2 \cos 45^\circ - (T_3 + T_4) \cos 30^\circ = 0,$$

$$-0,4(T_1 - T_2) + 0,2(T_3 - T_4) = 0,$$

$$1,5X_2 + 0,25T_2 \cos 45^\circ + (T_3 + T_4) \sin 30^\circ = 0.$$

6. В написанные уравнения подставляются численные значения сил T_1 и T_2 , а T_3 заменяется на основании соотношения $T_3 = 2T_4$.

$$X_1 + X_2 + 100\sqrt{2} + 1,5T_4 = 0, \quad (1)$$

$$Z_1 + Z_2 - 340 - 100\sqrt{2} - 1,5\sqrt{3}T_4 = 0, \quad (2)$$

$$-1,5Z_2 + 85 + 25\sqrt{2} + 1,5\sqrt{3}T_4 = 0, \quad (3)$$

$$56 - 0,2T_4 = 0, \quad (4)$$

$$1,5X_2 + 25\sqrt{2} + 1,5T_4 = 0. \quad (5)$$

7. Решается система уравнений: из (4) находят $T_4 = 280$ кг и, следовательно, $T_3 = 560$ кг.

Теперь из (3) и (5) получают

$$Z_2 = \frac{85 + 25\sqrt{2} + 420\sqrt{3}}{1,5} = \frac{17 + 5\sqrt{2} + 84\sqrt{3}}{0,3} = 565 \text{ кг},$$

$$X_2 = -\frac{25\sqrt{2} + 420}{1,5} = -\frac{5\sqrt{2} + 84}{0,3} = -304 \text{ кг}.$$

Подставляя значения Z_2 и X_2 в (1) и (2), имеют

$$X_1 = 304 - 100\sqrt{2} - 420 = -257 \text{ кг},$$

$$Z_1 = 340 + 100\sqrt{2} + 420\sqrt{3} - 565 = 643 \text{ кг}.$$

Полученные отрицательные значения для X_1 и X_2 показывают, что направление сил X_1 и X_2 совпадает с отрицательным направлением осей x , т. е. что эти силы имеют направление, противоположное принятому на рисунке.

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ СТАТИКИ В ПРИЛОЖЕНИИ К ДВИЖУЩИМСЯ ТЕЛАМ (метод кинестатики)

Основные положения

Если к движущейся материальной точке приложить силу инерции $\bar{\Phi} = -ma$ (m — масса точки, a — ее ускорение), то равнодействующая P активных сил, действующих на точку, сила N реакции связей и сила инерции $\bar{\Phi}$ будут находиться в равновесии (принцип Д'Аламбера):

$$\bar{P} + \bar{N} + \bar{\Phi} = 0.$$

Следовательно, к этим силам применимы законы равновесия сил, пересекающихся в одной точке.

При движении механической системы материальных точек в каждый момент времени силы инерции точек системы, активные силы, действующие на точки системы, и силы реакции связей находятся в равновесии (принцип Д'Аламбера для системы материальных точек). Следовательно, к этим силам применимы все уравнения статики, в частности, условия равновесия сил, действующих на твердое тело (см. стр. 95).

Пример расчета.

Дано: стержень CD скреплен жестко с серединой оси AB , вращающейся равномерно с угловой скоростью ω . На концах стержня CD закреплены грузы P .

Определить реакции опор A и B .

Решение.

Так как грузы вращаются равномерно, то их касательное ускорение равно нулю, а нормальное ускорение a^n равно $r\omega^2$ (см. стр. 115). Центробежная сила груза P (нормальная сила инерции) на основании второго закона Ньютона (см. стр. 122) будет

$$\Phi^n = \frac{P}{g} a^n = \frac{P}{g} r\omega^2,$$

а при замене r на $\sin \alpha$

$$\Phi^n = \frac{P}{g} l \sin \alpha \omega^2.$$

Прилагая в точках C и D силы Φ^n , можно к данной системе применить условия равновесия статики (см. условия равновесия произвольной системы сил на плоскости, стр. 95) и написать уравнения:

1) $X_A - X_B = 0$ (сумма проекций всех сил на ось A_x);

2) $Y_A - 2P = 0$ (сумма проекций всех сил на ось A_y);

3) $hX_B + \Phi^n \left(\frac{h}{2} - l \cos \alpha \right) - \Phi^n \left(\frac{h}{2} + l \cos \alpha \right) + Pr - Pr = 0$, или

$hX_B - 2\Phi^n l \cos \alpha = 0$ (сумма моментов всех сил относительно точки A).

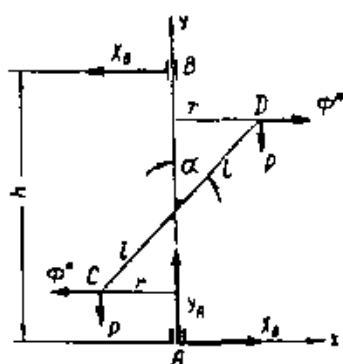
Решение этих уравнений дает:

$Y_A = 2P$ (из 2-го уравнения), $X_A = X_B$ (из 1-го уравнения), $X_A =$

$$= X_B = \frac{2\Phi^n l \cos \alpha}{h} \text{ (из 3-го уравнения),}$$

и подставляя значение Φ^n , получим

$$X_A = X_B = \frac{Pl^2}{gh} \sin 2\alpha \omega^2.$$



ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

I. МЕТОДЫ НАХОЖДЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ДЕТАЛИ

Расчленение детали на простые геометрические тела

Координаты x_0 , y_0 и z_0 центра тяжести нескольких тел с массами M_1 , M_2 , . . . , M_n определяются по формулам

$$x_0 = \frac{\sum x_i M_i}{\sum M_i}, \quad y_0 = \frac{\sum y_i M_i}{\sum M_i}, \quad z_0 = \frac{\sum z_i M_i}{\sum M_i}, \quad (1)$$

где x_i , y_i , z_i — координаты центров тяжести отдельных тел.

Для определения центра тяжести детали сложной формы ее следует расчленить на простые геометрические тела, координаты центра тяжести которых приведены в таблицах на стр. 102—108. Определив затем вес отдельных частей детали и получив из таблиц координаты центров тяжести отдельных частей, найденные величины следует подставить в формулы (1).

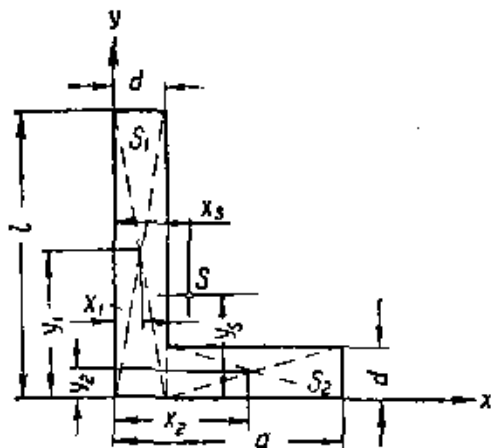


Рис. 1.

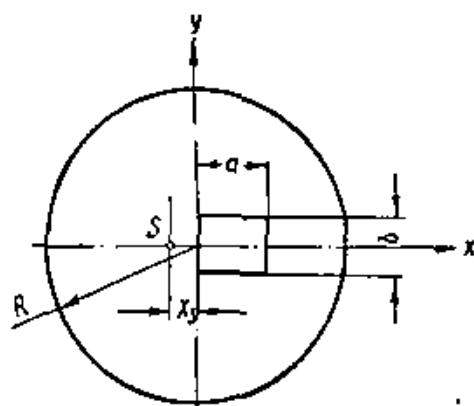


Рис. 2.

Пример расчета. Дано: сечение неравнобокого угольника с размерами, указанными на рис. 1.

Определить координаты центра тяжести S , расчленив сечение на части, координаты центров тяжести которых известны.

Решение.

Разбиваем сечение на два прямоугольника. Из данных на стр. 103 имеем: центр тяжести прямоугольника лежит в точке пересечения его диагоналей.

Для большего прямоугольника координаты центра тяжести будут x_1 и y_1 . Для меньшего прямоугольника координаты центра тяжести будут x_2 и y_2 .

Подставляя эти значения в (1) и заменяя массы прямоугольников их площадями, имеем

$$x_S = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2}{S_1 + S_2}, \quad y_S = \frac{y_1 S_1 + y_2 S_2}{S_1 + S_2}. \quad (2)$$

Подставляя значения x_1 , y_1 , x_2 , y_2 , S_1 и S_2 , имеем

$$x_S = \frac{a^2 + ld - d^2}{2(a + l - d)}, \quad y_S = \frac{l^2 + ad - d^2}{2(a + l - d)}. \quad (3)$$

Метод отрицательных масс

Если тело имеет полости, то можно предположить, что они заполнены отрицательной массой. При таком предположении возможно для деталей, имеющих полости, производить расчленение их на простые геометрические тела и применять формулы (1).

Пример расчета. Дано: круглая пластина с прямоугольным вырезом и размерами, указанными на рис. 2 (стр. 101).

Определить координаты центра тяжести S .

Решение.

Пластина симметрична относительно оси x ; следовательно, $y_S = 0$. Остается найти координату x_S .

Для квадрата имеем: площадь $S_1 = ab$; координата центра тяжести $x_1 = \frac{a}{2}$.

Для круга имеем: площадь $S_2 = \pi R^2$; координата центра тяжести $x_2 = 0$. Подставляя в (1), имеем

$$x_S = \frac{S_2 x_2 - S_1 x_1}{S_2 - S_1} = \frac{-ab \frac{a}{2}}{\pi R^2 - ab} = -\frac{a^2 b}{2(\pi R^2 - ab)}$$

Ответ:

$$x_S = -\frac{a^2 b}{2\pi R^2 - ab}, \quad y_S = 0.$$

II. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ФИГУР И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

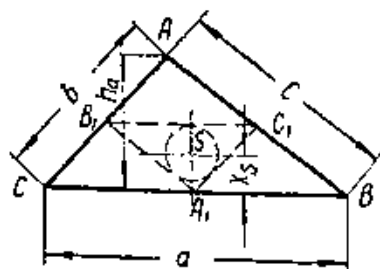


Рис. 1.

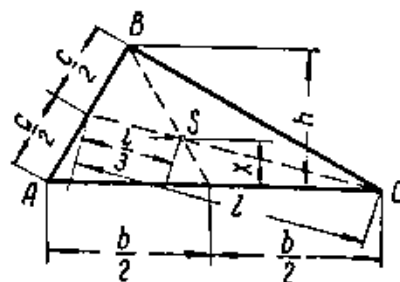


Рис. 2.

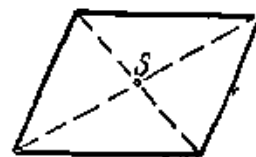


Рис. 3.

Периметр треугольника (рис. 1)

A_1, B_1 и C_1 — середины сторон a, b и c .
 Центр тяжести S находится в центре круга, вписанного в треугольник A_1, B_1, C_1 .

Расстояние центра тяжести от стороны треугольника a

$$x_S = \frac{h_a}{2} \cdot \frac{(b+c)}{a+b+c}$$

где h_a — высота, соответствующая стороне a .

Площадь треугольника (рис. 2)

Центр тяжести S находится на пересечении медиан. Расстояние центра тяжести S до середины одной из сторон равно одной трети медианы этой стороны; расстояние от любой стороны треугольника равно одной трети высоты, опущенной на эту сторону.

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Продолжение

Координаты центра тяжести

$$x_S = \frac{1}{3} (x_1 + x_2 + x_3), \quad y_S = \frac{1}{3} (y_1 + y_2 + y_3), \quad z_S = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 + z_3),$$

где $x_1, x_2, x_3 \dots$ — координаты вершин треугольника.

Периметр параллелограмма (рис. 3)

Центр тяжести S находится в точке пересечения диагоналей параллелограмма.

Площадь параллелограмма (рис. 3)

Центр тяжести S находится в точке пересечения диагоналей параллелограмма.

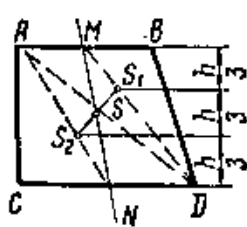


Рис. 4.

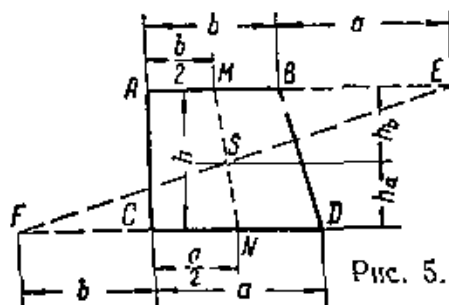


Рис. 5.

Площадь трапеции (рис. 4)

Центр тяжести S находится на прямой, соединяющей середины M и N параллельных сторон.

Расстояние h_a и h_b равны:

$$h_a = \frac{h}{3} \cdot \frac{a + 2b}{a + b}, \quad h_b = \frac{h}{3} \cdot \frac{2a + b}{a + b}.$$

Графическое построение (рис. 5)

1. На продолжениях параллельных сторон откладывают отрезки $BE = a$ и $CF = b$ (рис. 4); EF пересекает MN в точке S .

2. Разлагают трапецию на два треугольника (рис. 5), имеющих центры тяжести в S_1 и S_2 . Прямая S_1S_2 пересекает MN в точке S .

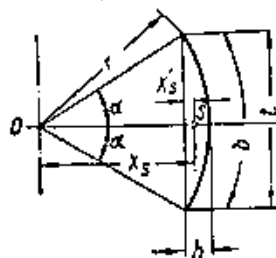


Рис. 6.

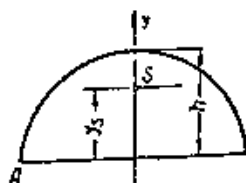


Рис. 7.

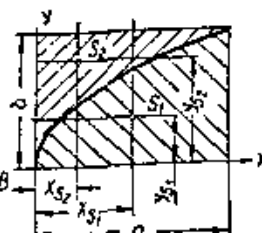


Рис. 8.

Дуга окружности (рис. 6)

Расстояние центра тяжести S от центра круга O

$$x_S = \frac{rt}{b} = \frac{180^\circ r \sin \alpha^\circ}{\pi \alpha^\circ} = \frac{t(t^2 + 4h^2)}{8bh} = 57,296r \frac{\sin \alpha^\circ}{\alpha^\circ}.$$

При $\alpha = 90^\circ$	$x_S = 0,6366r$
» $\alpha = 45^\circ$	$x_S = 0,9003r$
» $\alpha = 30^\circ$	$x_S = 0,9549r$

При $\alpha < 45^\circ$ приближенно можно принимать $x'_S \approx \frac{2}{3}h$ (ошибка меньше 1%).

Дуга параболы (рис. 7)

Расстояние центра тяжести S от прямой AB

$$y_S = \frac{2}{3} h.$$

Площади, ограниченные параболой (рис. 8)

Координаты центра тяжести S для площади S_1

$$x_{S1} = \frac{3}{5} a, \quad y_{S1} = \frac{3}{8} b.$$

Координаты центра тяжести S для площади S_2

$$x_{S2} = \frac{3}{10} a, \quad y_{S2} = \frac{3}{4} b.$$

Площадь кругового треугольника (рис. 9)

(площадь, получаемая вычитанием квадранта из квадрата)

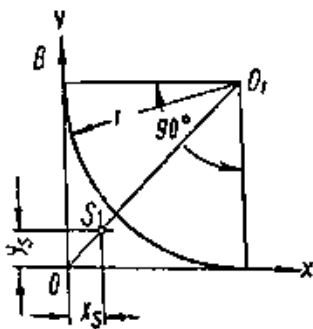


Рис. 9.

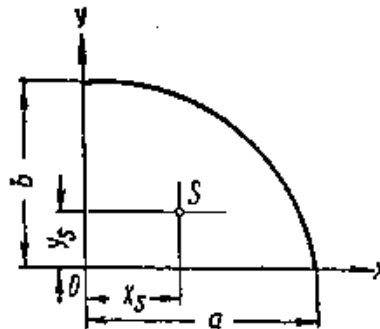


Рис. 10.

Координаты центра тяжести S

$$x_S = y_S = 0,2234r.$$

Расстояние OS

$$OS = 0,3159r.$$

Площадь эллиптического квадранта (рис. 10) (четвертой части эллипса)

Координаты центра тяжести S :

$$x_S = 0,4244a,$$

$$y_S = 0,4244b.$$

Площадь четырехугольника (рис. 11)

Четырехугольник делится одной диагональю на два треугольника с центрами тяжести в S_1 и S_2 и другой диагональю на два треугольника с центрами тяжести в S_3 и S_4 .

Центр тяжести четырехугольника находится в точке пересечения прямых S_1S_2 и S_3S_4 .

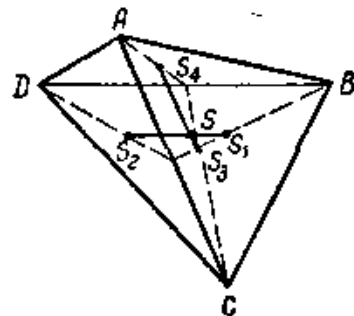


Рис. 11.

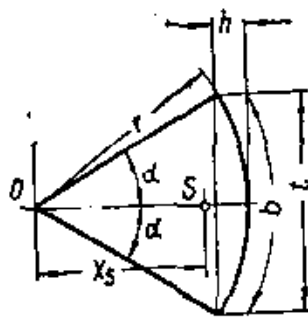


Рис. 12.

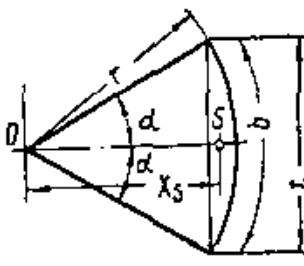


Рис. 13.

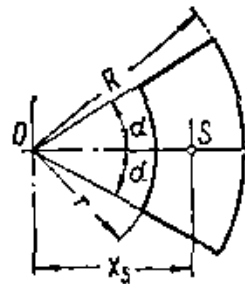


Рис. 14.

Круговой сектор (рис. 12)

Расстояние центра тяжести S от центра O

$$x_s = \frac{2}{3} r \frac{t}{b} = \frac{2}{3} \frac{r \sin \alpha}{\alpha} = 38,2 \frac{r \sin \alpha}{\alpha^3} = \frac{r^2 t}{3F},$$

где F — площадь сектора;
 α — угол в радианах.

При $\alpha = 90^\circ$ $x_s = 0,4244r$

» $\alpha = 45^\circ$ $x_s = 0,6002r$

» $\alpha = 30^\circ$ $x_s = 0,6366r$

Круговой сегмент (рис. 13)

Расстояние центра тяжести S от центра O

$$x_s = \frac{r^3}{12F} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r^3 \sin^3 \alpha}{F} = \frac{4}{3} \cdot \frac{r \sin^3 \alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha},$$

где α — угол в радианах;
 F — площадь сегмента.

Площадь части кругового кольца (рис. 14)

Расстояние центра тяжести S от центра O

$$x_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 38,2 \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha^3},$$

где α — угол в радианах.

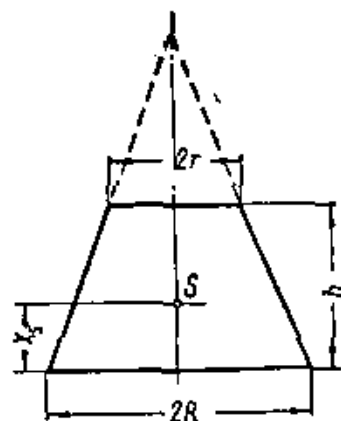


Рис. 15.

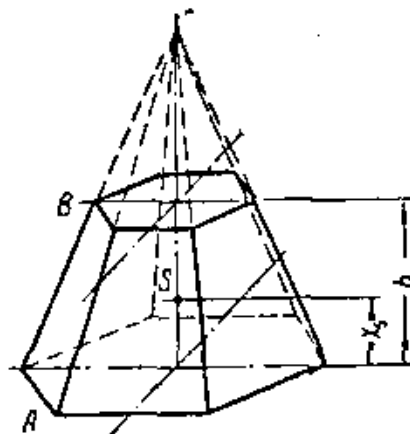


Рис. 16.

Боковая поверхность правильной пирамиды и прямого конуса

Центр тяжести S лежит на отрезке, соединяющем вершину с центром тяжести основания, на расстоянии от основания, равном одной трети длины этого отрезка.

Боковая поверхность прямой усеченной пирамиды

Центр тяжести S лежит на высоте пирамиды на расстоянии z_S от центра тяжести большого основания

$$z_S = \frac{h}{3} \cdot \frac{P + 2p}{P + p},$$

где P и p — периметры большого и меньшего оснований.

Боковая поверхность прямого усеченного конуса (рис. 15)

Расстояние центра тяжести S от большого основания

$$x_S = \frac{h}{3} \cdot \frac{R + 2r}{R + r},$$

Объем пирамиды и конуса

Центр тяжести S лежит на отрезке, соединяющем вершину с центром тяжести основания на расстоянии от основания, равном одной четверти длины этого отрезка.

Объем усеченной пирамиды (рис. 16)

Расстояние центра тяжести S от основания A

$$x_S = \frac{h}{4} \cdot \frac{A + 2\sqrt{AB} + 3B}{A + \sqrt{AB} + B},$$

где A и B — площади параллельных оснований.

Объем усеченного кругового конуса (рис. 15)

Расстояние центра тяжести S от основания радиуса R

$$x_S = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}.$$

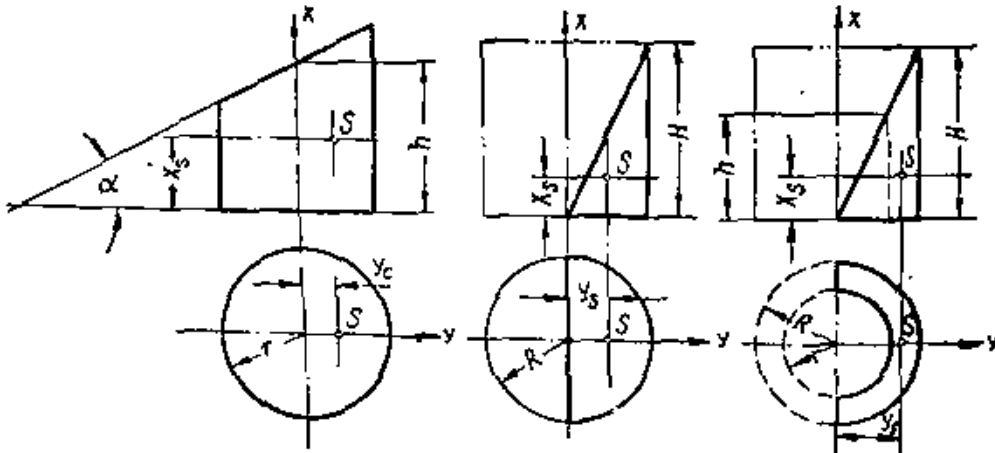


Рис. 17.

Рис. 18.

Рис. 19.

Объем призмы и цилиндра с параллельными основаниями

Центр тяжести S лежит в середине линии, соединяющей центры тяжести оснований.

Объем наклонно усеченного прямого круглого цилиндра (рис. 17)
Координаты центра тяжести S

$$x_S = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{8h},$$

$$y_S = \frac{r^2 \operatorname{tg} \alpha}{4h},$$

где h — длина оси;
 α — угол наклона сечения к плоскости основания;
 xy — плоскость симметрии.

Цилиндрическая подкова

1. Поверхность сплошной подковы (рис. 18):
координаты центра тяжести S

$$x_S = \frac{1}{4} \pi R,$$

$$y_S = \frac{1}{8} \pi H.$$

2. Объем сплошной подковы (рис. 18):
координаты центра тяжести S

$$x_S = \frac{3}{16} \pi R, \quad y_S = \frac{3}{32} \pi H.$$

3. Объем полый подковы (рис. 19):

$$x_S = \frac{3}{16} \pi \left(\frac{R^4 - r^4}{R^2 - r^2} \right), \quad y_S = \frac{3}{32} \pi \left(\frac{H^3 - h^3}{H^2 - h^2} \right).$$

Объем треугольной пирамиды

Координаты центра тяжести S

$$x_S = \frac{1}{4} (x_1 + x_2 + x_3 + x_4),$$

$$y_S = \frac{1}{4} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4),$$

$$z_S = \frac{1}{4} (z_1 + z_2 + z_3 + z_4),$$

где в скобках — координаты вершин пирамиды.

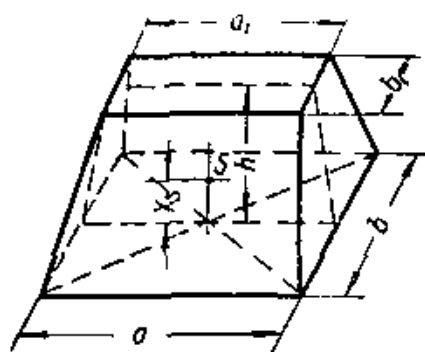


Рис. 20.

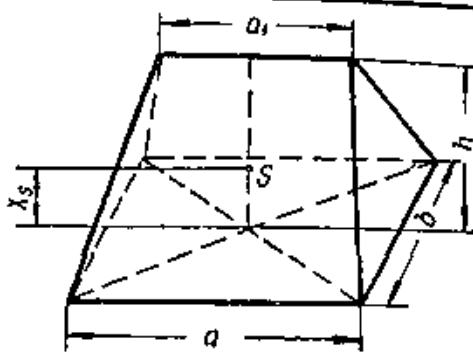


Рис. 21.

Объем обелиска (рис. 20)

Расстояние центра тяжести S от основания ab

$$x_S = \frac{h}{2} \cdot \frac{ab + ab_1 + a_1b + 3a_1b_1}{2ab + ab_1 + a_1b + 2a_1b_1}$$

Объем клина (рис. 21)

Расстояние центра тяжести S от основания

$$x_S = \frac{h}{2} \cdot \frac{a + a_1}{2a + a_1}$$

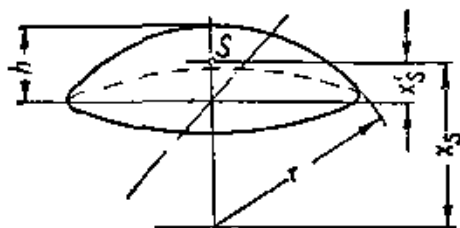


Рис. 22.

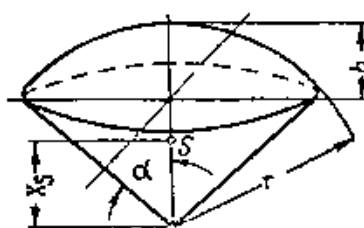


Рис. 23.

Объем шарового сегмента (рис. 22)

Координаты центра тяжести S

$$x_S = \frac{3}{4} \cdot \frac{(2r - h)^2}{(3r - h)}$$

$$x'_S = \frac{h(4r - h)}{4(3r - h)}$$

Для полушара

$$x_S = x'_S = \frac{3}{8} r$$

Объем шарового сектора (рис. 23)

Расстояние центра тяжести S от центра шара

$$x_S = \frac{3}{8} (1 + \cos \alpha) r = \frac{3}{8} (2r - h)$$

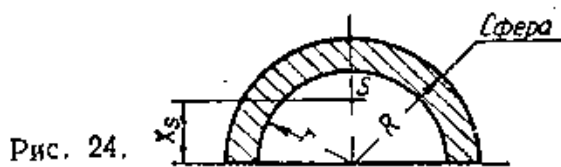


Рис. 24.

Объем полого полушара (рис. 24)

Расстояние центра тяжести S от экваториальной плоскости

$$x_S = \frac{3}{8} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМЫ

I. АНАЛИТИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ — ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТА

Способ разрезов

1. Определяют опорные реакции. *
2. Разрезают мысленно ферму на две части, делая первый разрез не более чем по трем стержням.
3. Удаляют мысленно часть фермы, а для оставшейся части направляют реакцию каждого перерезанного стержня вдоль этого стержня от узла.
4. Составляют для оставшейся части фермы три уравнения равновесия: три уравнения моментов относительно трех точек, в которых попарно пересекаются направления перерезанных стержней. **
5. Из составленных трех уравнений находят реакции перерезанных стержней (положительным значениям реакций соответствуют растягивающие усилия, а отрицательным — сжимающие).
6. Проводя ряд последовательных разрезов по различным стержням фермы, определяют усилия во всех стержнях фермы.

Способ вырезания узлов

1. Определяют опорные реакции. *
2. Составляют уравнения равновесия для каждого вырезанного узла, направляя реакцию каждого перерезанного стержня вдоль стержня от узла. ***
3. Из составленных уравнений определяют реакции в стержнях **** (положительным значениям реакций соответствуют растягивающие усилия, а отрицательным — сжимающие).

II. ГРАФИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ

Способ вырезания узлов

1. Определяют опорные реакции. *
2. Строят многоугольники сил для каждого из вырезанных узлов и величины неизвестных усилий определяют графически. ***
3. Определяют направление усилий в стержнях вырезанного узла по правилу: если реакция данного стержня приложена к вырезанному узлу так, что она направлена к этому узлу, то стержень сжат, если же эта реакция направлена от узла, то стержень растянут.

Способ Кремоны

При большом числе узлов фермы последовательное построение многоугольников сил приводит к накоплению погрешности построения. Поэтому здесь рекомендуется построение диаграммы Кремоны (при способе Кремоны все многоугольники сил для всех узлов образуют общую диаграмму). Указания к построению диаграммы Кремоны см. [4], стр. 151 и [7], стр. 157.

* См., например, стр. 96. В уравнения равновесия входят только нагрузки и реакции.

** См. стр. 95. «Произвольная система сил на плоскости» 1-я форма. Если среди перерезанных стержней два стержня параллельны, то вместо третьего уравнения моментов составляют уравнение проекций на ось, перпендикулярную к параллельным стержням (2-я форма).

*** Первым нужно вырезать узел, в котором соединяются только два стержня. Дальнейшая последовательность вырезания узлов легко устанавливается для данной фермы. Всякий раз при переходе к новому узлу нужно следить за тем, чтобы в этом узле имелось не более двух стержней, в которых усилия еще не определены.

**** Составление уравнений см. стр. 95 «Сходящиеся силы».

ТРЕНИЕ *

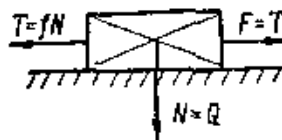
1. ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

Сила трения T

Сила трения T в момент начала движения больше, чем во время движения. Как в том, так и в другом случае сила трения T больше при сухих поверхностях и меньше при смазанных.

$$T = fN,$$

где f — коэффициент трения;
 N — нормальное давление.



Значение коэффициента f выбирается по таблице, во-первых, в соответствии с тем, находятся ли тела в покое или одно из трущихся тел движется относительно другого во-вторых, в зависимости от материала трущихся поверхностей и, в-третьих, в зависимости от состояния трущихся поверхностей (в таблице «сухая» или «смазанная»).

Ориентировочные значения коэффициентов трения скольжения *

Материалы трущихся поверхностей	Коэффициент трения f			
	покоя		движения	
	при сухой поверхности	при смазанной поверхности	при сухой поверхности	при смазанной поверхности
Сталь — сталь	0,15	0,1—0,12	0,15	0,05—0,1
Сталь — чугун	0,3	—	0,18	0,05—0,15
Сталь — бронза	0,15	0,1—0,15	0,15	0,1—0,15
Сталь — лед	0,027	—	—	—
Сталь — камень	0,42—0,49	—	—	—
Чугун — чугун	—	0,18	0,15	0,07—0,12
Чугун — бронза	—	—	0,15—0,2	0,07—0,15
Чугун — дерево (дуб)	0,65	—	0,3—0,5	0,2
Чугун — кожа	0,3—0,5	0,15	0,6	0,15
Чугун — резина	—	—	0,8	0,5
Бронза — бронза	—	0,1	0,2	0,07—0,1
Бронза — дерева (дуб)	0,6	—	0,3	—

* Таблица заимствована из «Ориентировочные значения металлов», т. 1 (Машигиз, 1957).

ТРЕНИЕ *

Предельный угол трения φ

$$\varphi = \arctg f \text{ и } \operatorname{tg} \varphi = f,$$

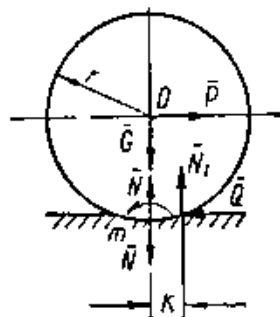
где φ — угол трения — угол между направлениями нормальной и полной реакций (при T_{\max} φ — предельный угол трения);
 f — коэффициент трения.

II. ТРЕНИЕ КАЧЕНИЯ

Момент сопротивления при качении
 (момент пары трения качения)

$$m = k\bar{N},$$

где \bar{N} — нормальное давление;
 k — коэффициент трения качения («плечо пары трения» которое выражается в единицах длины — обычно в сантиметрах).



40

Ориентировочные значения коэффициентов трения качения
 для катка на плоскости *

Материалы трущихся тел	Коэффициент трения качения k , см
Мягкая сталь — мягкая сталь	0,005
Закаленная сталь — закаленная сталь	0,001
Сталь — дерево	0,03—0,04
Чугун — чугун	0,005

* Таблица заимствована из «Справочника металлиста», т. I (Машгиз, 1957).

СКОРОСТЬ, ПУТЬ, ВРЕМЯ И УСКОРЕНИЕ ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Вид движения точки или тела	Скорость V (V_0 — скорость в момент времени $t = 0$)	Путь S	Время t	Ускорение (a — при равнопеременном движении; w — при любом движении)
Равномерное движение ($x = f(t)$ — линейная функция)	$V = \frac{S}{t},$ $V = \frac{\sigma}{\tau} \operatorname{tg} \alpha^*$	$S = Vt$	$t = \frac{S}{V}$	—
Равнопеременное движение	$V = V_0 + at,$ $V_{\text{ср}} = \frac{S}{t}$	$S = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$	$t = \frac{2S}{V_0 + V}$	$a = \frac{V - V_0}{t}$
Падение тела (в пустоте); движение тела брошенного вертикально вверх (в пункте)	$V = V_0 + gt,$ $V = gt \text{ (при } V_0 = 0),$ $V = \sqrt{2gS} \text{ (при } V_0 = 0)$	$S = V_0 t + \frac{1}{2} gt^2,$ $S = \frac{1}{2} gt^2 \text{ (при } V_0 = 0)$	$t = \frac{V - V_0}{g},$ $t = \frac{V}{g} \text{ (при } V_0 = 0)$	$g = 9,81 \text{ м/сек}^2$ (при падении), $g = -9,81 \text{ м/сек}^2$ (при полете вверх)
Неравномерное движение точки ($x = f(t)$ — какая угодно функция)	$V = \frac{dx}{dt}, \quad V_{\text{ср}} = \frac{s}{t},$ $V = \frac{\sigma}{\tau} \operatorname{tg} \alpha^{**}$	$S = \int_{t_1}^{t_2} V dt$	—	$w = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2},$ $w = \frac{\beta}{\tau} \operatorname{tg} \gamma^{***}$

СКОРОСТЬ, ПУТЬ, ВРЕМЯ И УСКОРЕНИЕ ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Продолжение

Вид движения точки или тела	Скорость V (V_0 — скорость в момент времени $t = 0$)	Путь S	Время t	Ускорение (a — при равнопеременном движении; ω — при любом движении)
Гармоническое колебание точки или тела $x = f(t) = a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ где a — амплитуда колебания; T — период колебания; $\frac{2\pi}{T} = \omega$ — фаза колебания	$v = -\frac{2\pi a}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ $V_{\max} = \frac{2\pi a}{T}$ Кривая скоростей — синусоида	$x = a \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ График движения — косинусоида $x = a \cos \varphi$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$ где ω — угловая скорость радиуса, соединяющего центр окружности с точкой, движущейся по окружности	$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} x$ Пределы изменения: от $-\frac{4\pi^2 a}{T^2}$ до $+\frac{4\pi^2 a}{T^2}$ $\omega = 0$ — при прохождении точки через центр колебаний

Значения V и x для гармонического колебания точки при различных значениях t

t	0	$\frac{T}{8}$	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{5}{8} T$	$\frac{3}{4} T$	$\frac{7}{8} T$	T
V	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2} V_{\max}$	$-V_{\max}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2} V_{\max}$	V_{\max}	$\frac{\sqrt{2}}{2} V_{\max}$	0
x	a	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	0	$-a$	$-\frac{a\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	a

* α — угол между осью времени и наименьшим графиком этого движения; θ и τ — соответственно масштабы пути и времени.
 ** α — угол между касательной к графику движения и осью времени; θ и τ — соответственно масштабы пути и времени.
 ... γ — угол между касательной к графику скоростей и осью времени; θ и τ — соответственно масштабы скорости и времени.

СКОРОСТЬ, УСКОРЕНИЕ И ПУТЬ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Вид движения точки и ее траектория	Скорость точки	Ускорение точки
<p>$S = f(t)$ — какая угодно функция; траектория — кривая произвольной формы</p>	<p style="text-align: center;">$V = \left[\frac{dS}{dt} \right]$</p> <p>(в алгебраической форме) Вектор скорости направлен по касательной к траектории Проекция вектора скорости на оси координат:</p> $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x},$ $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y},$ $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}.$ <p>Величина скорости V_S</p> $V_S = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$ <p>Направление скорости</p> $\cos(\vec{V}, x) = \frac{V_x}{V},$	<p style="text-align: center;">$a = \frac{dV}{dt}$ (в векторной форме)</p> <p>Вектор ускорения лежит в соприкасающейся плоскости к траектории в данной точке и направлен в сторону вогнутости Проекция вектора ускорения на оси координат:</p> $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}.$ <p>Величина ускорения a</p> $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$ <p>Направление ускорения</p> $\cos(\vec{a}, x) = \frac{a_x}{a}, \quad \cos(\vec{a}, y) = \frac{a_y}{a}, \quad \cos(\vec{a}, z) = \frac{a_z}{a}.$ <p>Тангенциальное ускорение a^t*</p> $a^t = \frac{dV_S}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}.$ <p>Нормальное ускорение a^n*</p> $a^n = \frac{V^2}{\rho},$

* a^t и a^n — обозначения тангенциального и нормального ускорений. Знаки t и n не следует приписывать за обозначение степени.

СКОРОСТЬ, УСКОРЕНИЕ И ПУТЬ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Продолжение

Вид движения точки и ее траектория	Скорость точки	Ускорение точки		
	$\cos(\vec{V}, y) = \frac{V_y}{V},$ $\cos(\vec{V}, z) = \frac{V_z}{V}.$	<p>где ρ — радиус кривизны в соответствующей точке. Ускорение a, выраженное через ускорения a^t и a^n.</p> $a = \sqrt{(a^t)^2 + (a^n)^2}.$ <p>Угол между вектором полного ускорения и нормалью</p> $\operatorname{tg} \mu = \frac{a^t}{a^n}.$		
<p>Ускорение \vec{a} образует острый угол со скоростью \vec{V} в ускоренном движении и тупой — в замедленном; ускорение a перпендикулярно \vec{V} в равномерном движении и при \vec{V}_{\max} и \vec{V}_{\min}.</p> <p>Ускорение a^t равно нулю в прямолинейном движении, в точках перегиба траектории, в начальный и конечный момент криволинейного движения и в момент мгновенной остановки точки. (Здесь применимы формулы для прямолинейного движения, где только вместо ускорения a следует брать a^t).</p>				
<p>Вид движения точки (сила тела) и ее траектория</p>	<p>Скорость (V — линейная, ω — угловая)</p> $V = r\omega$	<p>Ускорение (a — линейное, a^t — тангенциальное, a^n — нормальное, ϵ — угловое)</p> $a^t = r\epsilon,$ $a^n = r\omega^2$	<p>Путь</p> $S = r\varphi$	<p>Примечания</p> <p>r — радиус окружности; ϵ — угловое ускорение; ω — угловая скорость</p>
<p>$S = f(t)$ — какая угодно функция; траектория — окружность</p>				

СКОРОСТЬ, УСКОРЕНИЕ И ПУТЬ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

// продолжение

Вид движения точки (наз тела) и ее траектория	Скорость (V — линейная, ω — угловая)	Ускорение (a — линейное, a^t — тангенциальное, a^n — нормальное, ε — угловое)	Путь	Примечания
Вращение тела вокруг неподвижной оси; $S = f(t)$ — какая угодно функция	Средняя скорость за время $(t_2 - t_1)$ $\omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1}$ Истинная угловая скорость $\omega = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} = \frac{d\varphi}{dt}$	Среднее ускорение за время $(t_2 - t_1)$ $\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$ Истинное угловое ускорение $\varepsilon = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{d\omega}{dt}$	$S = f(t)$	Связь между угловой скоростью (радиан/сек) и числом оборотов n (об/мин) $\omega = \frac{2\pi n}{30} = 0,1047n \approx 0,1n$ (равномерное вращение)
Равномерное вращение тела вокруг неподвижной оси	Угловая скорость $\omega = \text{const}$	Угловое ускорение $\varepsilon = 0$	Угол поворота $\varphi = \varphi_0 + \omega t$	φ_0 — значение φ в момент времени $t = 0$
Равномерно-переменное вращение тела вокруг неподвижной оси	Угловая скорость $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$	Угловое ускорение $\varepsilon = \text{const}$ $\varepsilon > 0$ — равноускоренное движение, $\varepsilon < 0$ — равнозамедленное движение	Угол поворота $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$	ω_0 и φ_0 — значения ω и φ в момент времени $t = 0$

СКОРОСТЬ, УСКОРЕНИЕ И ПУТЬ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

Продолжение

Вид движения точки (или тела) и ее траектория	Скорость (V — линейная, ω — угловая)	Ускорение (a — линейное, a^t — тангенциальное, a^n — нормальное, ε — угловое)	Путь	Примечания
Скорости и ускорения точек вращающегося тела	Скорость точек вращающегося тела $V = r\omega = \frac{\pi r n}{30} = \frac{\pi d n}{60}$ (при $\omega = \text{const}$)	Ускорение точек вращающегося тела $a^t = r\varepsilon,$ $a^n = r\omega^2,$ $a = \sqrt{(a^t)^2 + (a^n)^2} = r\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}$	$S = r\varphi$	$\text{tg } \mu = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$
Гармоническое колебание	$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \alpha k \cos(kt + \beta)$	$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -\alpha k^2 \sin(kt + \beta) = -k^2\varphi$	$\varphi = \alpha \sin(kt + \beta)$	α — угловая амплитуда; k — круговая частота колебаний; β — начальная фаза колебания
Винтовое движение	$\frac{V}{\omega} = \frac{h}{2\pi} = \rho.$ Скорость точки M $V_M = \sqrt{V^2 + r^2\omega^2}$	Ускорение точки M при равномерном винтовом движении a_M $a_M = r\omega^2$ (В общем случае a определяется по правилам сложения ускорений)	Подъем винтовой линии l $l = \text{tg } \alpha = \frac{h}{2\pi r} = \frac{\rho}{r},$ где ρ — «параметр винта»	V — поступательная скорость точки; h — расстояние, пройденное проекцией какой-либо точки на ось винта при одном обороте

МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ *

Момент инерции тела относительно оси (или плоскости)

Моментом инерции J_{Δ} тела относительно оси Δ (или плоскости) называется сумма произведений массы каждой его частицы на квадрат расстояния r до этой оси (или плоскости):

$$J_{\Delta} = \sum m_i r_i^2.$$

Полярный момент инерции тела

Полярным моментом инерции J_{PO} тела относительно полюса O называется сумма произведений массы каждой его частицы на квадрат расстояния a этих частиц до полюса O :

$$J_{PO} = \sum m_i a_i^2.$$

Центробежный момент инерции тела

Центробежным моментом инерции J_{xy} тела относительно координатных плоскостей yz и zx называется сумма произведений массы каждой его частицы на произведения xy расстояний частиц от плоскостей:

$$J_{xy} = \sum m_i xy.$$

Примечание. Центробежный момент инерции может быть положителен, отрицателен или равен нулю.

Главные оси инерции **

Главными осями инерции для данной точки называются три взаимно-перпендикулярные оси x , y , z , для которых центробежные моменты инерции J_{xy} , J_{yz} , J_{zx} равны нулю.

Примечание. В любой точке пространства возможно проведение главных осей инерции тела.

Главные центральные оси инерции тела ***

Главными центральными осями инерции тела называются главные оси инерции, проведенные для центра тяжести тела.

Главный момент инерции тела

Главными моментами инерции тела называются осевые моменты инерции для главных осей инерции.

Примечание. Главные моменты инерции обозначаются через A , B , C .

Радиус инерции тела i

Радиусом инерции тела называется расстояние от оси до такой точки, масса которой равна массе всего тела, а момент инерции точечной массы равен моменту инерции данного тела.

$$i = \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{M}}$$

и, следовательно,

$$J_{\Delta} = Mi^2,$$

где M — масса тела;

J_{Δ} — момент инерции относительно оси Δ .

* «Определения» относятся к телу, но они могут быть отнесены и к плоской фигуре, если оси и точки, по отношению к которым рассматриваются моменты, лежат в плоскости фигуры. В этом случае суммируются произведения элементов фигуры на квадраты их расстояния соответственно до точки или оси.

** Если тело имеет ось симметрии, то эта ось является его главной центральной осью инерции. Если тело имеет плоскость симметрии, то одна из главных центральных осей перпендикулярна этой плоскости, а две другие главные центральные оси инерции лежат в этой плоскости. Для любой точки плоскости симметрии одна из главных осей инерции перпендикулярна этой плоскости.

*** Если одна из главных осей инерции тела в какой-либо точке O проходит через центр тяжести этого тела, то она является главной центральной осью этого тела.

II. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

1. Выражение момента инерции J_{po} относительно начала координат через моменты инерции J_x, J_y, J_z относительно осей x, y, z .

Для тела

$$J_{po} = \frac{1}{2} (J_x + J_y + J_z);$$

для плоской фигуры

$$J_{po} = J_x + J_y,$$

(оси x и y — в плоскости фигуры).

2. Выражение момента инерции J_{xy} для плоской фигуры через момент инерции $J_{x'y'}$, отнесенный к системе координат $x'Sy'$ с началом в центре тяжести S фигуры.

$$J_{xy} = J_{x'y'} + Fx_s y_s,$$

где x_s и y_s — координаты центра тяжести площади F .

3. Выражение момента инерции J_Δ относительно данной оси Δ , параллельной оси, проходящей через центр тяжести.

Для тела

$$J_\Delta = J_s + Mh^2;$$

для плоской фигуры

$$J_\Delta = J_s + Fh^2,$$

$$J_{po} = J_{ps} + Fr^2 \quad (\text{для произвольного полюса } O).$$

Здесь M — масса тела;

h — расстояние центра тяжести тела или плоской фигуры от оси Δ ;

r — расстояние произвольного полюса O от центра тяжести плоской фигуры;

J_{ps} — полярный момент инерции относительно центра тяжести фигуры.

4. Выражение момента инерции J_Δ относительно оси Δ , проходящей через начало координат, через моменты J_x, J_y, J_z относительно осей x, y, z .

Для тела

$$J_\Delta = J_x \cos^2 \alpha + J_y \cos^2 \beta + J_z \cos^2 \gamma - 2J_{xy} \cos \alpha \cos \beta - 2J_{yz} \cos \beta \cos \gamma - 2J_{zx} \cos \gamma \cos \alpha,$$

где α, β, γ — углы оси Δ с осями x, y, z .

И если оси координат x, y, z — главные оси, то

$$J_\Delta = A \cos^2 \alpha + B \cos^2 \beta + C \cos^2 \gamma,$$

где A, B, C — главные моменты инерции тела.

МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ

Продолжение

Для плоской фигуры

$$J_{\Delta} = J_x \cos^2 \alpha + J_y \sin^2 \alpha - J_{xy} \sin 2\alpha,$$

где α — угол оси Δ с осью O_x .

И если оси координат — главные оси, то

$$J_{\Delta} = A \cos^2 \alpha + B \sin^2 \alpha.$$

5. Выражение углов α_0 и $\alpha_0 + 90^\circ$, образуемых главными осями инерции плоской фигуры с осью O_x через моменты инерции плоской фигуры J_x , J_y , J_{xy} :

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{xy}}{J_y - J_x}.$$

6. Выражение главных моментов инерции плоской фигуры для главных осей, образующих с осью O_x углы α и $\alpha + 90^\circ$:

$$A = \frac{J_x + J_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2},$$

$$B = \frac{J_x + J_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_y - J_x}{2}\right)^2 + J_{xy}^2}.$$

7. Выражение момента инерции тела относительно оси Δ через радиус инерции i_{Δ} .

$$J_{\Delta} = M i_{\Delta}^2 = \frac{G}{g} i_{\Delta}^2 \approx 0,102 G i_{\Delta}^2.$$

8. Размерность моментов инерции в технической системе и системе CGS. Момент инерции тела имеет размерность массы, умноженной на квадрат длины. В технической системе единицей измерения момента инерции служит $1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{сек}^2$, в системе CGS — 1 Гсм^2 .

РАБОТА И МОЩНОСТЬ

I. РАБОТА

Основная формула

$$A = F [\bar{\Delta}r] \cos \alpha,$$

где A — работа;

F — сила;

$\bar{\Delta}r$ — вектор перемещения на элементарном участке траектории;
 α — угол между направлениями силы и перемещения.

Частные случаи

1. $\alpha = 0$; направление силы совпадает с направлением перемещения

$$A = Fs,$$

где s — длина прямолинейного пути.

2. $\alpha = 90^\circ$; направление силы перпендикулярно направлению перемещения

$$A = 0.$$

3. $\alpha = 180^\circ$; направление силы противоположно направлению перемещения

$$A = -Fs.$$

Работа деформации при растяжении и сжатии в пределах закона Гука

Работа переменной силы при деформации растяжения и сжатия в пределах закона Гука выражается графически площадью прямоугольного треугольника с катетами, равными соответственно величине деформации и максимальному значению деформирующей силы.

Примечание. При деформации пружин, имеющих предварительное натяжение, работа деформации графически выражается площадью трапеции, имеющей прямой угол при основании. Высота трапеции равна величине деформации, а ее основания соответственно равны силе предварительного натяжения и силе в конце деформации.

Соотношение между электрическими и механическими единицами работы и энергии

Киловатт-час	Ватт-секунда (джоуль)	кГм	Лошадиная сила-час (метрическая)	Килограмм- калория	Британская термическая единица BTU
1	$36 \cdot 10^6$	$36,7 \cdot 10^4$	1,36	860	3411
$2,78 \cdot 10^{-4}$	1000	102	$3,78 \cdot 10^{-4}$	0,239	0,948
$2,72 \cdot 10^{-4}$	981	100	$3,7 \cdot 10^{-4}$	0,234	0,929
0,736	$26,5 \cdot 10^6$	$27 \cdot 10^4$	1	632,5	2509
$1,16 \cdot 10^{-3}$	4187	427	$1,58 \cdot 10^{-3}$	1	3,97
$0,293 \cdot 10^{-3}$	1055	107,6	$3,99 \cdot 10^{-4}$	0,252	1

МОЩНОСТЬ

Мощностью называется величина, характеризующая работу за единицу времени.

Основная формула

$$N = \frac{A}{t},$$

где N — мощность, кГм/сек;

A — работа, кГм;

t — время, сек.

РАБОТА И МОЩНОСТЬ

Продолжение

Соотношение между электрическими и механическими единицами мощности

Килловатт	Лошадиная сила		кг·м/сек	Эрг/сек
	метрическая	английская		
1	1,36	1,34	102,0	10^{10}
0,736	1	0,986	75	$7,36 \cdot 10^9$
0,746	1,0138	1	76,04	$7,46 \cdot 10^9$
0,981	1,333	1,315	100	$9,81 \cdot 10^9$
10^{-1}	$1,36 \cdot 10^{-1}$	$1,34 \cdot 10^{-1}$	$1,02 \cdot 10^{-2}$	10^8

МОЩНОСТЬ ГИДРОПРИВОДА

Мощность гидропривода N :

$$N = p \frac{Q_M}{450} \text{ л. с.},$$

где p — удельное давление, кг/см²;

Q_M — минутный объем жидкости, л;
или

$$N = p \frac{Fv}{4500} \text{ л. с.},$$

где F — площадь неравновешенного давления, см²;

v — скорость, м/мин.

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ

Ускорение материальной точки пропорционально приложенной силе и направлено в сторону силы (второй закон Ньютона):

$$m\bar{a} = \bar{P},$$

где \bar{a} — ускорение точки;

m — масса точки;

\bar{P} — приложенная сила.

Формула (1) применяется также при определении массы тела в том случае, когда известен его вес (в кг):

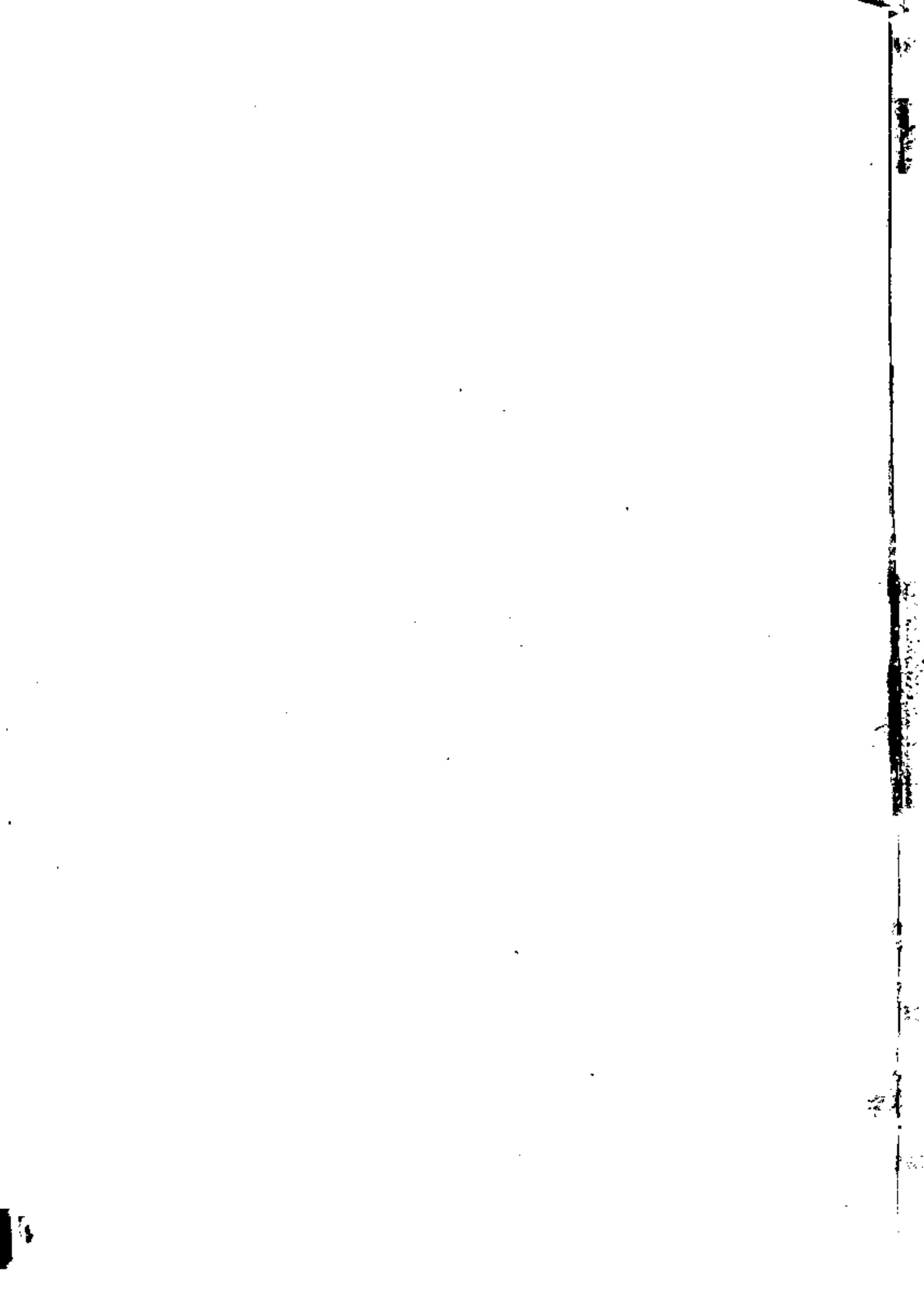
$$m = \frac{G}{g},$$

где G — вес тела, кг;

g — ускорение силы тяжести, равнос 9,81 м/сек².

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

СОПРОТИВЛЕНИЕ
МАТЕРИАЛОВ



УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ *

Средние значения E , G и μ

Наименование материала	Модуль продольной упругости E , $кг/см^2$	Модуль сдвига G , $кг/см^2$	Коэффициент Пуассона μ
Углеродистые стали . . .	$(2,0-2,1) \cdot 10^6$	$8,1 \cdot 10^5$	0,24—0,28
Хромоникелевые стали	$2,1 \cdot 10^6$	$8,1 \cdot 10^5$	0,25—0,30
Стальное литье	$1,75 \cdot 10^6$	—	—
Чугун серый, белый . . .	$(1,15-1,60) \cdot 10^6$	$4,5 \cdot 10^5$	0,23—0,27
Ковкий чугун	$1,55 \cdot 10^6$	—	—
Медь холодноотянутая, прокатная	$(1,1-1,3) \cdot 10^6$	$4,9 \cdot 10^5$	—
Фосфористая бронза катаная	$1,15 \cdot 10^6$	$4,2 \cdot 10^5$	0,32—0,35
Латунь холодноотянутая	$(0,91-0,99) \cdot 10^6$	$(3,5-3,7) \cdot 10^5$	0,32—0,42
Алюминиевый сплав литейный	$(0,67-0,71) \cdot 10^6$	$(2,4-2,7) \cdot 10^5$	0,32—0,36
Дюраль, алюминий тех- нический	$(0,70-0,75) \cdot 10^6$	$(2,6-2,7) \cdot 10^5$	—
Цинк катаный	$0,84 \cdot 10^6$	$3,2 \cdot 10^5$	0,27
Свинец	$0,17 \cdot 10^6$	$0,70 \cdot 10^5$	0,42
Бетон при пределе проч- ности 100—200 $кг/см^2$	$(0,15-0,23) \cdot 10^6$	—	0,16—0,18
Дерево:			
вдоль волокон	$(0,09-0,12) \cdot 10^6$	$(0,045-0,065) \cdot 10^5$ **	—
поперек волокон	$(0,004-0,01) \cdot 10^6$	$(0,045-0,065) \cdot 10^5$ **	—
Фанера авиационная	$(0,015-0,12) \cdot 10^6$	$(0,03-0,40) \cdot 10^6$	—
Текстолит, фибра	$(0,06-0,10) \cdot 10^6$	—	—
Бакелит (без наполни- телей)	$(0,02-0,06) \cdot 10^6$	$(0,07-0,21) \cdot 10^5$	0,35—0,38
Целлулоид	$(0,017-0,020) \cdot 10^6$	$(0,06-0,07) \cdot 10^5$	0,39
Каучук	$0,00008 \cdot 10^6$	—	0,47
Ремни кожаные	$(0,002-0,006) \cdot 10^6$	—	—
Ремни тканые хлопча- тобумажные	$(0,005-0,014) \cdot 10^6$	—	—
Канаты пеньковые	$(0,006-0,015) \cdot 10^6$	—	—

* Значения даны при температуре 20° С.
** При кручении.

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Продольная сила P

1. Если стержень прямой и собственным весом можно пренебречь, то усилие во всех сечениях постоянно и равно внешней нагрузке P .

2. Продольное усилие P в общем случае действия нагрузок равно сумме проекций на нормаль к рассматриваемому сечению нагрузок, действующих на деталь по одну сторону этого сечения.

Нормальные напряжения σ в стержне *

1. Сплошной стержень

$$\sigma = \frac{P}{F}, \quad (1)$$

где F — площадь поперечного сечения стержня;

P — сила, приложенная в центре тяжести сечения стержня.

2. Стержень ослаблен отверстием, выточкой и т. п.

Нормальное напряжение определяется по формуле (1) с заменой площади F на $F_{\text{нетто}}$, равной $F_{\text{брутто}} - F_{\text{ослабл.}}$

Примечания 1. Напряжение в стержне с плавно меняющимся сечением см. [25], стр. 196. 2. Резкое изменение размеров сечения приводит к концентрации напряжений (см. стр. 128).

II. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Проверка прочности:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{P}{F_{\text{нетто}}} \leq [\sigma]^{**}. \quad (2)$$

Определение площади поперечного сечения:

$$F_{\text{нетто}} = \frac{P}{[\sigma]}. \quad (3)$$

Определение допускаемого усилия:

$$P_{\text{доп}} = F_{\text{нетто}} [\sigma]. \quad (4)$$

Если P — сжимающее усилие, то необходима проверка на устойчивость.

* Отклонение от равномерного распределения напряжений не превышает 3% в сечении, удаленном на расстояние h , равное размеру сечения.

** Здесь и далее величины в квадратных скобках — допускаемые напряжения.

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Продолжение

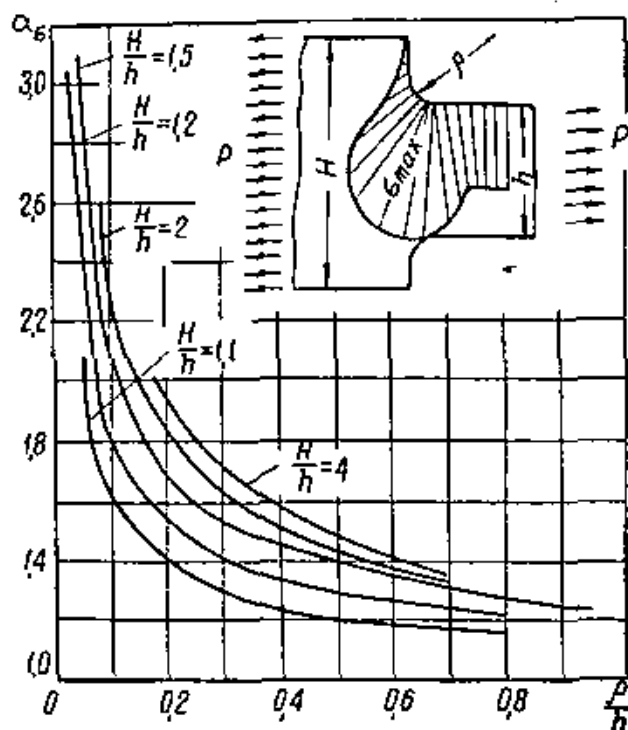
При расчетах по формулам (2), (3) и (4) следует в зависимости от свойств материала и возможности концентрации напряжений руководствоваться данными следующей таблицы:

Материал	Возможность возникновения концентрации напряжений	
	нет	есть
Пластичный	$\frac{P}{F} = \frac{\sigma_T}{n} = [\sigma]$	$\frac{P}{F_{\text{нетто}}} = \frac{\sigma_T}{n} = [\sigma]$ <p style="text-align: center;">(при материале, нечувствительном к концентрации напряжений)</p> $\frac{P}{F_{\text{нетто}}} = \frac{\sigma_s}{k_\sigma n} = [\sigma]$ <p style="text-align: center;">(при материале, чувствительном к концентрации напряжений)</p>
Хрупкий	$\frac{P}{F} = \frac{\sigma_s}{n} = [\sigma]$	$\frac{P}{F_{\text{нетто}}} = \frac{\sigma_s}{k_\sigma n} = [\sigma]$

Обозначения: σ_s — предел прочности;
 σ_T — предел текучести;
 n — запас прочности;
 k_σ — коэффициент, отражающий влияние концентрации напряжений, абсолютных размеров и эксцентриситета приложения нагрузки (см. стр. 220—243).

Примечание. Данные таблицы относятся к случаю статического нагружения стержней с постоянным сечением. Формулы для случаев действия переменных напряжений см. [25], стр. 200, и в случае плавно изменяющихся сечений — стр. 196.

III. УЧЕТ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ
Растяжение и сжатие в пределах упругости



1. Плоский стержень из двух частей, сопрягаемых круговыми галтелями:

$$\sigma_{\max} = \alpha_0 \sigma_n \quad (5)$$

(в более узкой части в начале закругления), где σ_n — номинальное напряжение.

$$\sigma_n = \frac{P}{bh}$$

где b — толщина стержня;
 h — ширина стержня.

2. Стержень круглого поперечного сечения; ступени соединены круговой галтелью.

Расчет производится по формуле (5), но вместо α для плоского стержня вводится $\alpha_{\text{кругл}}$:

$$\alpha_{\text{кругл}} = 0,75 \alpha_{\text{пл}} + 0,25,$$

где $\alpha_{\text{кругл}}$ — искомый коэффициент концентрации для стержня круглого поперечного сечения;

$\alpha_{\text{пл}}$ — коэффициент для плоского стержня с тем же контуром продольного разреза, как и у круглого стержня.

Пример расчета. Дано: полоса с размерами $H = 100$ мм, $h = 70$ мм, $\rho = 15$ мм.

Определить α_0 .

Решение.

1. Определение отношения $\frac{H}{h}$:

$$\frac{H}{h} = \frac{100}{70} = 1,43.$$

2. Определение отношения $\frac{\rho}{h}$:

$$\frac{\rho}{h} = \frac{15}{70} = 0,21.$$

3. По графику определяют α_0 для ближайших значений $\frac{H}{h}$ и данному значению $\frac{\rho}{h}$ и производят интерполяцию для значения $\frac{H}{h} = 1,43$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } \frac{H}{h} = 1,20 \quad \alpha_\sigma = 1,48 \\ \text{при } \frac{H}{h} = 1,50 \quad \alpha_\sigma = 1,67 \end{array} \right\} \text{при } \frac{H}{h} = 1,43 \quad \alpha_\sigma = 1,63$$

или округлено $\alpha_\sigma = 1,65$.

Примечание. Расчет концентрации напряжений в случаях: 1) плоский стержень с надрезом полукруглой формы; 2) плоский стержень с односторонним неглубоким надсезом; 3) плоский стержень с отверстием круглым или овальным; 4) полоса с системой отверстий и 5) стержень с резьбой см. [25], стр. 197—200.

IV. РАСЧЕТ ГИБКИХ НИТЕЙ

Стрела провеса f мала по сравнению с пролетом l

1. Нагрузка q от собственного веса.

Нить располагается по параболе и нагрузка q принимается постоянной на единицу длины пролета.

2. Зависимость расчетных величин.

В том случае, если начало координат взято в нижней точке нити, следует пользоваться расчетными данными, сведенными в таблицу (см. стр. 130).

Стрела провеса f велика по сравнению с пролетом l

1. Нагрузка.

Вес нити (нагрузка q) принимается постоянной по длине нити. При одинаковом уровне точек подвеса нить располагается по цепной линии

2. Распор H (приближенно):

$$H = \frac{ql^2}{8f}. \quad (6)$$

3. Наибольшее натяжение S_{\max} :

$$S_{\max} = H + ql. \quad (7)$$

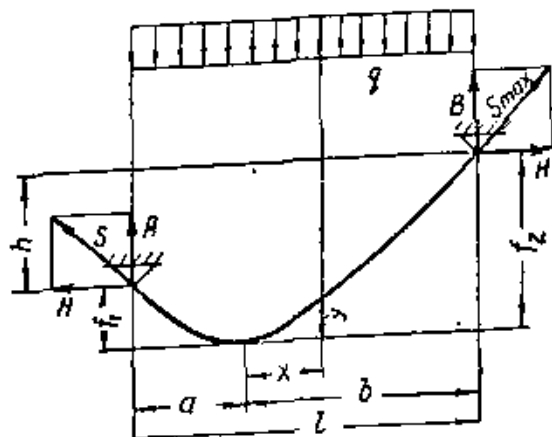
4. Условие прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{S_{\max}}{F} \leq [\sigma]. \quad (8)$$

Здесь F — расчетная площадь поперечного сечения;

$[\sigma]$ — допускаемое напряжение;

f — стрела провеса.



РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Продолжение

Нить нагружена сосредоточенным грузом и весом нити можно пренебречь

1. Наибольшее натяжение в нити при расположении точек подвеса на одном уровне.

Наибольшее натяжение в нити при положении груза P в середине пролета

$$S_{\max} = \frac{P}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{16}{3n^2} \left(1 + \frac{4}{3n^2}\right)}}$$

где l — длина пролета;
 f — стрела провеса;

$$n = \frac{l}{f}$$

2. Значения S_{\max} для применяемых в практике значений n .

n	Сосредоточенный груз	Равномерно распределенный груз
20	4,36 P	2,55 P
25	5,43 P	3,16 P
30	6,49 P	3,78 P

V. ЗАВИСИМОСТЬ РАСЧЕТНЫХ ВЕЛИЧИН (см. рисунок на стр. 129) (начало координат взято в нижней точке нити)

Величины	При равных уровнях подвеса нити	Уровни точек подвеса нити отличаются на величину h
Уравнение гибкой нити	$y = \frac{qx^2}{2H}$	$y = \frac{qx^2}{2H}$
Натяжение нити в нижней точке и горизонтальная составляющая полного натяжения (распор)	$H = \frac{ql^2}{8f}$	$H = \frac{qa^2}{2f_1} = \frac{qb^2}{2f_2}$

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Продолжение

Величины	При равных уровнях подвеса нити	Уровни точек подвеса нити отличаются на величину h
Стрела провеса	$f = \frac{ql^2}{8H}$	$f_{\text{сред}} = \frac{ql^2}{8H},$ $f_1 = \frac{qa^2}{2H} = \frac{q}{2H} \left(\frac{l}{2} - \frac{Hh}{ql} \right)^2,$ $f_2 = \frac{qb^2}{2H} = \frac{q}{2H} \left(\frac{l}{2} + \frac{Hh}{ql} \right)^2$
Вертикальная составляющая натяжения в точках подвеса	$A = B = \frac{ql}{2}$	$A = \frac{ql}{2} - \frac{H(l_2 - l_1)}{l},$ $B = \frac{ql}{2} + \frac{H(l_2 - l_1)}{l}$
Наибольшее натяжение	$S_{\text{max}} = \sqrt{A^2 + H^2} =$ $= \frac{ql}{2} \sqrt{1 + \frac{l^2}{16f^2}}$ (возле точек подвеса)	$S_{\text{max}} = \sqrt{H^2 + B^2}$ (возле более высокой точки подвеса)
Условие прочности (F — расчетная площадь поперечного сечения, $[\sigma]_p$ — допускаемое напряжение при расчете по площади F)	$\sigma_{\text{max}} = \frac{ql}{2F} \times$ $\times \sqrt{1 + \frac{l^2}{16f^2}} \leq [\sigma]_p$	$\sigma_{\text{max}} = \frac{S_{\text{max}}}{F} =$ $= \frac{\sqrt{H^2 + B^2}}{F} \leq [\sigma]_p$
Полная длина нити L	$L = l + \frac{8f^2}{3l}$	$L = l + \frac{2}{3} \left(\frac{f_1^2}{a} + \frac{f_2^2}{b} \right)$ При $h = \frac{ql^2}{2H}$ наиболее низкая точка нити совпадает с одной из точек подвеса

СДВИГ, СРЕЗ И СМЯТИЕ

I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Чистый сдвиг

Если в рассматриваемом сечении возникают касательные напряжения, а нормальными напряжениями можно пренебречь (или они отсутствуют), принимают, что сечение работает на чистый сдвиг.

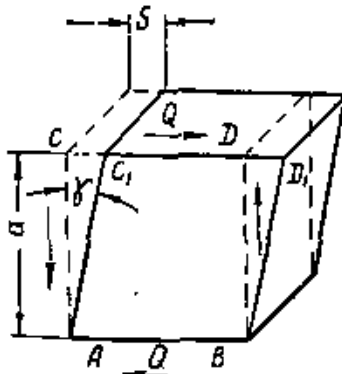
Виды разрушения — срез и скалывание

Разрушение при сдвиге называют для стальных деталей (вообще для металлических деталей) срезом, а для деталей из дерева или бетона — скалыванием.

Деформация сдвига, относительный и абсолютный сдвиг

Под действием касательных напряжений прямые углы элемента $ACDB$ искажаются; элемент переходит в положение AC_1D_1B . Величина изменения γ прямого угла называется относительным сдвигом.

Абсолютный сдвиг S — смещение одного сечения относительно соседнего, параллельного первому и отстоящего от него на расстоянии a .



$$S = \frac{Qa}{GF},$$

где Q — усилие, вызывающее сдвиг;
 G — модуль сдвига;
 F — площадь, по которой осуществляется сдвиг.

В связи с малой деформацией в пределах упругости принимают

$$S = \gamma a, \quad \gamma = \frac{S}{a}.$$

Зависимость между напряжениями и деформациями при сдвиге в пределах пропорциональности (закон Гука при сдвиге)

$$\tau = G\gamma.$$

Модуль сдвига (для изотропного материала)

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

Для стали принимают

$$\mu = \frac{1}{3} \text{ и } G = \frac{3}{8} E,$$

где μ — коэффициент Пуассона;

E — модуль продольной упругости (см. стр. 125).

II. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Напряжение при срезе болтов, заклепок, шпонок, сварных швов и других деталей (касательные напряжения распределены равномерно по поперечному сечению) *

$$\tau = \frac{Q}{F},$$

где Q — усилие, вызывающее срез;

F — площадь поперечного сечения.

Расчетные формулы

1. Проверка прочности:

$$\tau = \frac{Q}{F} \leq [\tau]_{\text{ср.}}$$

2. Определение площади поперечного сечения:

$$F \geq \frac{Q}{[\tau]_{\text{ср.}}}$$

3. Определение допускаемой перерезывающей силы:

$$Q_{\text{доп}} \leq F [\tau]_{\text{ср.}}$$

Допускаемые напряжения см. «Расчет на прочность», стр. 222.

* Явление чистого сдвига в болтах, заклепках, шпонках и т. п. осложняется смятием, изгибом и неравномерностью распределения напряжений в сечении, поэтому расчет на чистый сдвиг является условным.

КРУЧЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Чистое кручение и стесненное кручение

При расчетах бруса круглого поперечного сечения на кручение принимают, что поперечные сечения остаются плоскими, радиусы не искривляются, ось бруса остается прямой, длина и диаметр бруса не изменяется, нормальные напряжения отсутствуют, а касательные напряжения по величине прямо пропорциональны расстоянию элементов сечения от оси бруса.

Если поперечное сечение бруса не является кругом, гипотеза плоских сечений неприменима — поперечные сечения при кручении такого бруса искривляются, и если при этом существуют условия, препятствующие свободному искривлению поперечных сечений, такое кручение называется стесненным.

Общие указания к расчетам*

При стесненном кручении в поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения. Задача о кручении такого бруса должна решаться методами теории упругости.

— Так как для основных форм сечений (квадрат, прямоугольник и т. п.) нормальные напряжения при стесненном кручении незначительно влияют на прочность и жесткость бруса, то они при расчетах не учитываются и для расчетов бруса некруглого сечения применяются формулы, аналогичные расчетным формулам для круглого бруса.

В таблицах на стр. 137 — 145 приведены формулы для определения момента сопротивления при кручении W_k , геометрическая характеристика жесткости сечения при кручении J_k и указаны точки сечения, в которых касательные напряжения достигают наибольшей величины. В начале таблицы на стр. 139 приведены основные расчетные формулы: формула для определения наибольших касательных напряжений и формула для определения угла закручивания φ бруса на длине l .

Крутящий момент

Крутящий момент M_k в сечении бруса численно равен сумме моментов относительно оси бруса всех внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Если брус, работающий на кручение, вращается, то он передает мощность (вал), и момент M_k может быть определен по формуле:

$$M_k = 71\,620 \frac{N}{\pi} \text{ кг} \cdot \text{см}$$

или по формуле

$$M_k = 97\,400 \frac{N'}{\pi} \text{ кг} \cdot \text{см},$$

* Формулы для расчетов с использованием несущей способности, связанной с пластическими деформациями см. [25], стр. 212.

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

где N — мощность, л. с.;
 N' — мощность, квт;
 n — число оборотов вала в минуту.

Круглый вал ступенчатый

При расчете круглых валов с сечением, изменяющимся ступенями, расчетные формулы применимы для каждого участка вала с постоянным сечением. Общая деформация вала подсчитывается при этом как сумма деформаций отдельных его частей. Потенциальная энергия деформации такого вала также подсчитывается как сумма потенциальных энергий деформации его отдельных частей.

Потенциальная энергия деформации

$$U = \frac{M_k^2 l}{2GJ_k},$$

или

$$U = \frac{M_k \varphi}{2},$$

где l — длина участка, в пределах которого $M_k = \text{const}$ и $J_k = \text{const}$;
 φ — угол закручивания на длине l ;
 G — модуль сдвига;
 J_k — геометрическая характеристика жесткости при кручении.

Расчет на прочность при кручении

Проверка прочности

$$\tau_{2\text{max}} \leq [\tau], \quad (1)$$

где $\tau_{2\text{max}}$ — наибольшее касательное напряжение в опасном сечении, кг/см²;

$[\tau] = \frac{\tau_T}{n_T}$ — допускаемое напряжение при чистом сдвиге.

Для бруса круглого поперечного сечения

$$\frac{M_k}{W_p} \approx \frac{M_k}{0,2D^3} \leq [\tau], \quad (2)$$

или

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau]}} \quad (3)$$

где M_k — крутящий момент в опасном сечении;
 D — диаметр бруса.

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

При расчетах на прочность по формулам (1), (2) и (3) в зависимости от свойств материала и возможности концентрации напряжений следует руководствоваться данными таблицы:

Материал	Возможность возникновения концентрации напряжений	
	нет	есть
Пластичный	$\tau_{z \max} = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\tau_T}{n} = [\tau]$	$\tau_{z \max} = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\tau_T}{n} = [\tau]$ <p>(при материале, нечувствительном к концентрации напряжений);</p> $\tau_{z \max} = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\tau_{ср}}{k_T n} = [\tau]$ <p>(при материале, чувствительном к концентрации напряжений).</p>
Хрупкий	$\tau_{z \max} = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\tau_{ср}}{n} = [\tau]$ <p>(τ_T и $\tau_{ср}$ — предел текучести и соответственно предел прочности при срезе)</p>	$\tau_{z \max} = \frac{M_K}{W_K} = \frac{\tau_{ср}}{k_T n} = [\tau]$ <p>(значения k_T см. стр. 222—243)</p>

Использование характеристик материала при растяжении и сжатии для расчетов при кручении

Если для данного материала характеристики его при кручении неизвестны, то могут быть использованы характеристики его при растяжении и сжатии.

Определяют эквивалентное напряжение по формуле:

$$\sigma_{э\text{кв}} \approx \tau_{z \max} (1 + \gamma).$$

Тогда условие прочности будет

$$\tau_{z \max} (1 + \gamma) \leq [\sigma]_p.$$

где $\gamma = \frac{\sigma_{т.р}}{\sigma_{т.сж}}$ или $\gamma = \frac{\sigma_{вр}}{\sigma_{всж}}$ — безразмерный коэффициент, характеризующий неоднородность работы материала при одноосном растяжении и сжатии;

$[\sigma]_p = \frac{\sigma_{т.р}}{n_T}$ или $[\sigma]_p = \frac{\sigma_{вр}}{n_B}$ — допускаемое напряжение при растяжении.

Обозначения: $\sigma_{т.р}$ и $\sigma_{т.сж}$ — предел текучести соответственно при растяжении и сжатии; $\sigma_{вр}$ и $\sigma_{всж}$ — временное сопротивление при растяжении и сжатии; n_T и n_B — коэффициенты запаса прочности по пределу текучести и по временному сопротивлению.

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Напряжения и углы закручивания при кручении бруса
постоянного сечения

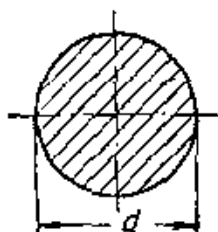


Рис. 1.

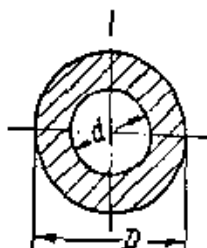


Рис. 2.

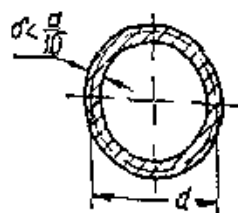


Рис. 3.

Общие формулы:

$$\tau = \frac{M_k}{W_k}, \quad \varphi = \frac{M_k l}{GJ_k}$$

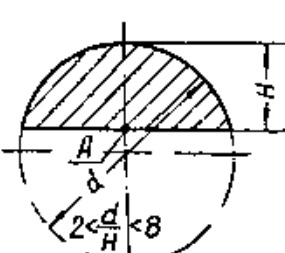
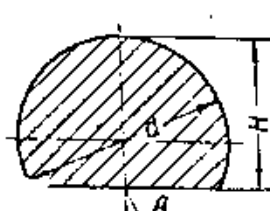
КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Геометрические характеристики жесткости при кручении $J_K, \text{см}^4$	Момент сопротивления кручению $W_K, \text{см}^3$ и $\tau_{2 \max}, \text{кг/см}^2$	Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\tau_{2 \max}$
$J_K = \frac{\pi d^3 \delta}{4}$	$W_K = \frac{\pi d^2 \delta}{2}$ $\tau_{\max} = \frac{2M_K}{\delta \pi d^2}$	Все точки сечения находятся в одинаковых условиях (см. рис. 3)

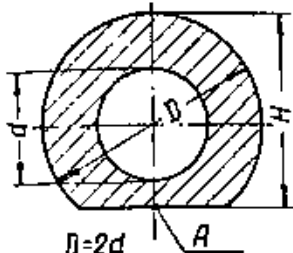
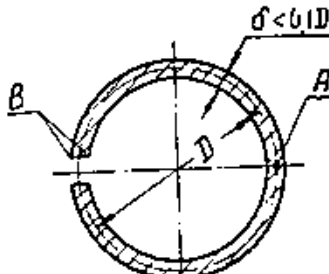
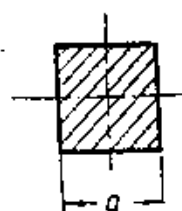
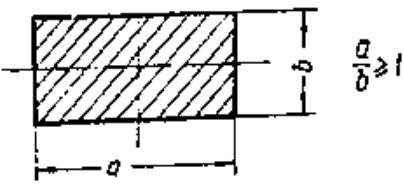
Обозначения в таблицах на стр. 137 — 145: G — модуль сдвига; φ — полный угол закручивания бруса длиной l (в радианах); J_p — полярный момент инерции сечения; D, d, δ, a, v — размеры, указанные на рисунках.

Продолжение

Форма поперечного сечения	Геометрическая характеристика жесткости при кручении $J_K, \text{см}^4$	Момент сопротивления при кручении $W_K, \text{см}^3$	Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\tau_{2 \max}, \text{кг/см}^2$
 <p style="text-align: center;">Рис. 4.</p>	$J_K = 0,0185d^4 \times \left(\frac{2H}{d}\right)^{3,35}$	$W_K = \frac{d^3}{22,9} \times \left(\frac{2H}{d}\right)^{2,82}$	В точке А (в углах $\tau_{2 \max} = 0$)
 <p style="text-align: center;">Рис. 5</p>	$J_K = \left(2,6 \frac{H}{d} - 1\right) \frac{d^4}{16}$	$W_K = \frac{2,6 \frac{H}{d} - 1}{0,3 \frac{H}{d} + 0,7} \cdot \frac{d^3}{8}$	В точке А (в углах $\tau_{2 \max} = 0$)

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Форма поперечного сечения	Геометрические характеристики жесткости при кручении $J_k, \text{см}^4$	Момент сопротивления при кручении $W_k, \text{см}^3$	Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\tau_{2 \max}, \text{кг/см}^2$
 <p>$D=2d$ $H=7/8D$ Рис. 6.</p>	$J_k = \frac{D^4}{18,9}$	$W_k = \frac{D^3}{11,4}$	В точке А (в углах $\tau_{2 \max} = 0$)
 <p>$\delta < 0,1D$ Рис. 7.</p>	$J_k = \frac{1}{3} \pi D \delta^3$	$W_k = \frac{1}{3} \pi D \delta^2$	В точках внутреннего и наружного контуров сечения у точки А (в точке В $\tau_{2 \max} = 0$)
 <p>Рис. 8.</p>	 <p>$\frac{a}{b} \geq 1$ Рис. 9.</p>	- Момент сопротивления кручению $W_k, \text{см}^3$ и $\tau_{2 \max}$	
$J_k = 0,141a^4$	$W_k = 0,208a^3$ $\tau_{2 \max} = \frac{M_k}{0,208a^3}$		Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\tau_{2 \max}, \text{кг/см}^2$ В середине сторон В точках, расположенных в углах, $\tau_2 = 0$. (см рис. 8)

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

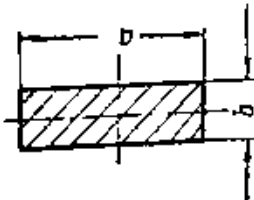
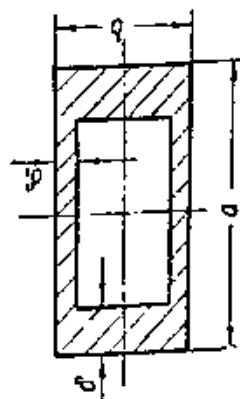
Геометрические характеристики жесткости при кручении $J_K, \text{см}^4$	Момент сопротивления кручению $W_K, \text{см}^3$ и $\tau_{z \max}$	Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\tau_{z \max}, \text{кг/см}^2$
$J_K = ab^3 \left[\frac{16}{3} - 3,36 \frac{b}{a} \times \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right]$ (приближенно) или $J_K = k' ab^3,$ где k' — из таблицы, в зависимости от отношения $\frac{a}{b}$	$W_K = \frac{8a^2b^2}{3a + 1,8b}$ (приближенно) или $W_K = kab^2$ (более точно), где k — из таблицы, в зависимости от отношения $\frac{a}{b}$; $\tau_{z \max} = \frac{M_K}{W_K}$ (в середине длинных сторон); $\tau_1 = k_1 \tau_{z \max}$ (в середине коротких сторон), где k_1 — из таблицы, в зависимости от отношения $\frac{a}{b}$	В углах касательные напряжения равны нулю (см. рис. 9)

Значение коэффициентов k, k_1 и k' в зависимости от отношения $\frac{a}{b}$

$\frac{a}{b}$	1,00	1,20	1,50	1,75	2,00	2,50	3,00	4,00	5,00	6,00	8,00	10,00
k	0,208	0,219	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,299	0,307	0,312
k_1	1,00	0,93	0,86	0,82	0,79	0,77	0,75	0,74	0,74	0,74	0,74	0,74
k'	0,141	0,166	0,196	0,214	0,229	0,245	0,263	0,281	0,291	0,299	0,307	0,312

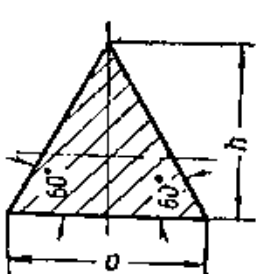
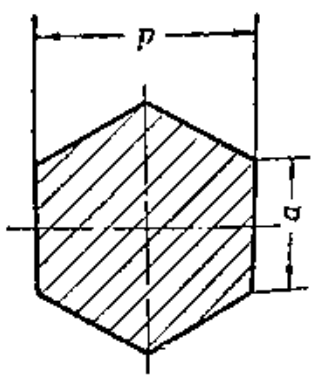
КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Форма поперечного сечения	Геометрическая характеристика жесткости при кручении $J_k, \text{см}^4$	Момент сопротивления при кручении $W_k, \text{см}^3$ и $\tau_{2 \max}$	Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\sigma_{2 \max}, \text{кг/см}^2$
 <p style="text-align: center;">Рис. 10.</p>	$J_k = \frac{1}{3} (n - 0.63) b^4$ $\left(\frac{a}{b} = n > 4 \right)$	$W_k = \frac{1}{3} (n - 0.63) b^3,$ $\tau_{2 \max} = \frac{M_k}{W_k},$ $\tau_1 = 0.74 \tau_{2 \max}$ (в середине короткой стороны)	В точках длинной стороны, исключая точки, близкие к углам
 <p style="text-align: center;">Рис. 11.</p>	$J_k = \frac{2\delta\delta_1 (a - \delta)^2 (b - \delta_1)^2}{a\delta + b\delta_1 - \delta^2 - \delta_1^2}$	$\tau_{2 \max} = \frac{M_k}{2\delta_1 (a - \delta) (b - \delta_1)},$ $\tau_1 = \frac{M_k}{2\delta (a - \delta) (b - \delta_1)}$ (в средней части коротких сторон)	В средней части длинных сторон

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Форма поперечного сечения	Геометрическая характеристика жесткости при кручении $J_k, \text{см}^4$	Момент сопротивления $W_k, \text{см}^3$ и $\tau_z \text{ max}$ при кручении	Положение точки, в которой возникает наибольшее напряжение $\sigma_z \text{ max}, \text{кг/см}^2$
 <p style="text-align: center;">Рис. 12.</p>	$J_k = \frac{a^4}{46,19} = \frac{h^4}{25,93}$	$W_k = \frac{a^3}{20} = \frac{h^3}{12,99} = \frac{2J_k}{h}$ $\tau_z \text{ max} = \frac{20M_k}{a^3}$	<p>В серединах сторон. В углах касательные напряжения равны нулю</p>
 <p style="text-align: center;">Рис. 13.</p>	$J_k = k'd^2F$ <p>Для шестиугольника $k' = 0,133$ Для восьмиугольника $k' = 0,130$</p>	$W_k = kFd,$ $\tau_z \text{ max} = \frac{M_k}{k d F}$ <p>Для шестиугольника $k = 0,217$ Для восьмиугольника $k = 0,223$</p>	<p>В серединах сторон; непосредственно в углах $\tau_z = 0$</p>

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Форма поперечного сечения

Геометрическая характеристика жесткости при кручении

Формулы для определения наибольших касательных напряжений и точки, в которых они возникают

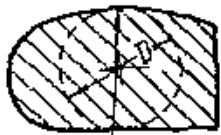


Рис. 14.

$$J_k = \frac{F^4}{4\pi^2 J_p}$$

Для сплошных сечений неправильной формы наибольшие касательные напряжения можно принять у точек касания вписанного в контур сечения круга наибольшего диаметра D и у входящих углов.

Если эта точка на прямой или выпуклой части сечения, то

$$\tau_{z \max} = \frac{M_k}{J_k} c,$$

где $c = \frac{D}{1 + \frac{\pi D^2}{16F^2}} \times$

$$\times \left[1 + 0,15 \left(\frac{\pi D^2}{16F^2} - \frac{D}{2r} \right) \right];$$

D — диаметр большего вписанного круга;

r — радиус закругления в точке касания;

F — площадь сечения.

(Продолжение, см. стр. 144)

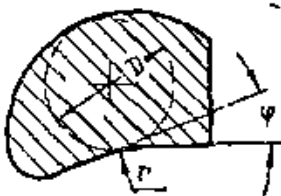


Рис. 15.

$$J_k = \frac{F^4}{4\pi^2 J_p}$$

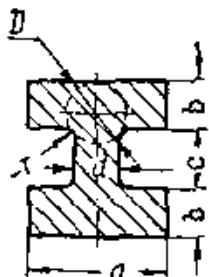


Рис. 16.

$$J_k = 2J' + J'' + 2aD^3,$$

где

$$J' = ab^3 \left[\frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{a} \times \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right];$$

$$J'' = \frac{1}{3} cd^3,$$

$$a = \frac{b}{d} \left(0,15 + 0,1 \frac{r}{b} \right),$$

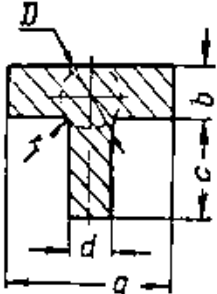
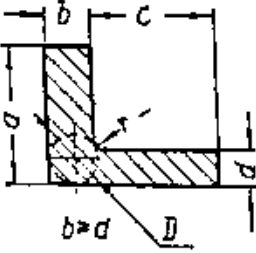
если $b < d$;

$$a = \frac{d}{b} \left(0,15 + 0,1 \frac{r}{b} \right),$$

если $b > d$






КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Форма поперечного сечения	Геометрическая характеристика жесткости при кручении	Формулы для определения наибольших касательных напряжений и точка, в которых они возникают
 <p style="text-align: center;">Рис. 17.</p>	$J_k = J'_k + J''_k + \alpha D^4,$ <p>где</p> $J'_k = ab^3 \left[\frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{a} \times \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right],$ $J''_k = cd^3 \left[\frac{1}{3} - 0,105 \frac{d}{c} \times \left(1 - \frac{d^4}{192c^4} \right) \right],$ $\alpha = \left(\frac{d}{b} \right)^{\pm 1} \times \left(0,15 + 0,1 \frac{r}{b} \right)$ <p>(если $b > d$, то берется знак «-», а если $b < d$, то знак «+»)</p>	<p>(Продолжение. См. стр. 143)</p> <p>Если точка касания вписанного круга расположена на входящей части контура, то</p> $\tau_{z \max} = \frac{M_k}{J_k} c,$ <p>где $c = \frac{D}{1 + \frac{\pi^2 D^4}{16r^2}} \left\{ 1 + \left[0,118 \ln \left(1 - \frac{D}{2r} \right) - 0,238 \frac{D}{2r} \right] \right\} \operatorname{th} \frac{2\psi}{\pi};$</p> <p>$\psi$ — угол (в радианах), на который поворачивается касательная при обходе по входящей части контура</p>
 <p style="text-align: center;">Рис. 18.</p>	$J_k = J'_k + J''_k + \alpha D^4,$ <p>где</p> $J'_k = ab^3 \left[\frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{a} \times \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right],$ $J''_k = cd^3 \left[\frac{1}{3} - 0,105 \frac{d}{c} \times \left(1 - \frac{d^4}{192c^4} \right) \right],$ $\alpha = \frac{b}{d} \left(0,07 + 0,076 \frac{r}{b} \right)$	

КРУЧЕНИЕ

Продолжение

Форма поперечного сечения	Геометрическая характеристика жесткости при кручении	Формулы для определения наибольших касательных напряжений и точки, в которых они возникают
 Рис. 19	Для сечений прокатных балок, составленных из прямоугольников с размерами $b_i \times \delta_i$, причем $b_i > 4\delta_i$ $J_k = 0,33 \sum_{i=1}^n (b_i \delta_i^3)$	<p>Наибольшие напряжения возникают в средней части прямоугольника, имеющего наибольшую ширину δ_{\max}:</p> $\tau = \frac{M_k}{\alpha \sum (b_i \delta_i^3)} \delta_{\max} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$ <p>где α — коэффициент, значения которого указаны в формулах для определения J_k (0,33; 0,38 и т. д.).</p> <p>При малом радиусе закругления напряжения во входящем угле могут быть больше. На контуре входящего угла профиля, скругленного радиусом ϱ, со стороны более широкой части сечения создается концентрация напряжений.</p> <p>Коэффициент концентрации напряжений</p> $\alpha_\tau = 1,74 \sqrt[3]{\frac{b_{\max}}{\varrho}},$ <p>где ϱ — по данным сортамента проката</p>
 Рис. 20	$J_k = 0,38 \sum_{i=1}^n (b_i \delta_i^3)$	
 Рис. 21	$J_k = 0,37 \sum_{i=1}^n (b_i \delta_i^3)$	
 Рис. 22	$J_k = 0,4 \sum_{i=1}^n (b_i \delta_i^3)$	
 Рис. 23	$J_k = 0,33 \sum_{i=1}^n (b_i \delta_i^3)$	

ИЗГИБ

Виды изгиба, их характеристика и общие указания к расчетам

Вид изгиба	Характеристика	Общие указания к расчетам
Чистый (частный случай плоского изгиба)	Вызывается внешними моментами, действующими в плоскостях, проходящих через ось бруса	Возникают нормальные и касательные напряжения. Нормальные напряжения σ дают в сечении внутренние силы, которые приводятся к статически эквивалентной им паре сил — изгибающему моменту M_{II} . Касательные напряжения τ дают в сечении внутренние силы, которые приводятся к их равнодействующей — поперечной (или перерезывающей) силе Q . При вычислении σ и τ сначала необходимо определить M_{II} и Q (см. стр. 149). Значения опорных реакций, уравнения M_{II} и Q для основных случаев нагрузки см. стр. 165—176
Поперечный	Изгибающий момент действует в плоскости, заключающей в себе главную ось поперечного сечения бруса. Внешние силы перпендикулярны оси бруса	
Косой	Сочетание плоских изгибов в двух главных плоскостях бруса	Расчет ведется для каждой из двух главных плоскостей, как и в случае прямого изгиба, а напряжения σ и τ , полученные для этих плоскостей, суммируются (σ — алгебраически, τ — геометрически). Пример расчета — см. стр. 188
Продольно-поперечный	Стержень не настолько жесток, чтобы можно было пренебречь влиянием продольной силы	Принимается во внимание, что изгиб также зависит от продольной силы, растягивающей или сжимающей стержень и от начальной изогнутой формы, которую имел стержень к появлению нагрузки. Указания к расчету см. [25], стр. 245.

ИЗГИБ

Продолжение

Вид изгиба	Характеристика	Общие указания к расчетам
Внецентренное действие продольной силы	Сжатие или растяжение с изгибом при наличии в сечении продольной силы P в сочетании с одним или двумя моментами	Указания к расчету см. стр. 195
Изгиб и кручение	Одновременное возникновение двух видов деформации	Указания к расчетам: круглое сечение, стр. 199, прямоугольное сечение — стр. 200, при действии переменных нагрузок см. [25], стр. 255
Изгиб кривого бруса	Ось бруса — геометрическое место центров тяжести сечений — плоская кривая, лежащая в плоскости симметрии; внешние силы действуют в той же плоскости симметрии	Расчет см. курсы сопротивления материалов и [25], стр. 257
Изгиб пластинок	Тонкие плиты, мембраны и толстые плиты (толщина плиты более $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ пролета)	Расчетные формулы см. [25], стр. 255. Указания к расчетам см. курсы сопротивления материалов
Продольный	Два размера детали малы по сравнению с третьим, основным размером; при сжатии стержня возможна потеря устойчивости	Расчет должен производиться не только на прочность (при сжатии), но и на устойчивость, так как возникновение в стержне быстро нарастающих деформаций при медленном приближении нагрузки к критической ведет к разрушению стержня. Указания к расчету см. стр. 210

I. ЧИСТЫЙ ИЗГИБ

При чистом изгибе в поперечных сечениях бруса имеется только изгибающий момент M_x относительно одной из главных осей инерции.

Напряжения в поперечном сечении σ_z

$$\sigma_z = \frac{M_x y}{J_x}, \quad (1)$$

где J_x — осевой момент инерции поперечного сечения относительно главной оси x ;

y — расстояние от нейтральной линии до точки, в которой определяется напряжение.

Условие прочности

$$\sigma_{z \max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]_a, \quad (2)$$

где $\sigma_{z \max}$ — напряжение в точке, наиболее удаленной от нейтральной линии;

$[\sigma]_a$ — допускаемое напряжение изгиба;

W_x — момент сопротивления сечения относительно главной оси x .

II. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ В ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ БРУСА

Методы расчета

В поперечных сечениях бруса действует изгибающий момент M_x , создающий нормальные напряжения σ_z , и перерезывающая сила Q_y , создающая касательные напряжения τ_{zy} :

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S'_x}{J_x b'}$$

где S'_x — статический момент относительно нейтральной линии части площади поперечного сечения, расположенной по одну сторону от прямой, проведенной через исследуемую точку сечения параллельно нейтральной линии;

b' — ширина поперечного сечения на уровне этой точки;

Q_y — поперечная сила в данном поперечном сечении;

J_x — осевой момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной линии.

Нормальные напряжения определяются в этом случае также по формулам (1) и (2).

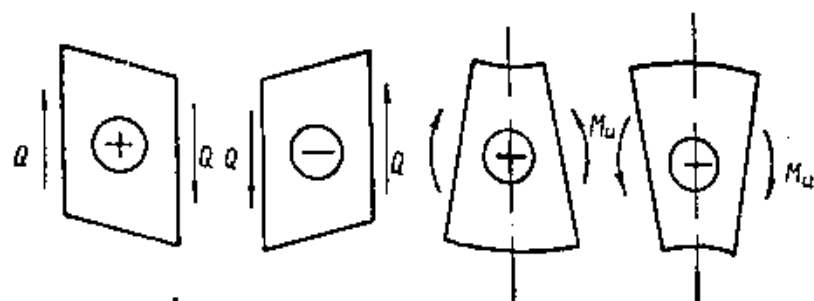
Так как размеры конструкции, определяемые с учетом только нормальных напряжений, обычно намного превосходят требования к поперечным размерам конструкции в части касательных напряжений τ , то расчет при поперечном изгибе ведется только по нормальным напряжениям. Однако при относительно больших значениях Q необходима проверка сечения и по касательным напряжениям.

Примечание. Формулы для расчета M , прогиба f и реакций опор балок при различных случаях положения их на опорах и различных случаях нагрузки см. стр. 105. Моменты инерции и моменты сопротивления для сечений различной формы см. стр. 177—183.

ИЗГИБ

Продолжение

III. ПРАВИЛО ЗНАКОВ ДЛЯ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА



Деформация элемента, вырезанного по длине бруса

Величина	Знак величины
Перерезывающая сила Q	«+», если правый торец элемента сдвинут вниз относительно левого торца
Изгибающий момент M	«+» если элемент изогнут выпуклостью книзу (или, иначе, изгибающий момент положителен, если вызывает растяжение в нижней части бруса)

Рекомендуется знаки внутренних усилий связывать с деформацией, так как если судить о знаках внутренних усилий по их направлению, то здесь дополнительно необходимо учитывать, какая часть бруса рассматривается.

Численные значения величин Q и M

Величина	Численное значение	Направление силы при положительном значении величины
Перерезывающая сила Q	В произвольном сечении сила Q равна сумме внешних сил, расположенных по одну сторону от исследуемого сечения	Силы направлены вверх, если они расположены слева от исследуемого сечения, и направлены вниз, если они расположены справа от него
Изгибающий момент M	В произвольном сечении момент M равен сумме моментов внешних сил, расположенных по одну сторону от исследуемого сечения, относительно центра тяжести этого сечения	Силы направлены вверх независимо от того, расположены они слева или справа от исследуемого сечения

Указания к построению эпюр

Величина	Указания
Перерезывающая сила Q	Положительные значения ординат откладываются вверх от оси, отрицательные — вниз
Изгибающий момент M	Ординаты эпюр откладываются от оси в направлении выпуклой стороны бруса (другими словами, эпюры изгибающих моментов строятся на «растянутом волокне»)

Примечание. Значение опорных реакций, уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и его место приложения, уравнение упругой линии и углы поворота концов балки для основных случаев нагрузки см. стр. 165.

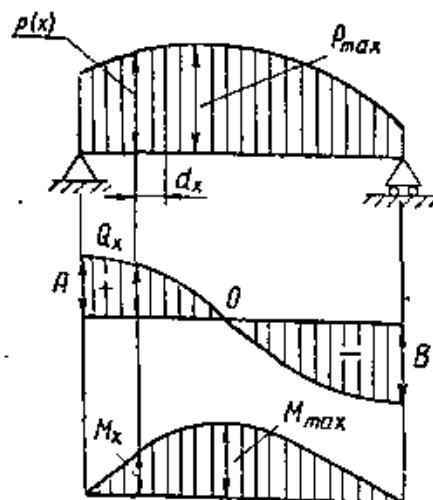
IV. АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ ЭПЮР ПРИ ИЗГИБЕ

Внешняя нагрузка сплошная, переменной интенсивности $p(x)^*$

Определение $Q(x)$ и $M(x)$

1. Поперечная сила $Q(x)$

$$Q(x) = A + \int p(x) dx. \quad (1)$$



2. Изгибающий момент $M(x)$

$$M(x) = M_0 + \int Q(x) dx = M_0 + Ax + \int dx \int p(x) dx; \quad (2)$$

* В частном случае $p(x) = const.$

ИЗГИБ

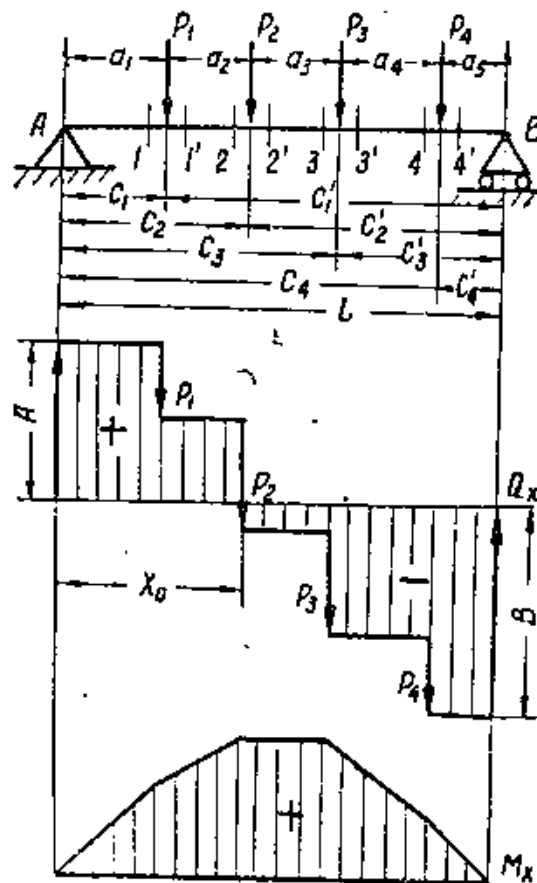
Продолжение

(постоянные A и M_0 соответственно равны $Q(x)$ и $M(x)$ для $x = 0$)
 3. Построение графиков $Q(x)$ и $M(x)$ по точкам для ряда значений x .

Характерная точка или величина	Величина	Место точки на эпюре или значение величины
Максимум или минимум	$Q(x)$	В сечении, где $p(x) = 0$
	$M(x)$	В сечении, где $Q(x) = 0$
Точка перегиба линий $Q(x)$ и $M(x)$	$Q(x)$	Там, где $p(x)$ имеет максимум или минимум
	$M(x)$	Там, где $Q(x)$ имеет максимум или минимум
Угол наклона к оси x касательных к линиям $Q(x)$ и $M(x)$	Тангенс угла касательной к линии $Q(x)$ с осью x	$\operatorname{tg} \alpha = p(x)$, т. е. $\operatorname{tg} \alpha$ равен интенсивности нагрузки $p(x)$ в сечении, где взята точка касания
	Тангенс угла касательной к линии $M(x)$ с осью x	$\operatorname{tg} \beta = Q(x)$, т. е. $\operatorname{tg} \beta$ равен поперечной силе $Q(x)$ в сечении, где взята точка касания
Величина изгибающего момента	$M(x)$	$M(x) = M_0 + \int Q(x) dx = M_0 + \Omega(x),$ <p>где Ωx — часть площади эпюры Q между ординатой $x = 0$ и ординатой в сечении x; M_0 — величина изгибающего момента в сечении $x = 0$</p>

Внешняя нагрузка — сосредоточенные силы

Форма линии эпюр $Q(x)$ и $M(x)$



1 На участке между двумя сосредоточенными силами поперечная сила остается постоянной, и, следовательно, линия эпюры на участке между двумя силами — отрезок прямой параллельной оси.

Так как при переходе с одного участка на другой величина поперечной силы изменяется, то линия эпюры $Q(x)$ имеет вид ступенчатой линии.

2 На участке между двумя соседними силами изгибающий момент изменяется по закону прямой — периметр эпюры $M(x)$ — многоугольник.

Последовательность построения графика

1 Определяют опорные реакции A и B и откладывают их в масштабе на эпюре $Q(x)$, соблюдая правило знаков (см. стр. 149).

2 Определяют значения $Q(x)$ справа и слева от сосредоточенных сил на бесконечно близком от сил расстоянии (например, в сечении $1-1'$) и откладывают их в том же масштабе, что был принят для A и B .

3 Определяют значения $M(x)$ в точках под сосредоточенными силами и откладывают их на эпюре $M(x)$ в принятом для них масштабе.

ИЗГИБ

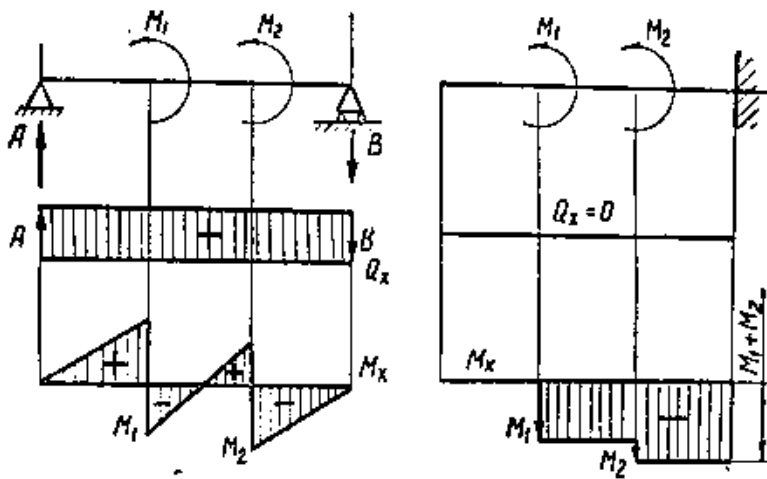
Продолжение

Внешняя нагрузка — сосредоточенные силы и сплошная нагрузка

В случае, когда внешняя нагрузка состоит из сплошной нагрузки и сосредоточенных сил, последовательность построения эюр должна быть такой:

- 1) строят эюры $Q(x)$ и $M(x)$ от сплошных нагрузок (см. стр. 150);
- 2) строят эюры $Q(x)$ и $M(x)$ от сосредоточенных сил так, как указано на стр. 152;
- 3) производят алгебраическое сложение ординат соответствующих эюр и строят по ним результирующие эюры $Q(x)$ и $M(x)$ для заданной нагрузки.

Внешние силы — сосредоточенные моменты



Значение поперечных сил и изгибающих моментов

Конструкция балки	Поперечная сила	Изгибающий момент
Балка на двух опорах	Возникают вертикальные реакции, вызывающие поперечные силы. Поперечная сила на всем протяжении между опорами не меняется	Изгибающий момент остается постоянным по отдельным участкам балки между местами приложения внешних моментов
Консоль	Поперечная сила равна нулю	Изгибающий момент остается постоянным по отдельным участкам балки между местами приложения внешних моментов. Изгибающий момент равен нулю на участке между точкой приложения момента, ближайшей к концу консоли, и свободным концом балки.

Балка с любым направлением сосредоточенных сил, перпендикулярных оси

Последовательность выполнения эпор:

- 1) разлагают все силы на составляющие в главных плоскостях балки (обычно на горизонтальные и вертикальные составляющие);
- 2) строят для обеих групп сил отдельные эпоры $Q(x)$ и $M(x)$;
- 3) складывают геометрически для отдельных сечений значения $Q(x)$ и $M(x)$ и строят эпоры суммарных Q и M .

V. ПРИМЕР РАСЧЕТА. Дано: сварная балка (шов $h = 5$ мм) с размерами и нагрузкой, указанными на рис. 1 и 3.

Определить максимально допустимое значение интенсивности нагрузки q , если допускаемое нормальное напряжение в листах балки $[\sigma]_p = [\sigma]_{сж} = 1200$ кг/см², допускаемое касательное напряжение в листах $[\tau] = 600$ кг/см² и в сварном шве — $[\tau] = 500$ кг/см². Значения q должны быть определены таким образом, чтобы были соблюдены условия прочности как для листов (по нормальным и касательным напряжениям), так и для сварного шва (по касательным напряжениям).

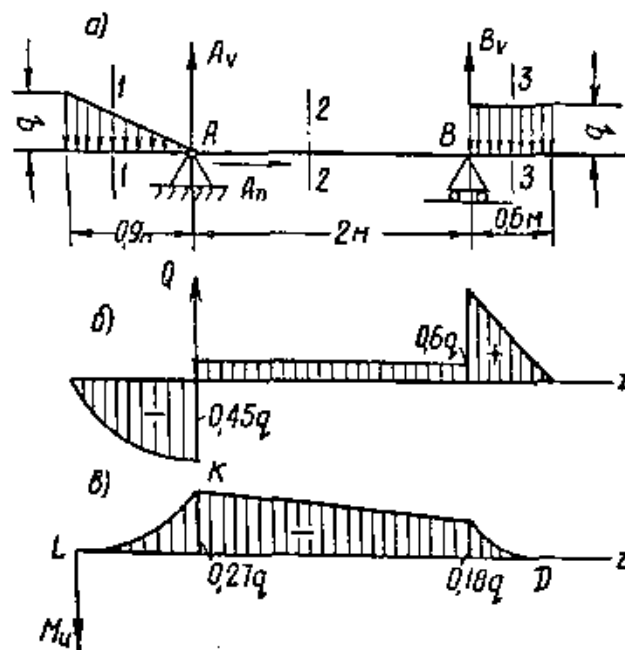


Рис. 1.

Решение.

Можно предположить, что условие прочности по σ_z дает наименьшее значение допустимого q , и определить q , исходя из условия $\max \sigma_z = [\sigma]$; затем необходимо убедиться в том, что при этом значении q касательные напряжения в листах и в сварном шве не превосходят величин, предписанных условием задачи.

Опорные реакции

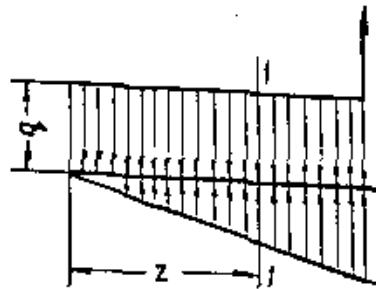


Рис. 2.

$$\sum y = A_v + B_v - 0,5q \cdot 0,9 - 0,6q = 0,$$

$$\sum M_A = 2B_v + 0,5q \cdot 0,9 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,9 - 0,6q \left(2 + \frac{0,6}{2} \right) = 0,$$

откуда $A_v = 0,495q$, $B_v = 0,555q$.

Исследование Q и M_H

Первый участок. Для сечения $I-I$ на расстоянии z от крайней левой точки бруса, рассматривая левую часть бруса, имеем

$$Q = -qz + 0,5qz \cdot z, \quad M_H = -qz \frac{z}{2} + 0,5qz^2 \frac{z}{3}.$$

Здесь для удобства вычислений нагрузка интенсивностью q продлена на весь участок до точки A , но одновременно введена компенсирующая треугольная нагрузка по схеме на рис. 2.

Обозначение q_z относится к интенсивности треугольной нагрузки на расстоянии z от левого конца балки. Так как $q_z = \frac{q}{0,9} z$, то

$$Q = -qz + 0,5 \frac{q}{0,9} z^2,*$$

$$M_H = -q \frac{z^2}{2} + \frac{0,5q}{0,9} \cdot \frac{z^3}{3}.**$$

При $z = 0$ $Q = 0$ и $M_H = 0$; при $z = 0,9$ м $Q = -0,45q$ и $M_H = -0,27q$.

Второй участок. Для сечения $2-2$ на расстоянии z от левого конца бруса, рассматривая левую от сечения часть бруса, имеем

$$Q = -0,5q \cdot 0,9 + 0,495q = 0,045q \quad (Q = \text{const}),$$

$$M_H = -0,5q \cdot 0,9 \left(z - \frac{1}{3} \cdot 0,9 \right) + 0,495q (z - 0,9) \quad (M_H - \text{функция } z).$$

При $z = 0,9$ м $M_H = -0,27q$; при $z = 2,9$ м $M_H = -0,18q$.

* Q изменяется по квадратной параболе.
 ** M_H изменяется по кубической параболе.

Третий участок. Для сечения 3—3 рассматривается правая часть бруса. Обозначая расстояние от этого сечения до правого конца бруса через z , имеем

$$Q = qz, \quad M_H = -qz \frac{z}{2}$$

(M_H изменяется по квадратной параболе).

При $z = 0$ $Q = 0$ и $M_H = 0$; при $z = 0,6$ м $Q = 0,6q$ и $M_H = -0,18q$.

Построение эпюр

По предельным значениям Q и M_H строят эпюры, откладывая на осях в точках, отвечающих точкам A и B , соответствующие отрезки. На эпюрах точки, полученные для Q и M_H при значениях $z = 0$ и z , равном наибольшему из возможных значений, соединяют прямыми и участками параболы в соответствии с характером изменения Q или M_H на данном участке. На основании построенных эпюр заключают, что $\max M_H = 0,27q$ и $Q_{\max} = 0,6q$.

Расчет прочности по $\max \sigma_z$

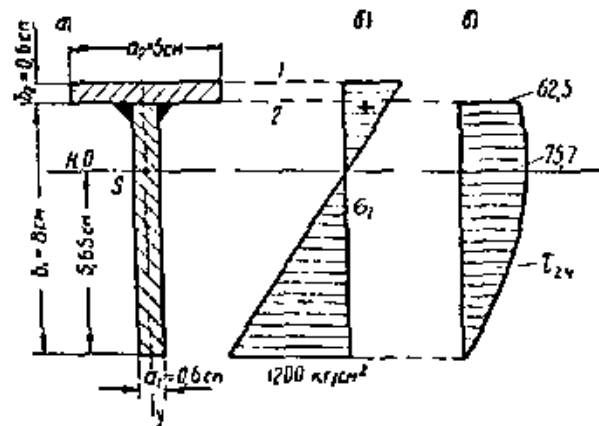


Рис. 3.

Определяют $W_{H.O} = \frac{J_{H.O}}{y_{\max}}$. Для этого определяют сначала статический момент S всего сечения относительно нижней кромки, затем площадь F и на основании их координату центра тяжести y_S .

После этого определяют момент инерции $J_{H.O}$.

$$S = a_1 b_1 \frac{b_1}{2} + a_2 b_2 \left(b_1 + \frac{b_2}{2} \right) = 0,6 \cdot 8 \cdot \frac{8}{2} +$$

$$+ 0,6 \cdot 5 \left(8 + \frac{0,6}{2} \right) = 41,1 \text{ см}^3;$$

$$F = F_1 + F_2 = (a_1 b_1) + (a_2 b_2) = 0,6 \cdot 8 + 5 \cdot 0,6 = 7,8 \text{ см}^2;$$

$$y_S = \frac{S}{F} = \frac{41,1}{7,8} = 5,65 \text{ см.}$$

ИЗГИБ

Продолжение

Момент инерции стенки и полки относительно их центральной оси находят по формуле $J_S = \frac{bh^3}{12}$, а для перехода от момента инерции относительно центральной оси к моменту инерции относительно нейтральной оси применяют формулу $J = J_S + Fh^2$.

Для получения $J_{н.о}$ всего сечения суммируют $J_{н.о}$ полки и $J_{н.о}$ стенки

$$J_{н.о} = \frac{0,6 \cdot 8^3}{12} + 0,6 \cdot 8 [-5,65 - (-4)]^2 + \frac{5(0,6)^3}{12} + 5 \cdot 0,6 \left[8 - 5,65 + \frac{0,6}{2} \right]^2 = 59,8 \text{ см}^4.$$

В данном случае наиболее удаленной от нейтральной оси точкой является точка у нижней кромки, т. е. $y_S = y_{\max} = 5,65 \text{ см}$. Следовательно,

$$W_{н.о} = \frac{J_{н.о}}{y_{\max}} = \frac{59,8}{5,65} = 10,6 \text{ см}^3.$$

Определение максимального допустимого значения интенсивности нагрузки q

Подставляют полученные значения $W_{н.о}$ и значение $\max \sigma_z$ в формулу

$$[\sigma_z] = \frac{M_{II}}{W_{н.о}}, \text{ имеем}$$

$$1200 = \frac{0,27q \cdot 10^4}{10,6},$$

откуда

$$q = 4,7 \text{ кг/см} = 470 \text{ кг/м}.$$

Следовательно, $q = 470 \text{ кг/м}$ это та наибольшая интенсивность нагрузки, при которой в наиболее удаленных от нейтральной оси точках сечения на опоре A напряжение достигает 1200 кг/см^2 .

Проверка прочности по τ_2

Построение эпюры τ_2 для сечения, где $Q = Q_{\max} = 0,6 \cdot 470 = 282 \text{ кг}$ (сечение над опорой B):

для крайних точек сечения $S'_{н.о}$ (рис. 3 на стр. 156)

$$S'_{н.о} = 0^{**};$$

* Множитель 10^4 введен потому, что множитель $0,27q$ имеет размерность м^4 , а остальные множители в этой формуле имеют размерность см^4 .

** $S'_{н.о}$ — статический момент части площади поперечного сечения, расположенной между рассматриваемым уровнем сечения и краем последнего относительно нейтральной оси этого сечения.

для точки у нижней кромки полки

$$S'_{н.о} = 5 \cdot 0,6 \left(8 - 5,65 + \frac{0,6}{2} \right) = 7,95 \text{ см}^3;$$

для точки на нейтральной оси

$$S'_{н.о} = 7,95 + 0,6 (8 - 5,65) \frac{8 - 5,65}{2} = 9,61 \text{ см}^3.$$

Соответственно с этими значениями $S'_{н.о}$ получаются значения τ_{zy} на уровне 1

$$\tau_{zy} = 0;$$

на уровне 2

$$\tau_{zy} = \frac{QS'_{н.о}}{J_{н.о}\delta} = \frac{282 \cdot 7,95}{59,8 \cdot 0,6} = 62,5 \text{ кг/см}^2.$$

(δ — толщина стенки сечения);
для точек на уровне нейтральной оси

$$\tau_{zy} = \frac{282 \cdot 9,61}{59,8 \cdot 0,6} = 75,7 \text{ кг/см}^2;$$

для самых нижних точек

$$\tau_{zy} = 0.$$

Эпюра $\tau_{zy} = f(z)$ для сечения на опоре В показана на рис. 3, в на стр. 156. На основании ее убеждаются, что при предельных значениях σ_z в точках балки наибольшие напряжения τ_{zy} равны $75,7 \text{ кг/см}^2$, т. е. далеко не достигают предельного значения $\tau = 600 \text{ кг/см}^2$, предусмотренного условием.

Проверка прочности сварного шва

Стенка и полка балки являются отдельными стальными листами, и шов введен для предотвращения взаимного сдвига их.

Сдвигающее усилие $T_{a=1 \text{ см}}$ на единицу толщины шва определится из формулы

$$T_{a=1 \text{ см}} = \frac{QS'_{н.о}}{J_{н.о}}$$

ИЗГИБ

Продолжение

а условие прочности может быть записано так:

$$\bar{T}_{a=1 \text{ см}} \leq \bar{T}_{\text{доп}}$$

где $\bar{T}_{\text{доп}}$ — усилие, срезающее шов на длине его, равной единице.

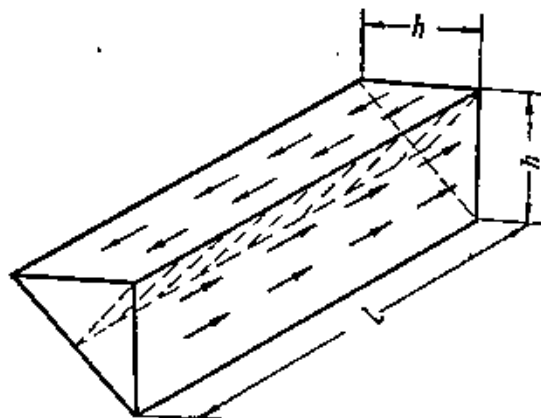


Рис. 4.

Опасным сечением шва является продольное сечение по биссектрисе прямого угла (рис. 4)

$$\bar{T}_{\text{доп}} = 2 \cdot l \cdot h \cdot 0,7 [\sigma],$$

где множители 2 и 0,7 учитывают: первый — то, что шов двусторонний, а второй — переход от высоты шва h к высоте опасного сечения (рис. 4)

$$T_{\text{доп}} = 2 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \cdot 500 = 350 \text{ кг/см.}$$

Сдвигающая сила $T_{1 \text{ см}}$ на длине, равной единице, на том же уровне поперечного сечения балки

$$T_{1 \text{ см}} = \frac{QS'_{н.о}}{J_{н.о}} = \frac{282 \cdot 7,95}{59,8} = 37,5 \text{ кг/см}$$

(при подсчете сдвигающей силы принято $Q = Q_{\text{max}}$ и $S'_{н.о}$ — для точек на уровне примыкания полки к стенке).

Так как $T < T_{\text{доп}}$, то принятое ранее значение интенсивности нагрузки $q = 470 \text{ кг/м}$ допустимо и в отношении прочности сварного шва.

Примечание. Поименный расчет составлен по материалам задачи № 74 из книги М. В. Рубинина «Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов» (Машгиз, 1957). Там же см. задачи по подбору сечения бруса и определению касательных напряжений.

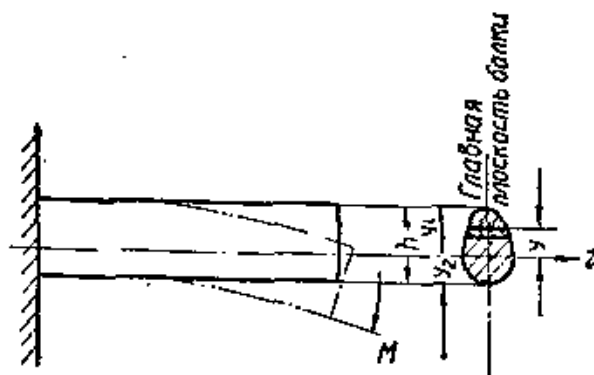
РАСЧЕТ БАЛОК

I. НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ В ПРЯМЫХ БАЛКАХ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ В ПРЕДЕЛАХ УПРУГОСТИ

Напряжения, вызываемые изгибающим моментом

1. Нормальные напряжения в точке сечения с координатой y ;

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y. \quad (1)$$



2. Наибольшие нормальные напряжения;

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} y_{\max}. \quad (2)$$

где I — осевой момент инерции сечения по отношению к нейтральной линии, совпадающей с осью z и проходящей через центр тяжести сечения.

Расчет напряжений при возможных положениях центра тяжести по высоте сечения

1. Центр тяжести сечения не расположен в середине высоты сечения. Расчет ведется для сжатых и растянутых волокон отдельно:

$$\sigma'_{\max} = \frac{M}{I} y_1 = \frac{M}{W'}, \quad (3)$$

$$\sigma''_{\max} = \frac{M}{I} y_2 = \frac{M}{W''}, \quad (4)$$

где $W' = \frac{I}{y_1}$ и $W'' = \frac{I}{y_2}$ — моменты (модули) сопротивления сечения для растянутой и сжатой стороны бруса.

2. Центр тяжести сечения расположен в середине высоты сечения:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{I} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M}{W}, \quad (5)$$

так как в формулах (3) и (4) при этом условии $y_1 = y_2 = \frac{h}{2}$ и $W' = W'' = W$.

Примечание. Значения I и W для наиболее распространенных форм сечения приведены в таблицах на стр. 175—183.

Напряжения в поперечном сечении, вызываемые поперечной силой

1. Прямоугольное сечение:

$$\tau_y = \frac{QS}{Ib}$$

где I — момент инерции всего сечения относительно нейтральной линии;
 b — ширина сечения;
 S — статический момент по отношению к нейтральной линии части площади поперечного сечения, отсекаемой прямой, параллельной нейтральной линии и проведенной от нее на расстоянии y .

2. Сечение ограничено криволинейным контуром или наклонными линиями:

$$\tau_y = \frac{QS}{Ib \cos \theta}$$

где θ — угол между направлением перерезывающей силы и перпендикуляром к касательной, проходящей через рассматриваемую точку контура;
 b — ширина сечения в том же месте.

Примечание. Распределение касательных напряжений для основных форм сечений см. стр. 184.

РАСЧЕТ БАЛОК *

Продолжение

II. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Балки с постоянным или с медленно изменяющимся сечением **

Определение допускаемого напряжения в зависимости от характера материала ***

Материал	Способ определения допускаемого напряжения
Пластичный	Расчет по пределу текучести σ_T $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{\sigma_T}{n} = [\sigma]_n$ где $[\sigma]_n$ — допускаемое напряжение при изгибе
Хрупкий	Расчет по пределу прочности при изгибе $\sigma_{вн}$ $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{\sigma_{вн}}{n} = [\sigma]_n$

Определение размеров поперечного сечения

Сечение	Расчетные формулы
Круглое сплошное	$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_{\max}}{[\sigma]_n}} \approx 2,17 \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{[\sigma]_n}}$
Круглое полое	$D = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_{\max}}{(1-\alpha^4)[\sigma]_n}} \approx 2,17 \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{(1-\alpha^4)[\sigma]_n}}$ где $\alpha = \frac{d}{D}$ — отношение внутреннего диаметра к внешнему
Прямоугольное	$h = \sqrt[3]{\frac{6}{\alpha} \frac{M_{\max}}{[\sigma]_n}} \approx 1,82 \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{\alpha [\sigma]_n}}$ где $\alpha = \frac{b}{h}$ — отношение размера прямоугольного сечения, параллельного нейтральной линии, к размеру прямоугольника в плоскости изгиба

* Расчет балок на упругом основании см. [8].
 ** Указания относятся к случаям, когда концентрация напряжений не возникает. Учет концентрации напряжений см. [25], стр. 224.
 *** Указания относятся к случаям статического нагружения балок. Способы расчетов при действия переменных напряжений см. [25], стр. 227.

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Стрела прогиба

Стрела прогиба в зависимости от напряжений

$$f = \frac{Pl^3}{c_2 EI}, \quad f = c_3 \frac{\sigma l^2}{E y_{\max}}, \quad M = \sigma \frac{I}{y_{\max}} = \frac{Pl}{c_1}$$

- где f — стрела прогиба;
 σ — напряжение в крайних волокнах;
 P — полная нагрузка на балку;
 EI — жесткость балки на изгиб;
 l — пролет балки;
 M — момент, изгибающий балку;
 y_{\max} — расстояние от нейтральной линии до крайних волокон.

Постоянные c_1 , c_2 и c_3 , входящие в зависимости между прогибом и напряжением

Балка	Нагрузка	c_1	c_2	c_3
Консоль	Сосредоточенная на конце	1	3	$1/3$
	Равномерно распределенная	2	8	$1/4$
Концы свободно оперты	Сосредоточенная в середине пролета	4	48	$1/12$
	Равномерно распределенная	8	$384/5$	$5/48$
То же Оба конца защемлены	Сосредоточенная в середине пролета	8	192	$1/24$
	Равномерно распределенная	12	384	$1/32$
Один конец свободно оперт, другой защемлен	Сосредоточенная в середине пролета	$16/3$	$768/7$	$7/144$
	Равномерно распределенная	$128/9$	187	$1/10$
Консоль	Равномерно возрастающая от конца к опоре	3	15	$1/6$
	Равномерно возрастающая от опоры к концу	$3/2$	$60/11$	$11/40$
Два конца свободно оперты	Равномерно возрастающая от концов к середине пролета	6	60	$1/10$

При одном и том же пролете балка меньшей высоты имеет большую деформацию, чем балка с большей высотой сечения при том же напряжении в крайних волокнах.

Балка заданной высоты сечения, имеющая пролет в два раза больший, получит тот же прогиб при напряжениях, в четыре раза меньших.

При прочих равных условиях, прогиб в балке пропорционален напряжению и обратно пропорционален модулю упругости E материала балки и расстоянию от нейтральной линии до крайнего волокна.

Балка переменного сечения — ступенчатый вал
сплошного сечения

1. Наименьший диаметр d_0 :

$$d_0 = 4 \sqrt{\frac{Q_{\max}}{3\pi [\tau]_{\text{ср}}}}$$

где $[\tau]_{\text{ср}}$ — допускаемое напряжение на срез;

Q_{\max} — поперечная сила у концов.

2. Наибольший диаметр D :

$$D = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_{\max}}{[\sigma]_{\text{н}}}}$$

3. Промежуточные диаметры: $d_1, d_2, \dots, d_{\max}$.

В практике вместо балок равного сопротивления изгибу обычно применяют балки со ступенчатым изменением сечения. Для круглого сечения балок (валы) обычно задаются при этом диаметрами ступеней и определяют для заданного диаметра длину ступени данного диаметра.

III. ПРИМЕР РАСЧЕТА БАЛКИ НА ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

Дано. Балка с размерами и нагрузкой, указанными на схеме.

Определить длину каждой ступени при $[\sigma]_{\text{н}} = 250 \text{ кг/см}^2$.

Решение.

Для определения длины каждой ступени строят эпюру изгибающих моментов, выполняя эту часть задачи в следующем порядке:

1. Определение реакций опор A и B

$$A = \frac{500 \cdot 50}{120} = 2100 \text{ кг},$$

$$B = \frac{5000 \cdot 70}{120} \approx 2900 \text{ кг};$$

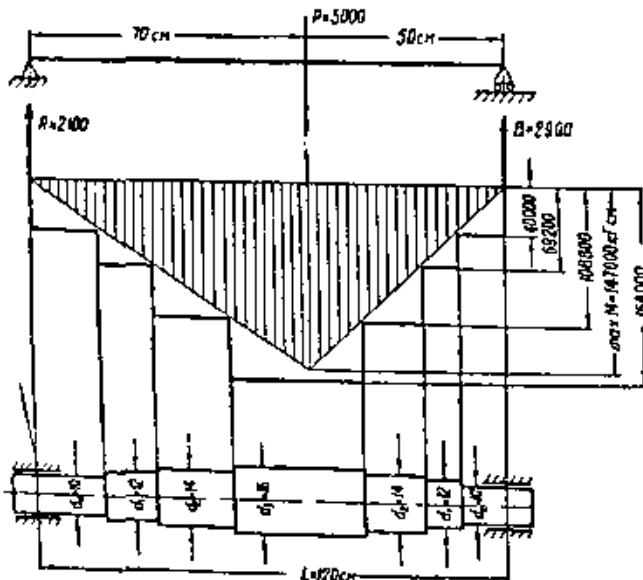
2. Определение максимального изгибающего момента M_{\max} :

$$M_{\max} = 2100 \cdot 70 = 147000 \text{ кг/см}.$$

Для определения длин ступеней вала необходимо определить максимальные допустимые изгибающие моменты для каждой ступени вала по формуле:

$$M_{\max} = W [\sigma]_{\text{н}} = \frac{\pi d^3}{32} [\sigma]_{\text{н}} \text{ при } d = d_1, d = d_2 \text{ и т. д.}$$

Вычисленные по этой формуле изгибающие моменты нанесены в масштабе эпюры (ординаты с числами 40 000, 69 200, ..., 164 000).



РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Теперь возможно определить длину отдельных ступеней вала. Для этого достаточно провести на эпюре ряд горизонтальных линий с ординатами, равными определенным ранее моментам M_{\max} для отдельных участков. Точки пересечения этих линий с линиями эпюры определяют размеры ступеней вала

Для окончательного определения длин отдельных участков вала необходимо полученные по эпюре размеры округлить

IV. ФОРМУЛЫ ДЛЯ БАЛОК ПОСТОЯННОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Консоль

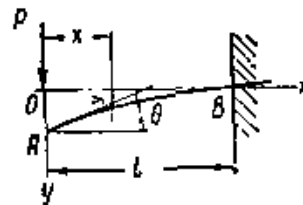


Рис. 1.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сила на конце	$B = P,$ $Q = -P$	$M = -Px,$ $\max M = 0,$ $\max(-M) = -Pl \text{ (в B)}$	$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3lx^2 + 2l^3),$ $f = \frac{Pl^3}{3EI} \text{ (в A)*},$ $\theta = -\frac{Pl^2}{2EI} \text{ (в A)}$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 1)</p>

* Здесь и далее в таблицах: $l = l_{\max}$; A, B и I — соответствующие точки в сечениях балки, указанные на рисунках.

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Консоль

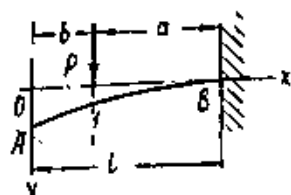


Рис. 2.

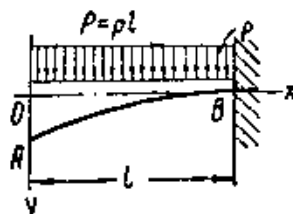


Рис. 3.

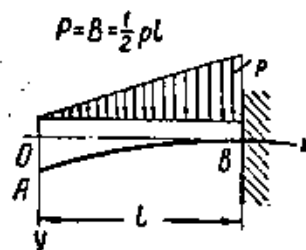


Рис. 4.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сила в пролете	$B = P,$ $Q = 0$ (от A до I). $Q = -P$ (от I до B)	$M = 0$ (от A до I) $M = -P(x - b),$ (от I до B), max $M = 0$ (от A до I), max $(-M) = -P_a$ (в B)	$y = \frac{P}{6EI} (-a^3 + 3a^2l - 3a^2x)$ (от A до I), $y = \frac{P}{6EI} [(x - b)^3 - 3a^2(x - b) + 2a^3]$ (от I до B), $f = \frac{P}{6EI} (3a^2l - a^3)$ (в A), $\theta = -\frac{Pa^2}{2EI}$ (от A до I) (см. рис. 2)
Нагрузка сплошная, распределенная	$B = P = pl,$ $Q = -\frac{P}{l}x$	$M = -\frac{Px^2}{2l},$ max $M = 0,$ max $(-M) = -\frac{pl^2}{2}$ (в B)	$y = \frac{P}{24EI} (x^4 - 4l^3x + 3l^4),$ $f = \frac{Pl^4}{8EI},$ $\theta = -\frac{Pl^2}{6EI}$ (в A) (см. рис. 3)
Сплошная нагрузка по треугольнику	$B = P = \frac{1}{2}pl,$ $Q = -\frac{P}{l^2}x^2$	$M = -\frac{1}{3} \cdot \frac{P}{l^2}x^3,$ max $M = 0,$ max $(-M) = -\frac{1}{3}Pl$ (в B)	$y = \frac{P}{60EI l^2} (x^5 - 5l^4x + 4l^5),$ $f = \frac{Pl^3}{15EI},$ $\theta = -\frac{Pl^2}{12EI}$ (в A) (см. рис. 4)

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Консоль

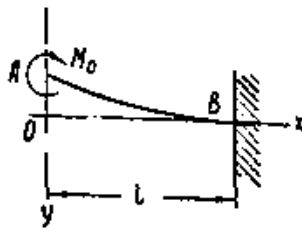


Рис. 5.

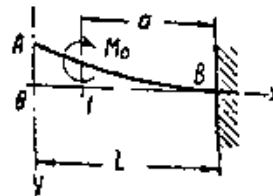


Рис. 6.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота конца балки
Момент на конце	$B = 0,$ $Q = 0$	$M = M_0,$ $\max M = M_0$ (от A до B)	$y = -\frac{M_0}{2EI} (l^2 - 2lx + x^2),$ $f = -\frac{M_0 l^2}{2EI} \text{ (в A),}$ $\theta = \frac{M_0 l}{EI} \text{ (в A)}$ (см. рис. 5)
Момент в пролете	$B = 0,$ $Q = 0$	$M = 0$ (от A до I), $M = M_0$ (от I до B), $\max M = M_0$ (от I до B).	$y = \frac{M_0 a}{EI} \left(x - l + \frac{1}{2} a \right) \text{ (от A до I),}$ $y = -\frac{M_0}{2EI} [(x-l+a)^2 - 2a(x-l+a) + a^2] \text{ (от I до B),}$ $f = -\frac{M_0 a}{EI} \left(l - \frac{1}{2} a \right) \text{ (в A),}$ $\theta = \frac{M_0 a}{EI} \text{ (от A до I)}$ (см. рис. 6)

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Балка, свободно опертая по концам

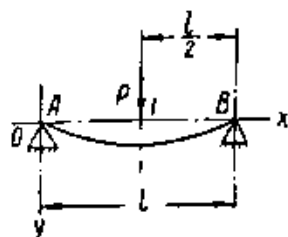


Рис. 7.

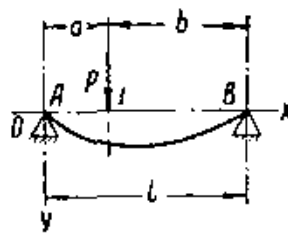


Рис. 8.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сила в середине пролета	$A = B = \frac{P}{2}$, $Q = \frac{P}{2}$ (от A до I), $Q = -\frac{P}{2}$ (от I до B)	$M = \frac{1}{2} Px$ (от A до I), $M = \frac{1}{2} P(l-x)$ (от I до B), $\max M = \frac{Pl}{4}$ (при $x = \frac{l}{2}$)	$y = \frac{P}{48EI} (3l^2x - 4x^3)$ (от A до I), $f = \frac{Pl^3}{48EI}$ (в I), $\theta = \frac{Pl^2}{16EI}$ (в A) (см. рис. 7)
Сила в пролете	$A = P \frac{b}{l}$, $B = P \frac{a}{l}$, $Q = P \frac{b}{l}$ (от A до I), $Q = -P \frac{a}{l}$ (от I до B)	$M = P \frac{b}{l} x$ (от A до I), $M = P \frac{a}{l} (l-x)$ (от I до B), $\max M = P \frac{ab}{l}$ (в I)	$y = \frac{Pbx}{6EI} [2l(l-x) - b^2 - (l-x)^2]$ (от A до I), $y = \frac{Pa(l-x)}{6EI} [2lb - b^2 - (l-x)^2]$ (от I до B), $f = \frac{Pab}{27EI} (a+2b) \sqrt{3a(a+2b)}$ при $x = a \sqrt{\frac{1}{3} a(a+2b)}$, или приближенно $f \approx \frac{Pb}{48EI} (3l^2 - 4b^2)$ (когда $a > b$); $\theta = \frac{P}{6EI} \left(bl - \frac{b^3}{l} \right)$ (в A), $\theta = \frac{P}{6EI} \left(2bl + \frac{b^3}{l} - 3b^2 \right)$ (в B) (см. рис. 8)

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Балка, свободно опертая по концам

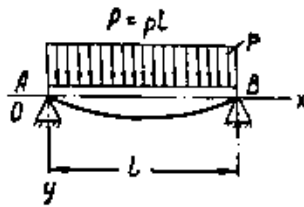


Рис. 9.

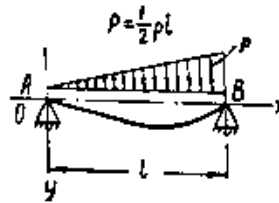


Рис. 10.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сплошная равномерная нагрузка	$A = \frac{pl}{2} = \frac{P}{2},$ $B = \frac{pl}{2} = \frac{P}{2},$ $Q = \frac{1}{2} pl \times$ $\times \left(1 - \frac{2x}{l}\right)$	$M = \frac{1}{2} pl \left(x - \frac{x^2}{l}\right),$ $\max M = \frac{pl^2}{8} \text{ при } x = \frac{l}{2}$	$y = \frac{px}{24EI} (l^3 - 2lx^2 + x^3),$ $f = \frac{5}{384} \cdot \frac{pl^4}{EI} \text{ при } x = \frac{l}{2},$ $\theta = \frac{pl^3}{24EI} \text{ (в } A)$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 9)</p>
Нагрузка по треугольнику	$A = \frac{1}{3} P = \frac{1}{6} pl,$ $B = \frac{2}{3} P = \frac{1}{3} pl,$ $Q = P \left(\frac{1}{3} - \frac{x^2}{l^2}\right)$	$M = \frac{1}{3} P \left(x - \frac{x^3}{l^2}\right),$ $\max M = 0,128 Pl$ $\text{при } x = 0,577l$	$y = + \frac{Px}{180EI l^2} (3x^4 - 10l^2 x^3 + 7l^4),$ $f = 0,01304 \frac{Pl^4}{EI} \text{ при } x = 519l,$ $\theta = \frac{7}{180} \cdot \frac{Pl^3}{EI} \text{ (в } A),$ $\theta = - \frac{8}{180} \cdot \frac{Pl^3}{EI} \text{ (в } B)$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 10)</p>

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Балка, свободно опертая по концам

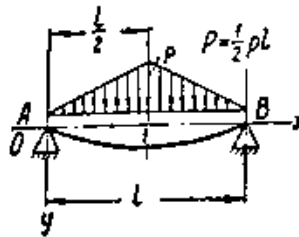


Рис. 11.

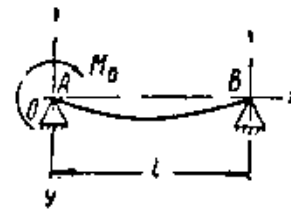


Рис. 12.

Схема балки и нагрузки

Опорные реакции и поперечные силы

Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента

Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки

Нагрузка по треугольникам

$$A = \frac{P}{2} = \frac{1}{4} pl,$$

$$B = \frac{P}{2} = \frac{1}{4} pl,$$

$$Q = \frac{P}{2} \times \left(1 - 4 \frac{x^2}{l^2}\right) \quad (\text{от } A \text{ до } I);$$

$$Q = -\frac{P}{2} \times \left[1 - 4 \times \frac{(l-x)^2}{l^2}\right] \quad (\text{от } I \text{ до } B)$$

$$M = \frac{P}{6} \left(3x - 4 \frac{x^3}{l^2}\right) \quad (\text{от } A \text{ до } I),$$

$$M = \frac{P}{6} \left[3(l-x) - 4 \times \frac{(l-x)^3}{l^2}\right] \quad (\text{от } I \text{ до } B),$$

$$\max M = \frac{1}{6} Pl \quad (\text{в } I)$$

$$y = \frac{Px}{6EI l^2} \left(\frac{1}{5} x^4 - \frac{1}{2} l^2 x^2 + \frac{5}{16} l^4\right),$$

$$f = \frac{Pl^3}{60EI} \quad (\text{в } I),$$

$$\theta = \frac{5}{96} \frac{Pl^2}{EI} \quad (\text{в } A)$$

(см. рис. 11)

Момент над опорой

$$A = -\frac{M_0}{l},$$

$$B = \frac{M_0}{l},$$

$$Q = -\frac{M_0}{l}$$

$$M = M_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

$$\max M = M_0 \quad (\text{в } A)$$

$$y = \frac{M_0}{6EI} \left[\frac{x^3}{l} - 3x^2 + 2lx\right],$$

$$f = 0,0642 \frac{M_0 l^2}{EI} \quad \text{при } x = 0,422l,$$

$$\theta = \frac{M_0 l}{3EI} \quad (\text{в } A),$$

$$\theta = -\frac{M_0 l}{6EI} \quad (\text{в } B)$$

(см рис. 12)

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Балка, свободно опертая по концам. Балка с одной консолью, свободно опертая

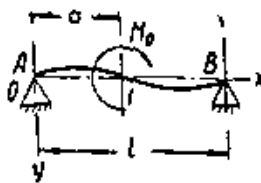


Рис. 13.

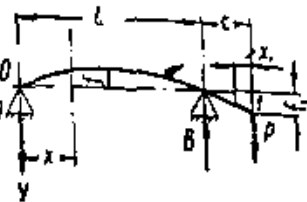


Рис. 14.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Момент в пролете	$A = -\frac{M_0}{l},$ $B = \frac{M_0}{l},$ $Q = -\frac{M_0}{l}$	$M = Ax \text{ (от } A \text{ до } l),$ $M = M_0 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \text{ (от } l \text{ до } B),$ $\max M = M_0 \text{ (справа от } l),$ $\max (-M) = M_0 \text{ (слева от } l)$	$y = \frac{M_0}{6EI} \left[-\left(6a - \frac{3a^2}{l} - 2l\right)x + \frac{x^3}{l} \right] \text{ (от } A \text{ до } l),$ $y = \frac{M_0}{6EI} \left[\frac{x^3}{l} - 3x^2 + \left(2l + 3\frac{a^2}{l}\right)x - 3a^2 \right] \text{ (от } l \text{ до } B),$ $\theta = \frac{M_0}{6EI} \left(2l - 6a + \frac{3a^2}{l}\right) \text{ (в } A),$ $\theta = -\frac{M_0}{EI} \left(a - \frac{a^2}{l} - \frac{1}{3}l\right) \text{ (в } l),$ $\theta = -\frac{M_0}{6EI} \left(l - 3\frac{a^2}{l}\right) \text{ (в } B)$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 13)</p>
Нагрузка на конце консоли	$A = -\frac{Pc}{l},$ $B = \frac{P(l+c)}{l},$ $Q = A \text{ (от } A \text{ до } B),$ $Q = -P \text{ (от } B \text{ до } l)$	$M = -\frac{Pcx}{l} \text{ (от } A \text{ до } B),$ $M = -Pc \text{ (от } l \text{ до } B),$ $\max M = 0,$ $\max (-M) = -Pl \text{ (в } B)$	$y = \frac{P}{EI} \cdot \frac{lc^2}{6} \left(\frac{x^3}{l^3} - \frac{x}{l}\right) \text{ (от } A \text{ до } B),$ $y = \frac{P}{EI} \cdot \frac{lc^2}{6} \left(\frac{x_1^3}{lc^3} - \frac{2l+3c}{l} \times \frac{x_1}{c} + 2\frac{l+c}{l}\right) \text{ (от } l \text{ до } B)$ $l = \frac{P}{EI} \cdot \frac{Pc}{9\sqrt{3}} \text{ (при } x = 0,577l),$ $f_1 = \frac{P}{EI} \cdot \frac{(l+c)c^2}{3} \text{ (в } l)$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 14)</p>

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Один конец балки свободно оперт, другой конец — жестко заземлен

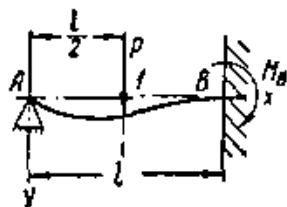


Рис. 15.

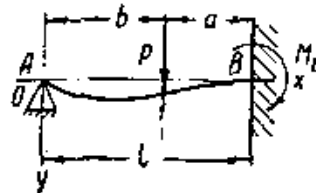


Рис. 16.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сила в середине	$A = \frac{5}{16}P,$ $B = \frac{11}{16}P;$ $M_B = -\frac{3}{16}Pl,$ $Q = \frac{5}{16}P$ (от A до I), $Q = -\frac{11}{16}P$ (от I до B)	$M = \frac{5}{16}Px$ (от A до I), $M = P\left(\frac{l}{2} - \frac{11}{16}x\right)$ (от I до B), $\max M = \frac{5}{32}Pl$ (в I), $\max(-M) = -\frac{3}{16}Pl$ (в B)	$y = \frac{P}{96EI}(3l^2x - 5x^3)$ (от A до I), $y = \frac{P}{96EI}\left[3l^2x + 16\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 - 5x^3\right]$ (от I до B), $f = 0,0093 \frac{Pl^3}{EI}$ при $x = 0,447l$, $\theta = \frac{Pl^2}{32EI}$ (в A) (см. рис. 15)
Сила в пролете	$A = \frac{P}{2} \times \left(\frac{3a^2l - a^3}{l^3}\right)$ $B = P - A;$ $M_B = \frac{P}{2} \times \left(\frac{a^3 + 2al^2 - 3a^2l}{l^3}\right);$ достигает наибольшей величины при $a = 0,423l$; $Q = A$ (от A до I), $Q = A - P$ (от I до B)	$M = Ax$ (от A до I), $M = Ax - P(x - l + a)$ (от I до B), $\max M = A(l - a)$ (в I), наибольшее значение = $0,174Pl$, при $a = 0,634l$; $\max(-M) = -M_B$ (в B), наибольшее значение = $-0,193Pl$ при $a = 0,423l$	$y = -\frac{1}{6EI}\{A(x^3 - 3l^2x) + 3Pa^2x\}$ (от A до I), $y = -\frac{1}{6EI}\{A(x^3 - 3l^2x) + P[3a^2x - (x - b)^3]\}$ (от I до B); при $a = 0,586l$ стрела прогиба в точке I: $f = 0,0098 \frac{Pl^3}{EI}$; $\theta = -\frac{P}{4EI}\left(\frac{a^3}{l} - a^2\right)$ (в A) (см. рис. 16)

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Один конец балки свободно оперт, другой конец — жестко заземлен

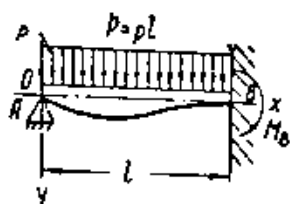


Рис. 17.

Схема балки и нагрузки

Опорные реакции и поперечные силы

Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента

Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки

Сплошная равномерная нагрузка

$$\begin{aligned}
 pl &= P, \\
 A &= \frac{3}{8} P, \\
 B &= \frac{5}{8} P, \\
 M_B &= \frac{1}{8} Pl, \\
 Q &= P \left(\frac{3}{8} - \frac{x}{l} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= P \left(\frac{3}{8} x - \frac{x^2}{2l} \right), \\
 \max M &= \frac{9}{128} Pl, \\
 \max (-M) &= -\frac{Pl}{8} \text{ (в B)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{P}{48EI} (2x^4 - 3lx^3 + l^2x), \\
 f &= 0,0054 \frac{Pl^3}{EI} \text{ при } x = 0,421l, \\
 \theta &= \frac{Pl^2}{48EI} \text{ (в A)} \\
 &\text{(см. рис. 17)}
 \end{aligned}$$

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Один конец балки свободно оперт, другой конец — жестко защемлен

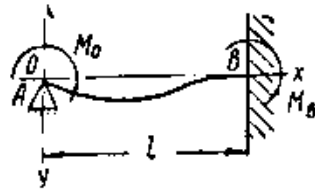


Рис. 18.

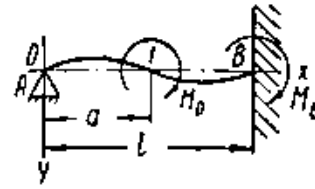


Рис. 19.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции в поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Момент над свободной опорой	$A = -\frac{3}{2} \cdot \frac{M_0}{l},$ $B = \frac{3}{2} \cdot \frac{M_0}{l},$ $M_B = \frac{1}{2} M_0,$ $Q = -\frac{3}{2} \cdot \frac{M_0}{l}$	$M = \frac{1}{2} M_0 \left(2 - 3 \frac{x}{l} \right),$ <p style="text-align: center;">max $M = M_0$ (в A),</p> <p style="text-align: center;">max $(-M) = -\frac{1}{2} M_0$ (в B)</p>	$y = \frac{M_0}{4EI} \left(\frac{x^3}{l} - 2x^2 + lx \right),$ $f = \frac{M_0 l^2}{27EI} \text{ при } x = \frac{l}{3},$ $\theta = \frac{M_0 l}{4EI} \text{ (в A)}$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 18)</p>
Момент в пролете	$A = -\frac{3}{2} \times$ $\times \frac{M_0}{l} \left(\frac{l^2 - a^2}{l^2} \right),$ $B = \frac{3}{2} \times$ $\times \frac{M_0}{l} \left(\frac{l^2 - a^2}{l^2} \right),$ $M_B = \frac{1}{2} M_0 \times$ $\times \left(1 - 3 \frac{a^2}{l^2} \right),$ <p style="text-align: center;">$Q = A$ (от A до B)</p>	$M = Ax \text{ (от A до I),}$ $M = Ax + M_0 \text{ (от I до B),}$ <p style="text-align: center;">max $M = M_0 \times$ $\times \left[1 - \frac{3a(l^2 - a^2)}{2l^3} \right]$ (в I справа),</p> <p style="text-align: center;">max $(-M) = -M_B$ (в B) при $a < 0,275l$,</p> <p style="text-align: center;">max $(-M) = La$ (в I слева) при $a > 0,275l$</p>	$y = \frac{M_0}{EI} \left[\frac{l^2 - a^2}{4l^3} (x^3 - 3l^2x) + \right.$ $\left. + (l-a)x \right] \text{ (от A до I),}$ $y = \frac{M_0}{EI} \left[\frac{l^2 - a^2}{4l^3} (x^3 - 3l^2x) + \right.$ $\left. + lx - \frac{x^2 + a^2}{2} \right] \text{ (от I до B)}$ $\theta = -\frac{M_0}{EI} \left(a - \frac{l}{4} - \frac{3}{4} \frac{a^2}{l} \right) \text{ (в A)}$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 19)</p>

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Оба конца балки жестко защемлены

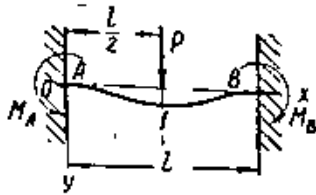


Рис. 20.

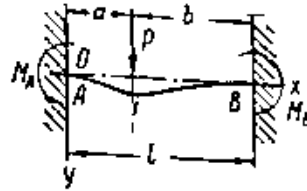


Рис. 21.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сила в середине пролета	$A = B = \frac{1}{2} P,$ $M_A = M_B = \frac{Pl}{8},$ $Q = \frac{P}{2}$ (от A до I), $Q = -\frac{P}{2}$ (от I до B)	$M = \frac{1}{8} P (4x - l)$ (от A до I), $M = \frac{1}{8} P (3l - 4x)$ (от I до B), $\max M = \frac{1}{8} Pl$ (в I), $\max (-M) = -\frac{1}{8} Pl$ (в A и B)	$y = -\frac{P}{48EI} (4x^3 - 3lx^2)$ (от A до I), $f = \frac{Pl^3}{192EI}$ (в I) (см. рис. 20)
Сила в пролете	$A = \frac{Pb^2}{l^3} \times (3a + b),$ $B = \frac{Pa^2}{l^3} \times (3b + a),$ $M_A = P \frac{ab^2}{l^2},$ $M_B = P \frac{a^2b}{l^2},$ $Q = A$ (от A до I), $Q = A - P$ (от I до B)	$M = -P \frac{ab^2}{l^2} + Ax$ (от A до I), $M = -P \frac{ab^2}{l^2} + Ax - P(x - a)$ (от I до B), $\max M = -P \frac{ab^2}{l^2} + Aa$ (в I), $\max (-M) = -M_A$ (если $a < b$), наибольшее значение = $-0,148Pl$ при $a = \frac{1}{3} l$; $\max (-M) = -M_B$ (если $a > b$) при $a = \frac{2}{3} l$	$y = \frac{Pb^2x^2}{6EI^3} (3al - 3ax - bx)$ (от A до I), $y = \frac{Pa^2(l-x)^2}{2EI^3} [3bl - (3b+a)(l-x)]$ (от I до B), $f = \frac{2}{3} \cdot \frac{P}{EI} \cdot \frac{a^2b^2}{(3a+b)^2}$ при $x = \frac{2al}{3a+b}$ (если $a > b$), $f = \frac{2}{3} \cdot \frac{P}{EI} \cdot \frac{a^2b^3}{(3b+a)^2}$ при $x = l - \frac{2bl}{3b+a}$ (если $a < b$) (см. рис. 21)

РАСЧЕТ БАЛОК

Продолжение

Оба конца балки жестко защемлены

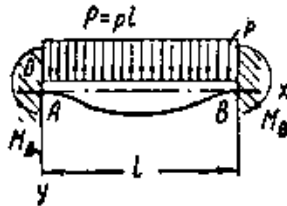


Рис. 22.

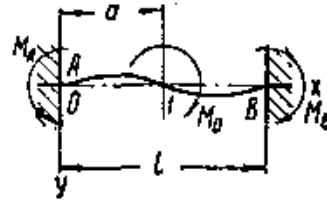
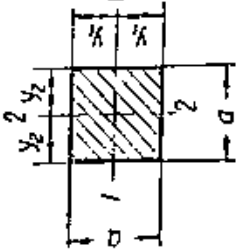
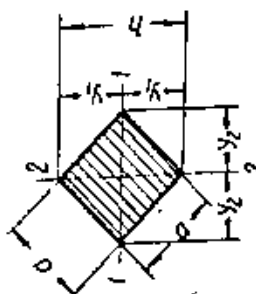


Рис. 23.

Схема балки и нагрузки	Опорные реакции и поперечные силы	Уравнение изгибающего момента, наибольший изгибающий момент и место наибольшего изгибающего момента	Уравнение упругой линии, стрела прогиба и углы поворота концов балки
Сплошная равномерная нагрузка	$pl = P,$ $A = B = \frac{P}{2},$ $M_A = M_B = \frac{Pl}{12},$ $Q = \frac{P}{2} \times$ $\times \left(1 - \frac{2x}{l}\right)$	$M = \frac{P}{2} \left(x - \frac{x^2}{l} - \frac{l}{6}\right),$ $\max M = \frac{Pl}{24} \text{ при } x = \frac{l}{2},$ $\max(-M) = -\frac{Pl}{12}$ <p style="text-align: center;">(в A и B)</p>	$y = \frac{Px^2}{24EI} (x^2 - 2lx + l^2),$ $f = \frac{Pl^3}{384EI} \text{ при } x = \frac{l}{2}$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 22)</p>
Момент в пролете	$A = -6 \frac{M_0}{l^3} \times$ $\times (al - a^2),$ $B = 6 \frac{M_0}{l^3} \times$ $\times (al - a^2),$ $M_A = -\frac{M_0}{l^2} \times$ $\times (4la - 3a^2 - l^2),$ $M_B = \frac{M_0}{l^2} \times$ $\times (2la - 3a^2),$ $Q = A$	$M = -M_A + Ax$ <p style="text-align: center;">(от A до I),</p> $M = -M_A + Ax + M_0$ <p style="text-align: center;">(от I до B),</p> $\max M = M_0 \times$ $\times \left(4 \frac{a}{l} - \frac{9a^2}{l^2} + 6 \frac{a^3}{l^3}\right)$ <p style="text-align: center;">(справа от I),</p> $\max(-M) = M_0 \times$ $\times \left(4 \frac{a}{l} - 9 \frac{a^2}{l^2} +$ $+ 6 \frac{a^3}{l^3} - 1\right)$ <p style="text-align: center;">(слева от I)</p>	$y = -\frac{1}{6EI} (Ax^3 - 3M_Ax^2)$ <p style="text-align: center;">(от A до I),</p> $y = \frac{1}{6EI} [A(3l^2x - x^3 - 2l^3) -$ $- (M_0 - M_A)(3x^2 - 6lx + 3l^2)]$ <p style="text-align: center;">(от I до B);</p> <p>наибольший прогиб вверх (или вниз) при</p> $x = \frac{2M_A}{A},$ <p>или при</p> $x = l - \frac{2M_B}{B}$ <p style="text-align: center;">(см. рис. 23)</p>

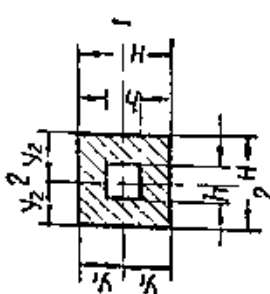
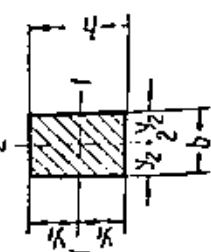
ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ

Форма сечения	Площадь сечения F	Расстояния y_1 и y_2 от ц. осей $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления W_1 и W_2 по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции $i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$ и $i_2 = \sqrt{\frac{J_2}{F}}$ сечения
<p>Квадрат</p>  <p>Любая ц. ось — гл.</p>	$F = a^2$	$y_1 = y_2 = \frac{a}{2}$	$J_1 = J_2 = \frac{a^4}{12}$, $W_1 = W_2 = \frac{a^3}{6}$	$i_1 = i_2 = i = 0,289a$ эллипс инерции — круг
<p>Квадрат. Балка поставлена на ребро</p>  <p>Любая ц. ось — гл.</p>	$F = a^2$	$y_1 = y_2 = 0,71a$	$J_1 = J_2 = \frac{a^4}{12}$, $W_1 = W_2 = 0,118a^3$	$i_1 = i_2 = i = 0,289a$ эллипс инерции — круг

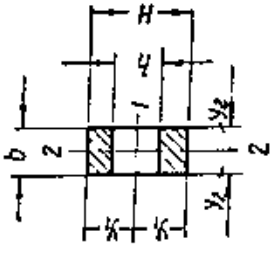
Примечание. Здесь и далее: ц. ось — центральная ось; гл. ось — главная ось; гл. к. — главная центральная ось.

ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ

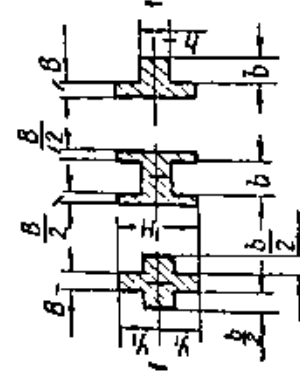
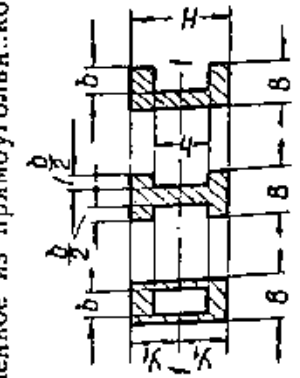
И продолжение

Форма сечения	Площадь сечения F	Расстояния y_1 и y_2 от д. осей $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления W_1 и W_2 по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции i_1 и i_2 сечения
Квадратное полосуечение 	$F = H^2 = h^2$	$y_1 = y_2 = \frac{H}{2}$	$J_1 = J_2 = \frac{H^4 - h^4}{12},$ $W_1 = W_2 = \frac{H^4 - h^4}{6H}$	$i_1 = i_2 = i = \sqrt{\frac{H^2 + h^2}{12}};$ эллипс инерции — круг
Любая п. ось — гл. Прямоугольник 	$F = bh$	$y_1 = \frac{h}{2}, y_2 = \frac{b}{2}$	$J_1 = \frac{bh^3}{12}, J_2 = \frac{hb^3}{12},$ $W_1 = \frac{bh^2}{6}, W_2 = \frac{hb^2}{6}$	$i_1 = 0,289h, i_2 = 0,289b$

ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ
Продолжение

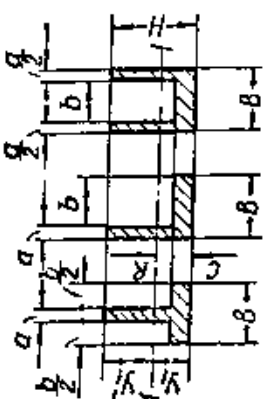
Форма сечения	Площадь сечения F	Расстояния y_1 и y_2 от ц. оси $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления $W_1 = \frac{J_1}{y_1 \max}$ и $W_2 = \frac{J_2}{y_2 \max}$ по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции $i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$ и $i_2 = \sqrt{\frac{J_2}{F}}$ сечения
<p>Сечение из двух равных прямоугольников</p>  <p>Оси $I-I$ и $2-2$ — гл. ш.</p>	$F = b(H - h)$	$y_1 = \frac{H}{2}$ $y_2 = \frac{b}{2}$	$J_1 = \frac{b}{12} (H^3 - h^3),$ $J_2 = \frac{H - h}{12} b^3,$ $W_1 = \frac{b}{6H} (H^3 - h^3),$ $W_2 = \frac{H - h}{6} b^3$	$i_1 = \sqrt{\frac{H^3 + Hh + h^3}{12}},$ $i_2 = 0,289b$

ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ
И продолжение

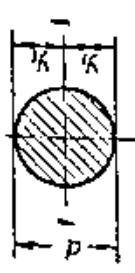

Форма сечения	Площадь F сечения	Расстояния y_1 и y_2 от н. оси $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления W_1 и W_2 по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции $i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$ и $i_2 = \sqrt{\frac{J_2}{F}}$ сечения
<p>Симметричное сечение, составленное из прямоугольников</p>  <p>Ось $I-I$ — гл. ц.</p>	$F = BH + bh$	$y_1 = \frac{H}{2}$	$J_1 = \frac{BH^3 + bh^3}{12},$ $W_1 = \frac{BH^2 + bh^2}{6H}$	$i_1 = \sqrt{\frac{BH^3 + bh^3}{12(BH + bh)}}$
<p>Симметричное сечение, составленное из прямоугольников</p>  <p>Ось $I-I$ — гл. ц.</p>	$F = BH - bh$	$y_1 = \frac{H}{2}$	$J_1 = \frac{BH^3 - bh^3}{12},$ $W_1 = \frac{BH^2 - bh^2}{6H}$	$i_1 = \sqrt{\frac{BH^3 - bh^3}{12(BH - bh)}}$

ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ

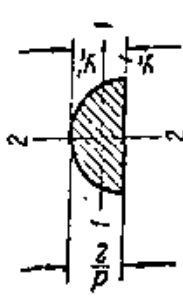
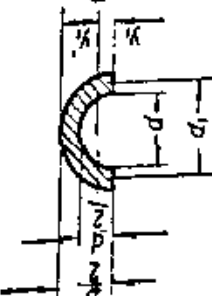
П р о д о л ж е н и е

Форма сечения	Площадь сечения F	Расстояния y_1 и y_2 от ц. осн $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления $W_1 = \frac{J_1}{y_1}$ и $W_2 = \frac{J_2}{y_2}$ по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции $i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$ сечения
<p>Несимметричное сечение, составленное из прямоугольников</p>  <p style="text-align: center;">Ось $I-I$ — ц.</p>	$F = aH + bc$	$y_1 = \frac{1}{2} \times$ $\times \frac{aH^2 + bc^2}{aH + bc}$, $y_2 = H - y_1$	$J_1 = \frac{1}{3} (By_1^3 - by_1^3 + ay_1^3)$, $W_1 = \frac{J_1}{y_1}$ (для нижних волокон), $W_2 = \frac{J_2}{y_2}$ (для верхних волокон), $\Delta I > \Delta I$	$i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$

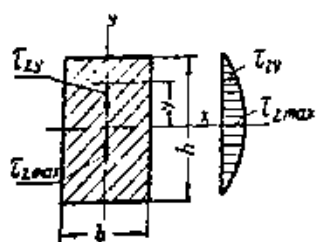
ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ
Продолжение

Форма сечения	Площадь сечения F	Расстояния y_1 и y_2 от ц. оси $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления $W_1 = \frac{J_1}{y_1 \max}$ и $W_2 = \frac{J_2}{y_2 \max}$ по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции $i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$ и $i_2 = \sqrt{\frac{J_2}{F}}$ сечения
Сплошной круг 	$F = \frac{\pi d^2}{4}$	$y_1 = \frac{d}{2}$	$J_1 = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05d^4,$ $W_1 = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$	$i_1 = i_2 = \frac{d}{4};$ эллипс инерции — круг
Круглое полое сечение, $a = \frac{d}{D}$ 	$F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$	$y_1 = \frac{D}{2}$	$J_1 = \frac{\pi D^4}{64} (1 - a^4) \approx$ $\approx 0,05D^4 (1 - a^4),$ $W_1 = \frac{\pi D^3}{32} (1 - a^4) \approx$ $\approx 0,1D^3 (1 - a^4)$	$i = \sqrt{\frac{1}{16} (D^2 + d^2)};$ эллипс инерции — круг

ПЛОЩАДИ, ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ, МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ И РАДИУСЫ ИНЕРЦИИ
Продолжение

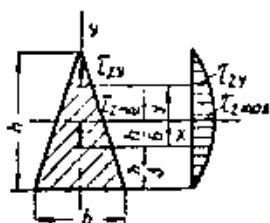
Формы сечения	Площадь сечения F	Расстояния y_1 и y_2 от ц. оси $I-I$ до крайних точек сечения	Моменты инерции J_1 и J_2 и моменты сопротивления W_1 и W_2 по отношению к осям $I-I$ и $2-2$	Радиусы инерции i_1 и i_2 сечения
<p>Полукруг</p>  <p>Ось: $I-I$ и $2-2$ — гл. ц.</p>	$F = \frac{\pi d^2}{8}$	$y_1 = 0,2122d,$ $y_2 = 0,2878d$	$J = 0,00686d^4,$ $J_2 = \frac{\pi d^4}{128} \approx 0,025d^4$	$i_1 = 0,132d,$ $i_2 = \frac{d}{4}$
<p>Половина круглого полого сечения</p>  <p>Ось: $I-I$ — гл. ц.</p>	$F = \frac{\pi}{8} (D^2 - d^2)$	$y_1 = \frac{2}{3\pi} \times \frac{D^2 + Dd + d^2}{D + d}$ $y_2 = \frac{D}{2} - y_1$	$J_1 = \frac{0,00686(D^4 - d^4) - 0,0177D^2d^2(D - d)}{D + d}$	$i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}}$

КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ



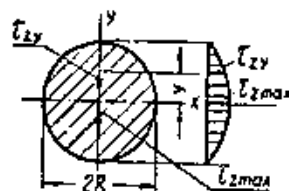
$$\tau_{zy} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh} \left[1 - \left(\frac{2y}{h} \right)^2 \right],$$

$$\tau_{zy}^{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{bh}$$



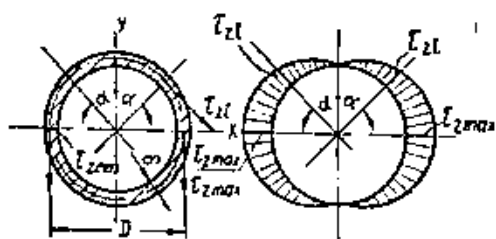
$$\tau_{zy} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{bh^3} (2h - 3y)(h + 3y),$$

$$\tau_{zy}^{\max} = 3 \frac{Q}{bh} \quad \text{при } y = \frac{1}{6} h$$



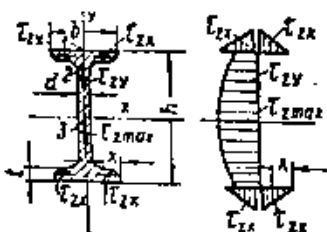
$$\tau_{zy} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{\pi R^2} \left[1 - \left(\frac{y}{R} \right)^2 \right],$$

$$\tau_{zy}^{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q}{\pi R^2}$$



$$\tau_{zt} = \frac{2Q}{\pi D \delta} \sin \alpha$$

$$\tau_{zt}^{\max} = 2 \frac{Q}{\pi D \delta}$$



$$\tau_{zx} = \frac{Q(h-t)}{2I_x} x,$$

$$\tau_{zy} = \frac{Q}{2I_x d} \left\{ bt(h-t) + d \left[\left(\frac{h}{2} - t \right)^2 - y^2 \right] \right\},$$

$$\tau_{zy}^{\max} = \frac{Q}{2I_x d} \left[bt(h-t) + d \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 \right]$$

Обозначения:

- τ_{zy}^{\max} — наибольшее касательное напряжение;
- τ_{zy} , τ_{zx} , τ_{zt} — касательные напряжения в произвольных точках, определяемых координатами y , x , α ;
- Q — поперечная сила;
- I_x — осевой момент инерции поперечного сечения относительно оси x .

ЦЕНТР ИЗГИБА

I. ЦЕНТР ИЗГИБА

Если плоскость действия поперечной нагрузки не проходит через центр изгиба (см. рисунки на стр. 186—187 — точка *c*), то поперечная нагрузка вызывает, кроме изгиба, скручивание бруса

II. ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ИЗГИБА

Характеристика сечения	Положение центра изгиба
Сечение имеет две оси симметрии (круг, квадрат, прямоугольник и т. д.)	Центр изгиба — на пересечении осей в центре тяжести сечения
Сечение имеет одну ось симметрии	Центр изгиба — на оси симметрии

III. РАСЧЕТЫ ПРИ РАЗЛИЧНОМ ПОЛОЖЕНИИ ЦЕНТРА ИЗГИБА ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТИ ДЕЙСТВИЯ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Относительное положение центра изгиба по отношению к плоскости действия изгибающего момента	Последовательность расчета
Центр изгиба лежит в плоскости действия изгибающего момента	Расчет ведется по формулам для простого изгиба
Центр изгиба не лежит в плоскости действия изгибающего момента	В поперечном сечении возникают напряжения от момента M_0 , действующего в плоскости поперечного сечения. Момент M_0 равен сумме моментов сил, действующих по одну сторону рассматриваемого сечения, относительно оси, перпендикулярной плоскости поперечного сечения, проходящей через центр изгиба

Более подробно см. [25], стр. 299.

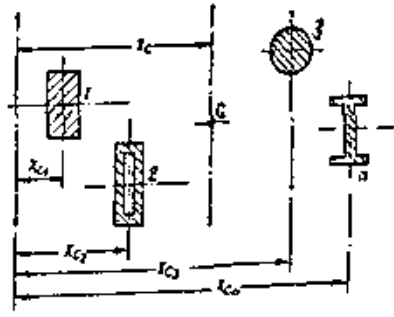
IV. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ИЗГИБА СОСТАВНОГО СЕЧЕНИЯ

Если главные центральные оси составляющих сечений параллельны между собой, то x_c определяется по формуле

$$x_c = \frac{E_1 J_1 x_{c1} + E_2 J_2 x_{c2} + \dots + E_n J_n x_{cn}}{E_1 J_1 + E_2 J_2 + \dots + E_n J_n},$$

где E_1, E_2, \dots, E_n — модуль продольной упругости для материала площадок 1, 2, ..., n ;

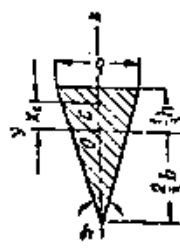
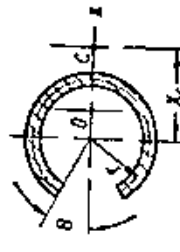
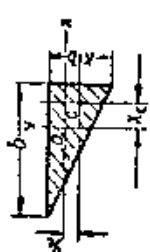
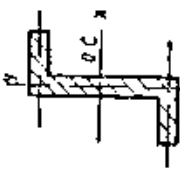
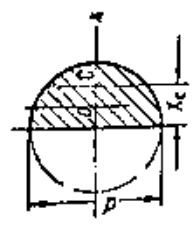
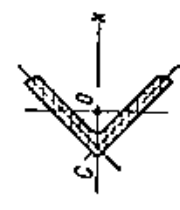
J_1, J_2, \dots, J_n — моменты инерции площадок 1, 2, ..., n по отношению к главным осям 1, 2, ..., n .



ЦЕНТР ИЗГИБА

Продолжение

Формулы для определения положения центра изгиба

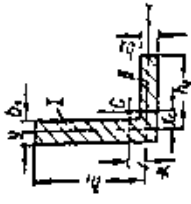
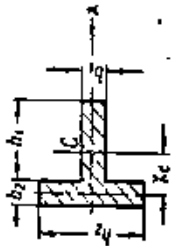
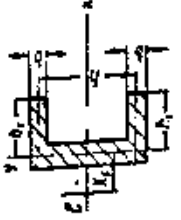
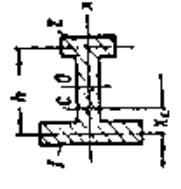
Форма сечения	Положение центра изгиба c	Формы сечения	Положение центра изгиба c
	Равнобедренный треугольник $x_c = \frac{2h}{135} \cdot \frac{9 - 11\mu}{1 + \mu}$ При малом μ $\frac{2h}{15} < y_c < \frac{2h}{15} \cdot \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu}$		Сектор тонкостенного кругового трубчатого сечения $x_c = \frac{2r}{(\pi - \theta) + \sin \theta \cdot \cos \theta} \times$ $\times [(\pi - \theta) \cos \theta + \sin \theta]$ Для полной трубы с разрезом ($\theta = 0$) $x_c = 2r$
	Прямоугольный треугольник $x_c = \frac{h - b}{15} \left(\frac{1 + 3\mu}{1 + \mu} \right),$ $y_c = \frac{2b}{15} \left(\frac{1 + 3\mu}{1 + \mu} \right)$		Зетовое сечение с равными полками Центр изгиба совпадает с центром тяжести сечения
	Полуокруг $x_c = \frac{4}{15\pi} \cdot \frac{3 + 4\mu}{1 + \mu} d$		Уголок равнобокий Центр изгиба находится на пересечении средних линий полки уголка

Примечание. μ — коэффициент Пуассона

ЦЕНТР ИЗГИБА

Продолжение

Формулы для определения положения центра изгиба

Форма сечения	Положение центра изгиба c	Форма сечения	Положение центра изгиба c
	<p>Уголок неравнобокий *</p> $x_c = \frac{1}{2} h_2 \frac{J_1}{J_1 + J_2};$ $y_c = \frac{1}{2} h_1 \frac{J_1}{J_1 + J_2}$		<p>Т-свр</p> $x_c = \frac{1}{2} (h_1 + b_2) \times \left[1 + \frac{h_2^2 b_2}{b_1^3 h_1} \right]$
	<p>Швеллер **</p> $x_c = \frac{h J_{xy}}{J_x}$ <p>При постоянной b</p> $x_c = \frac{h^2 k^2 b}{4 J_x}$		<p>Двутавр ***</p> $x_c = h \frac{J_2}{J_1 + J_2}$

* Приводятся J_1 — моменты инерции к оси y , J_2 — моменты инерции к оси x . Прямоугольник h — размеры b_2, h_2 по отношению к оси y , J_{xy} — центральный момент инерции по отношению к осям x и y . J_x — момент инерции по отношению к оси x .
 ** J_{xy} — центральный момент инерции по отношению к осям x и y .
 *** J_1 и J_2 — моменты инерции по отношению к осям x и y .

КОСОЙ ИЗГИБ

I. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

При кромом изгибе:

1) плоскость действия изгибающего момента M пересекает плоскость поперечного сечения балки по прямой, которая не совпадает с главной центральной осью сечения X и Y ;

2) нейтральная линия проходит через центр тяжести сечения, но не перпендикулярна плоскости действия изгибающего момента;

3) уравнение нейтральной линии:

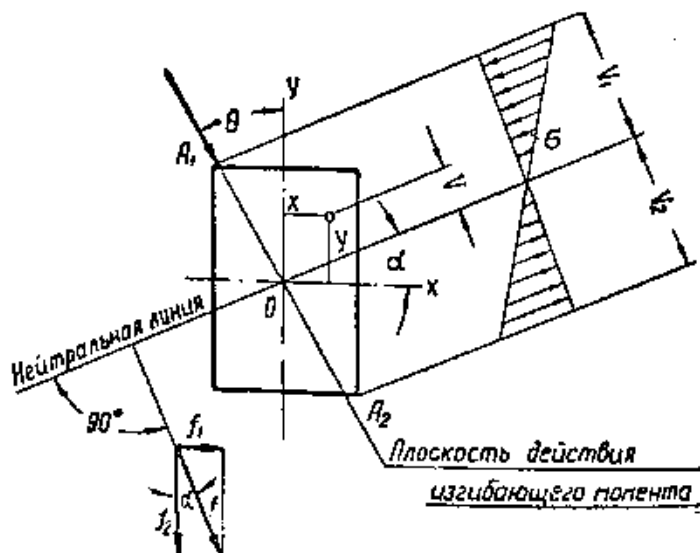
$$y = - \frac{M_Y}{M_X} \cdot \frac{J_X}{J_Y} x, \quad (1)$$

$$\frac{\cos \theta}{J_X} y + \frac{\sin \theta}{J_Y} x = 0, \quad (2)$$

где M_X и M_Y — составляющие моменты, которыми заменен изгибающий момент M от силы, создающей кромой изгиб;

J_X и J_Y — главные центральные моменты инерции сечения по отношению к осям X и Y ;

x и y — координаты нейтральной линии по отношению к осям X и Y .



II. МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ *

Определение нормальных напряжений

1. Изгибающий момент M заменяется двумя составляющими моментами M_x и M_y , действующими по отношению к главным центральным осям X и Y сечения:

$$M_x = M \cos \theta \quad \text{и} \quad M_y = M \sin \theta.$$

2. Для рассматриваемой точки A отдельно определяются нормальные напряжения σ' и σ'' от каждого составляющего момента M_x и M_y и складываются алгебраически:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = \pm \frac{M_x}{J_x} y \pm \frac{M_y}{J_y} x \leq [\sigma]_{\text{н}}$$

где $[\sigma]_{\text{н}}$ — допускаемое напряжение на изгиб.

(Знак «плюс» или «минус» для σ' и σ'' выбирается в зависимости от того, вызывает ли момент M_x или M_y растяжение, или сжатие).

3. Определяется наибольшее напряжение. Наибольшие напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии, что следует из формулы, выражающей закон распределения суммарных напряжений:

$$\sigma = \pm \frac{M}{\sqrt{J_x^2 \cos^2 \alpha + J_y^2 \sin^2 \alpha}} v,$$

где α — угол, образуемый нейтральной линией с главной центральной осью X .

(Наибольшие напряжения в точках A_1 и A_2 , для которых v_1 и v_2 равны v_{max}).

* В наиболее напряженной точке материал находится в условиях относительного напряженного состояния. Поэтому условия прочности при косом изгибе выражаются теми же формулами, что и при чистом изгибе:

$$\sigma_{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{р}} \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{max}} \leq [\sigma]_{\text{сж}}$$

Определение касательных напряжений *

1. Поперечная сила Q заменяется составляющими Q_1 и Q_2 по главным осям X и Y .
2. Касательные напряжения в рассматриваемой точке сечения находятся по формулам (1) или (2):

$$\tau_y = \frac{QS}{Jb} \quad (1)$$

(для прямоугольного сечения: поперечная сила Q совпадает с осью симметрии сечения; касательные напряжения на расстоянии y от нейтральной линии, параллельны Q и постоянны по ширине сечения).

$$\tau_{y'} = \frac{QS}{Jb' \cos \theta'} \quad (2)$$

(для сечения, ограниченного криволинейным контуром или наклонными линиями; поперечная сила Q направлена по оси симметрии сечения. Касательные напряжения — у контура сечения и направлены вдоль контура).

В формулах (1) и (2):

J — момент инерции всего сечения относительно нейтральной линии;

b — ширина сечения;

S — статический момент по отношению к нейтральной линии части сечения, отсекаемой прямой, параллельной нейтральной линии и проведенной от нее на расстоянии y ;

θ' — наклон по отношению к направлению Q касательной к контуру в рассматриваемой точке;

b' — ширина сечения в этом же месте.

3. Определение полного касательного напряжения в точке сечения. Полное касательное напряжение — это геометрическая сумма составляющих напряжений, полученных от Q_1 и Q_2 .

Определение прогиба балки

1. Прогиб определяется по формуле

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$$

где f_1 и f_2 — прогибы, вызываемые моментами M_X и M_Y в главных плоскостях балки X и Y .

2. Направление прогиба определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f_1}{f_2}$$

т. е. прогиб f проходит в направлении, перпендикулярном нейтральной линии.

* Для основных форм сечений распределение касательных напряжений дано в таблице на стр. 164.

КОСОЙ ИЗГИБ

Продолжение

III. ПРИМЕР РАСЧЕТА *

Дано: двутавровая балка № 22а с размерами и нагрузкой по схеме рис. 1 и 4.

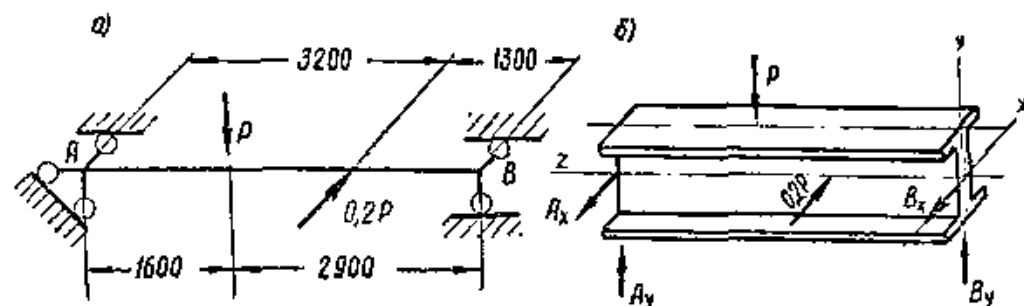


Рис. 1.

Средельть допускаемое значение силы P при допускаемом нормальном напряжении $|\sigma|_p = |\sigma|_{сж} = 1400 \text{ кг/см}^2$; определить опасное сечение и направление нейтральной линии.

Решение.

Основные соображения: балка изгибается в двух плоскостях — горизонтальной и вертикальной. Так как эти плоскости есть плоскости симметрии балки то каждый изгиб является прямым, а результат совместного действия сил — косо́й изгиб.

В соответствии с методикой расчета, указанной в разделе II (см. стр. 189), рассматриваем изгиб балки в двух плоскостях.

Изгиб балки в плоскости YZ

1. Определение опорных реакций A и B :

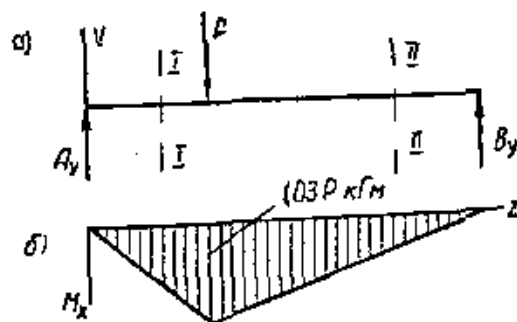


Рис. 2.

$$\sum Y = A_y + B_y - P = 0,$$

$$\sum m_A = B_y \cdot 4,5 - P \cdot 1,6 = 0.$$

Откуда

$$B_y = 0,356P,$$

$$A_y = 0,644P.$$

* По материалам задачи № 77 из книги М. В. Рубинина «Руководство к практическим занятиям» (Москва, 1967).

2. Определение изгибающего момента M_X :
 для сечения I—I (рассматривая левую часть рис. 2)
 $M_X = A_Y z$ (z изменяется от 0 до 1,6 м);
 для сечения II—II (рассматривая правую часть рис. 2)
 $M_X = B_Y z$ (z изменяется от 0 до 2,9 м).
 Отсюда следует, что момент в точках А и В

$$M_X = 0.$$

Наибольший момент M_X — в сечении под грузом Р.
 Величина наибольшего момента: $M_X = 0,644P \cdot 1,6 = 1,03P$ кгм.

Изгиб балки в плоскости XZ

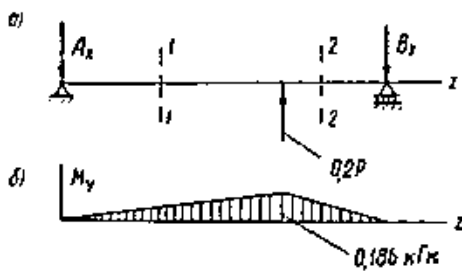


Рис. 3.

Определение опорных реакций и исследование изменения изгибающего момента вдоль балки выполняется аналогично указанному в пункте 1. Руководствуясь схемой рис. 3, имеем:

$$B_X = 0,142P \text{ кг}; A_X = 0,058P \text{ кг};$$

$$\max M_Y = 0,186P \text{ кгм.}$$

Определение опасной точки сечения *

По эскизу устанавливаем, что моменты M_X и M_Y вызывают напряжения одинакового знака только в верхней левой и нижней правой частях сечения. ** Следовательно, здесь и лежат точки, в которых возникают наибольшие нормальные напряжения.

В соответствии с указанным в пункте 3 (см. «Методика расчета», стр 189) точка с наибольшим нормальным напряжением есть точка m. ***

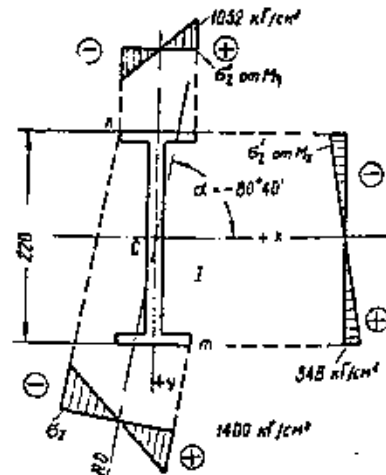


Рис. 4.

* Установить опасное сечение непосредственно по эшорам M_X и M_Y невозможно, так как наибольшие ординаты этих эшор относятся к различным сечениям бруса. Однако можно определить опасную точку сечения и установить опасное сечение, проследив, как изменяется напряжение в опасной точке по длине бруса.

** Положительные полуоси X и Y направлены вправо и вниз, указывая тем самым, что точки правой нижней четверти испытывают растяжение от обоих моментов M_X и M_Y .

*** Или точка n, так как по условию $[\sigma]_p = [\sigma]_{сж}$.

КОСОЙ ИЗГИБ

Продолжение

Определение опасного сечения

Для определения опасного сечения (в данном случае) достаточно установить закон изменения напряжения в опасной точке сечения по длине балки. Сечение, в котором в опасной точке напряжения окажутся наибольшими, будет опасным сечением.

Необходимое исследование выполним в следующем порядке.

1. Построение графиков нормальных напряжений в точке m от изгибающих моментов M_X и M_Y .

Учитывая указания пункта 3 (см. «Методика расчета», стр. 189), имеем

$$(\sigma_z)_m = \frac{M_X}{J_X} Y_{\max} + \frac{M_Y}{J_Y} X_{\max} = \frac{M_X}{W_X} + \frac{M_Y}{W_Y}$$

и

$$(\sigma_z)_{mM_X} = \frac{M_X}{W_X} = f_1(z), \quad (\sigma_z)_{mM_Y} = \frac{M_Y}{W_Y} = f_2(z).$$

Так как в этих формулах значения W_X и W_Y остаются постоянными по длине балки, то графики нормальных напряжений $f_1(z)$ и $f_2(z)$ будут подобны эпюрам изгибающих моментов (ср. рис. 5, б и 5, в с эпюрами M_X и M_Y на стр. 191—192).

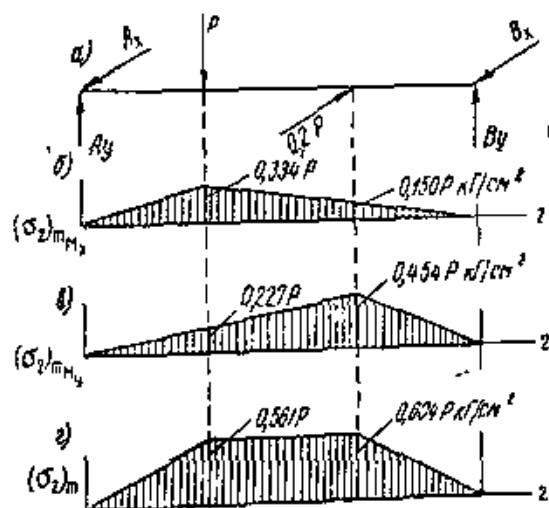


Рис. 5.

2. Определение напряжений в точке вершины графиков $f_1(z)$ и $f_2(z)$.

Для рис. 5, б

$$\frac{\max M_X}{W_X} = \frac{1,03P \cdot 100}{309} = 0,334P \text{ кг/см}^2,$$

для рис. 5, в

$$\frac{\max M_Y}{W_Y} = \frac{0,186P \cdot 100}{40,9} = 0,454P \text{ кг/см}^2,$$

где знаменатели 309 и 40,9 — значения W , полученные из таблиц.

КОСОЙ ИЗГИБ

Продолжение

3. Определение ординаты первого графика на вертикали вершины второго графика:

$$0,334P : 2,9 = X : 1,3; \quad X = 0,150 \text{ кг/см}^2.$$

4. Определение ординаты второго графика на вертикали вершины первого графика:

$$0,454P : 3,2 = X : 1,6; \quad X = 0,227P \text{ кг/см}^2.$$

5. Построение эпюр $(\sigma_z)_m = f(z)$ сложением графиков, приведенных на рис. 5, б и 5, в.

В точках А и В

$$(\sigma_z)_m = 0;$$

в точках под грузом Р

$$(\sigma_z)_m = 0,334P + 0,227P = 0,561P \text{ кг/см}^2;$$

в точках под грузом 0,2Р

$$(\sigma_z)_m = 0,150P + 0,454P = 0,604P \text{ кг/см}^2.$$

В пределах между этими значениями сумма двух линейных функций представляет также линейную функцию (рис. 5, г). На основании графика устанавливаем: опасное сечение расположено под грузом 0,2Р и наибольшее нормальное напряжение в балке $\max \sigma_z = 0,604P \text{ кг/см}^2$.

Допустимое значение силы Р

Из условия прочности $\max \sigma_z = [\sigma]$ имеем: $0,604P_{\text{доп}} = 1400 \text{ кг}$.

$$P_{\text{доп}} = 2320 \text{ кг}.$$

Определение направления нейтральной линии

1. Определение M_x и M_y в опасном сечении:

$$\left. \begin{aligned} M_y &= 0,186P = 0,186 \cdot 2320 = 432 \text{ кгм}, \\ M_x &= \frac{1,03P}{2,9} \cdot 1,3 = 1070 \text{ кгм} \end{aligned} \right\} \text{ (из эпюр на стр. 191—192).}$$

2. Определение угла наклона нейтральной линии: подставляя значения M_x и M_y и табличные значения $J_x = 3400 \text{ см}^4$ и $J_y = 225 \text{ см}^4$ в формулу (1) на стр. 188, имеем:

$$y = -\frac{43200}{107000} \cdot \frac{3400}{225} x; \quad y = -6,1x. \quad (1^*)$$

В этом уравнении коэффициент $-6,1$ есть тангенс угла наклона к оси Х прямой, выраженной уравнением (1*). Следовательно, $\text{tg } \alpha = -6,1$; $\alpha = -83^\circ 40'$.

На рис. 4 стр. 192 нанесена нейтральная линия и эпюры σ_z от M_x , M_y и $M_n = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$.

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ ДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ (РАСТЯЖЕНИЕ ИЛИ СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ)

Частный случай

Линия действия силы пересекает одну из главных центральных осей инерции прямоугольного сечения.

Нормальные напряжения

От силы P σ' (эпюра а)

От момента $M_H = Pe$. . σ'' (эпюра б)

Суммарное напряжение
от силы P и момента M_H . $\sigma' + \sigma''$ (эпюра в)

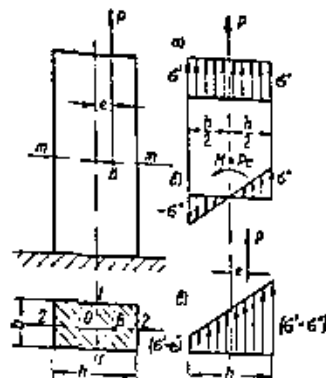


Рис. 1.

В случае, изображенном на рис. 1, суммарные напряжения в сечении получают одного знака. Но при перемещении точки приложения силы (точка B в сечении) вдоль оси 2 от центра, величина $(\sigma' - \sigma'')$ будет уменьшаться, может стать равной нулю и получить отрицательные значения. С момента появления в сечении напряжений двух знаков (растяжение и сжатие) нейтральная линия пересекает сечение.

Полное напряжение в крайних точках сечения и условие прочности

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = \frac{P}{bh} \left(1 \pm \frac{6e}{h} \right) \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ — допускаемое нормальное напряжение.

Если допускаемое напряжение на растяжение значительно отличается от допускаемого напряжения на изгиб (чугун и другие хрупкие материалы), то в случае растяжения

$$\frac{P}{bh} \left(\frac{[\sigma]_{\text{н}}}{[\sigma]_{\text{р}}} + \frac{6e}{h} \right) \leq [\sigma]_{\text{н}},$$

в случае сжатия

$$\frac{P}{bh} \left(\frac{[\sigma]_{\text{н}}}{[\sigma]_{\text{сж}}} + \frac{6e}{h} \right) \leq [\sigma]_{\text{н}},$$

где $[\sigma]_{\text{сж}}$ — допускаемое напряжение на сжатие.

Определение напряжения в крайних точках сечения (графический способ)

1. В точке O (центр тяжести прямоугольного сечения с размерами b и h) откладывают отрезок, представляющий собой среднее напряжение:

$$\sigma' = \frac{P}{bh} \text{ (см. рис. 2).}$$

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ ДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ (РАСТЯЖЕНИЕ ИЛИ СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ)

Продолжение

2. Проводят прямую через точки $K'S$ до пересечения ее с линией действия силы P (точка D).

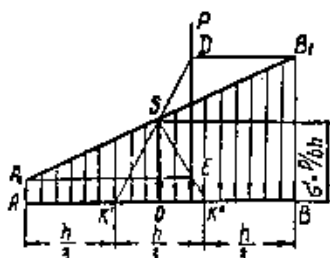


Рис. 2.

3. Проводят линию SK'' и находят точку пересечения SK'' с линией действия силы P (точка E).

4. Через D и E проводят линии, параллельные AB , до пересечения с перпендикулярами, восстановленными в точках A и B к плоскости сечения (точки A_1 и B_1).

График ABB_1A_1 — эпюра нормальных напряжений, создаваемых в прямоугольном сечении силой P .

Примечания. 1. Если продольная сила сжимающая, то необходима проверка стержня на устойчивость. 2. Если под действием продольной силы возникают прогибы, то необходимо учесть соответствующие прогибам дополнительные изгибающие моменты.

Общий случай

Линия действия силы не пересекает ни одной главной центральной оси инерции сечения.

Нормальные напряжения в точке A

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{Pe_1}{J_1} y_1 + \frac{Pe_2}{J_2} y_2 \leq [\sigma],$$

или

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{e_1}{i_1^2} y_1 + \frac{e_2}{i_2^2} y_2 \right) \leq [\sigma],$$

где

$$i_1 = \sqrt{\frac{J_1}{F}} \text{ и } i_2 = \sqrt{\frac{J_2}{F}} \text{ — радиусы инерции}$$

сечения для главных центральных осей 1 и 2 (рис.3)

$\frac{P}{F}$ — напряжение, отвечающее силе P ;

$\frac{Pe_1}{J_1} y_1$ и $\frac{Pe_2}{J_2} y_2$ — напряжения, отвечающие

моментам $M_1 = Pe_1$ и $M_2 = Pe_2$.

Построение нейтральной оси

Если в сечении возникает суммарное напряжение двух знаков, то (см. стр. 195) нейтральная линия пересекает сечение. Так как нейтральная линия не параллельна ни одной из осей 1 или 2, то она их пересекает. Отрезки осей 1 и 2 от их пересечения (точка O).

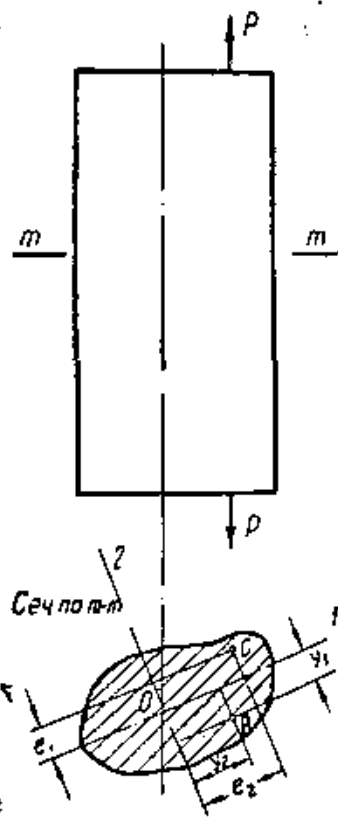


Рис. 3.

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ ДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ (РАСТЯЖЕНИЕ ИЛИ СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ)

Продолжение

до точек пересечения осей с нейтральной линией находятся по формулам

$$a_1 = -\frac{i_2^2}{e_1}, \quad a_2 = -\frac{i_1^2}{e_2}$$

(более простой способ построения нейтральной линии). Нейтральную линию можно построить и по ее уравнению.

Практическое значение построения нейтральной линии

В ряде практических расчетов бывает необходимо, чтобы в сечении создавались суммарные напряжения только одного знака. Область вокруг центра тяжести сечения, через точки которой может проходить линия действия силы, не вызывая в сечении напряжений разных знаков, называется «ядром сечения».

Чтобы получить очертания ядра сечения, необходимо дать нейтральной линии несколько положений, касательных к контуру сечения, и вычислить для них координаты $y_1(\kappa)$ и $y_2(\kappa)$.

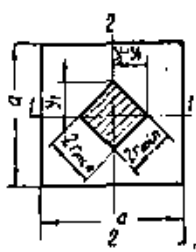
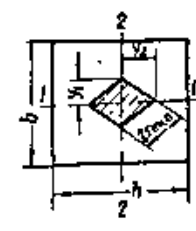
Если a_1 и a_2 — отрезки, отсекаемые на осях 1 и 2 прямой, касательной контуру, то

$$y_1(\kappa) = -\frac{i_2^2}{a_1}, \quad y_2(\kappa) = -\frac{i_1^2}{a_2}$$

Размеры и форму ядра сечения для наиболее распространенных форм сечения см. стр. 197—198.

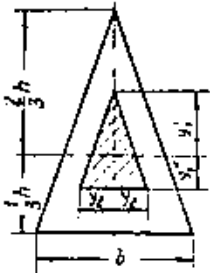
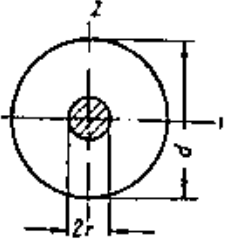
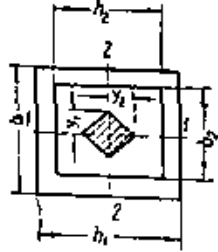
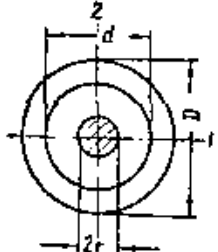
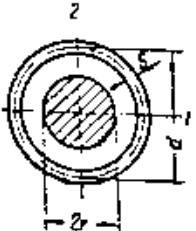
Примечание. Знак «минус» в формулах для $y_1(\kappa)$ и $y_2(\kappa)$ указывает на то, что точка пересечения линии действия силы и нейтральная линия лежат по разные стороны центра тяжести сечения.

Форма и наименьшая ширина r_{\min} ядра сечения

Форма поперечного сечения и ядра сечения	Размеры ядра сечения	Форма поперечного сечения и ядра сечения	Размеры ядра сечения
	<p>Квадрат</p> $y_1 = y_2 = \frac{a}{6},$ $r_{\min} = 0,1179a$		<p>Прямоугольник</p> $y_1 = \frac{b}{6}, \quad y_2 = \frac{h}{6},$ $r_{\min} = \frac{bh}{6\sqrt{b^2 + h^2}}$

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ ДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОЙ СИЛЫ (РАСТЯЖЕНИЕ ИЛИ СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ)

Продолжение

Форма поперечного сечения и ядра сечения	Размеры ядра сечения	Форма поперечного сечения и ядра сечения	Размеры ядра сечения
	<p>Треугольник равнобедренный</p> $y_1' = \frac{h}{6},$ $y_1'' = \frac{h}{12},$ $y_2 = \frac{b}{8}$ <p>Форма ядра подобна сечению</p>		<p>Круг</p> $r = \frac{1}{8} d$
	<p>Полый прямоугольник</p> $y_1 = \frac{1}{6} \times \frac{h_1 b_1^3 - h_2 b_2^3}{b_1 (b_1 h_1 - b_2 h_2)},$ $y_2 = \frac{1}{6} \times \frac{b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3}{h_2 (b_1 h_1 - b_2 h_2)}.$ <p>При $b_1 = h_1 = a_1$ и $b_2 = h_2 = a_2$ (квадрат)</p> $r_{\min} = 0,1179 a_1 \times \left[1 + \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 \right]$		<p>Круг полый</p> $r = \frac{D}{8} \left[1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]$
	<p>Тонкостенная труба</p> $r = \frac{d}{4}$		

ИЗГИБ И КРУЧЕНИЕ

I. ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ — КРУГ*

Приведенный момент

При расчете стержней круглого сечения при одновременном изгибе их и кручении применяется формула приведенного момента.**

Первая теория прочности:

$$M_{\text{пр}} = 0,5 M_{\text{сум. изг}} + 0,5 \sqrt{M_{\text{сум. изг}}^2 + M_{\text{к}}^2}. \quad (1)$$

Вторая теория прочности:

$$M_{\text{пр}} = 0,35 M_{\text{сум. изг}} + 0,65 \sqrt{M_{\text{сум. изг}}^2 + M_{\text{к}}^2}. \quad (2)$$

Третья теория прочности:

$$M_{\text{пр}} = \sqrt{M_{\text{сум. изг}}^2 + M_{\text{к}}^2}. \quad (3)$$

Диаметр вала

Диаметр сплошного вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{пр}}}{\pi [\sigma]}}. \quad (4)$$

Наружный диаметр полого вала:

$$D = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M_{\text{пр}}}{(1 - \alpha^4) [\sigma]}} \quad (\text{см. примечание}). \quad (5)$$

Обозначения в формулах (1) — (5): $M_{\text{сум. изг}} = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}$, где M_1 и M_2 — изгибающие моменты по отношению к любым двум взаимно-перпендикулярным осям сечения 1 и 2; $M_{\text{к}}$ — момент кручения; $[\sigma]$ — допускаемое напряжение.

Условие прочности:

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}}{W} \leq [\sigma],$$

где $\sigma_{\text{пр}}$ — см. стр. 200;

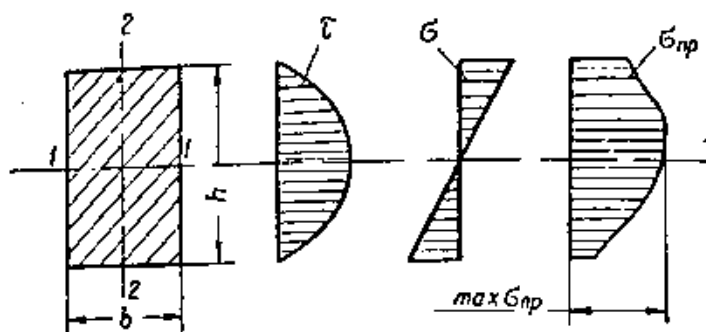
W — осевой момент сопротивления кругового сечения.

Примечание. D и d в формуле (5) — наружный и внутренний диаметры полого вала; $\alpha = \frac{d}{D}$ — отношение внутреннего и наружного диаметров полого вала.

* Приведенные ниже формулы применимы только при отсутствии концентрации напряжений или при нечувствительности материала к концентрации напряжений. Учет влияния свойств материала см. стр. 202.

** Формулы и указания к расчетам запаса прочности в случае, если расчет на изгиб и кручение производится до предельной несущей способности с учетом пластических деформаций, а также расчет на изгиб и кручение при действии переменных напряжений от переменного изгиба и переменного кручения см. [25] т. I, книга вторая, стр. 256.

II. ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ — ПРЯМОУГОЛЬНИК



Эпюра $\sigma_{пр}$ при изгибе и кручении, когда плоскость изгибающего момента и плоскость действия поперечной силы направлены вдоль длинной стороны прямоугольника.

Определение σ и τ

$$\sigma_{max} = \frac{6M_1}{bh^2}$$

(на короткой стороне прямоугольника наибольшие нормальные напряжения),

$$\tau_{max} = \frac{M_k}{khb^2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_1}{bh}$$

(на нейтральной линии 1—1 наибольшие касательные напряжения).

Здесь M_1 — изгибающий момент по отношению к главной оси 1;

M_k — момент кручения;

Q_1 — поперечная сила, в главной плоскости, содержащей ось 2;

k — коэффициент (см. стр. 140).

Определение приведенных напряжений для точек, в которых σ и τ имеют максимальное значение

Приведенные напряжения определяются по одной из следующих формул:

$$\sigma_{пр} = 0,5\sigma + 0,5\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — первая теория прочности;}$$

$$\sigma_{пр} = 0,35\sigma + 0,65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — вторая теория прочности;}$$

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — третья теория прочности.}$$

Распределение напряжений, вызываемых кручением

См. стр. 137—145.

Проверка прочности

Проверка прочности производится по наибольшей величине $\sigma_{пр}$:

$$\sigma_{пр} \leq [\sigma].$$

Для хрупких материалов

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\theta p}}{n} \text{ — при растяжении,*}$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\theta сж}}{n} \text{ — при сжатии.}$$

Для пластических материалов

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n}.$$

III. ПОПЕРЕЧНОЕ СЕЧЕНИЕ — НЕ КРУГ ИЛИ ПРЯМОУГОЛЬНИК

Последовательность расчета

1. Суммарный изгибающий момент M и поперечная сила Q в сечении разлагаются на составляющие M_1 и M_2 , Q_1 и Q_2 по главным осям сечения.
2. Отдельно находятся нормальные (от M_1 и M_2) и касательные (от Q_1 , Q_2 и M_k) напряжения в сечениях для всех точек, в которых от каждого из усилий эти напряжения достигают наибольшей величины.
3. Нормальные напряжения находятся по формулам

$$\sigma_{M_1} = \frac{M_1 y_1}{I_1} \quad \text{и} \quad \sigma_{M_2} = \frac{M_2 y_2}{I_2}.$$

4. Касательные напряжения от поперечных сил и момента кручения находятся по формулам

$$\tau_{Q_1} = k_1 \frac{Q_1}{F}, \quad \tau_{Q_2} = k_2 \frac{Q_2}{F} \quad \text{и} \quad \tau_{M_k} = \frac{M_k}{W_k}.$$

Величины k_1 , k_2 и W_k зависят как от формы и размеров сечения, так и от положения точки в сечении, для которой находятся τ_{Q_1} , τ_{Q_2} и τ_{M_k} .

* n — запас прочности.

5. Для всех точек сечения, в которых напряжения от каждого из усилий достигают наибольшей величины, находится алгебраическая сумма нормальных напряжений σ (от M_1 и M_2) и геометрическая сумма касательных напряжений τ (от Q_1 , Q_2 и M_K).

6. В точках, где σ и τ имеют максимальное значение, определяется приведенное напряжение, по которому и производится расчет на прочность в зависимости от характера действующих напряжений и свойств материала.

Учет свойств материала

Для хрупких материалов

$$\sigma_{пр} = 0,5\sigma + 0,5 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — первая теория прочности.}$$

Для пластических материалов

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — третья теория прочности.}$$

Учет характера действующих напряжений при статической нагрузке

Для пластических материалов

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\sigma_T}{n} = [\sigma]_p$$

(расчет по пределу текучести).

Для хрупких материалов

$$\sigma_{пр} = 0,5\sigma + 0,5 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\sigma_{вп}}{n} = [\sigma]_p$$

(расчет по пределу прочности при растяжении, если σ — растяжение);

$$\sigma_{пр} = 0,5\sigma + 0,5 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\sigma_{сж}}{n} = [\sigma]_{сж}$$

(если σ — сжатие).

Если разрушение может произойти от среза, расчет производится по формуле

$$\tau_{пр} = 0,5 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\tau_{ср}}{n} = [\tau]_{ср}$$

РАСЧЕТ УДАРНОЙ НАГРУЗКИ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Сопоставление статической и динамической нагрузок

Понятие «статическая нагрузка» включает в себе два условия:

1) нагрузка и соответственно деформация нагружаемого тела возрастают от нуля до конечного значения плавно и настолько медленно, что можно пренебречь живой силой массы груза и массой нагружаемого тела;

2) нагрузка, достигнув максимального значения, остается постоянной или уменьшается (однократное нагружение).

Нагрузки, не удовлетворяющие первому или второму условию или не удовлетворяющие одновременно первому и второму условиям, являются динамическими (переменными циклическими, или ударными).

Ударная нагрузка

Динамическая нагрузка, не удовлетворяющая только первому условию, называется ударной нагрузкой.

Сравнение ударного и статического нагружения бруса по их деформирующему эффекту

В том случае когда рассчитываемая деталь работает в условиях, далеких от разрушения (условия, в которых находится большинство деталей машин и конструкций), возможно сравнение ударного и статического нагружения по их деформирующему эффекту.

Указанные ниже данные для расчета ударной нагрузки не могут быть применены для расчета разрушающих нагрузок, так как физические условия разрушения детали при ударном воздействии сил отличны от условий разрушения ее при статическом нагружении.

Допущения, сделанные при выводе расчетных формул

1. Допускается справедливость закона Гука в случаях ударного приложения силы.

2. Допускается пренебречь массой тела, подвергаемого ударной нагрузке.

Второе допущение возможно только тогда, когда масса ударяемого тела мала по сравнению с массой ударяющего тела.

Методика расчета

1. Динамическая нагрузка P_d заменяется эквивалентной ей статической силой $P_{э.с}$, т. е. силой, которая, будучи приложена статически, вызывает перемещение точки приложения силы, равное перемещению под действием ударной нагрузки Δ_d .

2. Замена P_d на $P_{э.с}$ производится по формуле

$$P_{э.с} = k_{дин} P_d \quad (1)$$

где $k_{дин}$ — «динамический коэффициент».

3. Значение коэффициента $k_{дин}$ определяется по формуле

$$k_{дин} = \frac{\Delta_d}{\Delta_c} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_c}} \quad (2)$$

где Δ_d — перемещение под действием ударной нагрузки;

Δ_c — перемещение точки приложения силы P_d , вызванное статической силой, равной по величине силе P_d ;

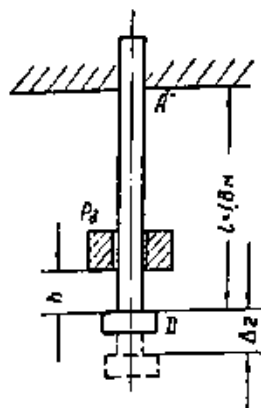
h — высота падения.

4. Напряжения в детали определяется по силе $P_{э.с}$ в соответствии с размерами детали.

РАСЧЕТ УДАРНОЙ НАГРУЗКИ

Продолжение

Пример расчета.* Дано: груз $P=0,2$ т, скользя без трения вдоль стального бруса, падает на приваренную к брусу жесткую планку D и вызывает ударное растяжение бруса. Площадь сечения бруса $F=5$ см²; высота падения $h=2$ см.



Определить: 1) напряжения в момент наибольшей деформации $\max \sigma_z$; 2) изменение $\max \sigma_z$ при увеличении сечения на 50%, т. е. до 7,5 см²; 3) значение динамического коэффициента $k_{дин}$ $h=0$.

Решение.

1. Определение статического перемещения Δ_c точки D в случае, если бы сила $P_d = P = 0,2$ т была приложена статически:

$$\Delta_c = \frac{PL}{EF} = \frac{200 \cdot 180}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 5} = 3,43 \cdot 10^{-3} \text{ см.}$$

Определение динамического коэффициента:

$$k_{дин} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_c}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 2}{3,43} \cdot 10^3} = 1 + \sqrt{1169} = 35,2$$

[по формуле (2)].

Замена силы $P_d = 0,2$ т эквивалентной ей статической силой $P_{э.с}$:

$$P_{э.с} = P_d k_{дин} = 0,2 \cdot 35,2 = 7,04 \text{ т}$$

[по формуле (1)].

Определение $\max \sigma_z$:

$$\max \sigma_z = \frac{P_{э.с}}{F} = \frac{7040}{5} = 1410 \text{ кг/см}^2.$$

2. Повторяя вычисления $k_{дин}$ и $P_{э.с}$ по тем же формулам, но для сечения $F=7,5$ см², находят

$\Delta_c = 2,28 \cdot 10^{-3}$ см; $k_{дин} = 42,8$; $P_{э.с} = 8,56$ т; $\max \sigma_z = 1140$ кг/см², т. е. при увеличении сечения на 50% напряжение снизилось на

$$\frac{1410 - 1140}{1410} \cdot 100 = 19,2\%.$$

(Расчет показывает, что чувствительность к удару растет с увеличением жесткости).

3. Подставляя значение $h=0$ в формулу (1) $k_{дин} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_c}}$, имеем $k_{дин} = 2$, т. е. мгновенное приложение силы (без удара) производит эффект в два раза больший, чем при статическом ее приложении.

* Пример заимствован из книги М. В. Рубинина «Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов» (Машигиз, 1957). Там же см. расчеты в случае, когда удар вызывает изгиб, и расчет деформаций с учетом массы нагружаемого тела.

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

I. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Расчет контактных напряжений обычно сводится к определению напряжений в опасной точке. Этот расчет основан на теории Герца, при установлении которой были сделаны следующие допущения:

- 1) материал соприкасающихся деталей следует закону Гука;
- 2) линейные размеры поверхности контакта для цилиндров (в плоскости поперечных сечений) малы по сравнению с радиусами кривизны соприкасающихся поверхностей;
- 3) сжимающая сила направлена по нормали к площади контакта;
- 4) давления, распределенные по площади контакта, направлены по нормали к ней.

Расчетные формулы, основанные на теории Герца, неприменимы в тех случаях, когда указанные выше допущения не могут быть сделаны. Так, например, формулы эти неприменимы в случае сжатия двух цилиндров, сумма кривизны которых весьма мала (передача давления от цапфы на подшипник, определение напряжений в посадках вала в отверстие с натягом и т. п.).

Так как линейные размеры площадки контакта малы, то напряжения внутри детали возле площадки контакта могут определяться в предположении, что поверхность детали в месте контакта ограничена плоскостью, к которой приложено давление, распределенное по эллиптическому закону. При этом предположении площадь контакта цилиндров с параллельными осями — прямоугольник, две стороны которого параллельны осям цилиндров. Распределение давления по длине цилиндров остается постоянным. Эпюра распределения давлений ограничена кривой (половина эллипса).

Для случаев контакта цилиндров с пересекающимися осями, а также для контакта деталей с криволинейными поверхностями площадь контакта — эллипс, а эпюра распределения давлений ограничена половиной поверхности эллипсоида, получаемого вращением эллипса контакта с полуосями A и B вокруг большей оси (полуось B).

Если полуоси A и B известны, то величина наибольшего давления q_0 в центре площадки контакта

$$q_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi AB}$$

где P — полное давление.

Наибольшие касательные напряжения в материале детали возникают в точке, лежащей на некоторой глубине на линии давления. Глубина эта равна $(0,5 \div 0,78) B$, где B — меньшая полуось эллипса.

Величина этого напряжения приблизительно определяется по формуле

$$\tau_{\max} = 0,6q_0$$

Ниже, в разделе II, указана последовательность расчета, а в разделе III даны расчетные формулы для наиболее часто встречающихся в практике случаев контакта, отвечающих второму, третьему и четвертому допущениям теории Герца. Более подробные данные по расчету контактных напряжений см. [25], стр. 353 — 361.

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

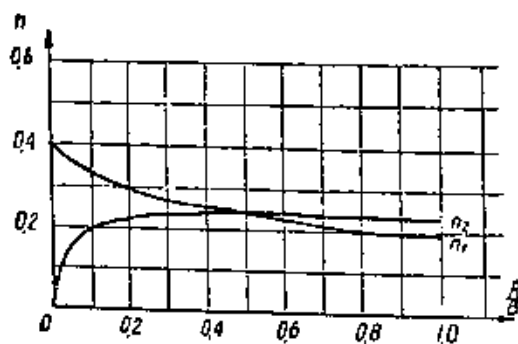
Продолжение

II. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТА

1. В зависимости от формы соприкасающихся поверхностей вычисляют A и B (по формулам на стр. 208—209), принимая за A меньшую из этих двух величин.*

2. По отношению $\frac{A}{B}$ находят α :

$\frac{A}{B}$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
α	0,388	0,400	0,420	0,440	0,468	0,490	0,536	0,600
$\frac{A}{B}$	0,2	0,15	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01	0,007
α	0,716	0,800	0,970	1,280	1,550	1,800	2,271	3,202



3. По формулам на стр. 208—209 вычисляют величину σ_{\max} **
4. По графику определяют n_1 и n_2 для данного отношения $\frac{A}{B}$.
5. Для проверки прочности в точках площадки соприкосновения умножают σ_{\max} на коэффициент n в центре эллипса касания

$$\sigma' = n_1 \sigma_{\max};$$

на конце большой полуоси эллипса касания

$$\sigma'' = n_2 \sigma_{\max}.$$

* A и B — полуоси эллипса контакта. Более подробно см. [21], стр. 353.
 ** Наибольшие напряжения лежат внутри материала соприкасающихся тел на некоторой глубине.

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Продолжение

6. Для проверки прочности в наиболее опасной точке умножают σ_{\max} на 0,60.

7. Величины расчетных напряжений сравнивают с допускаемыми напряжениями при простом растяжении или с пределом текучести.

*Пример расчета.** Дано: радиус головки рельса $r = 300$ мм, радиус катка $R = 470$ мм, нагрузка на каток $P = 7300$ кг, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^8$ кг/мм².

Определить напряжения, возникающие в рельсе.

Решение.

По таблице на стр. 209 имеем

$$A = \frac{1}{2R}, \quad B = \frac{1}{2r},$$

откуда

$$\frac{A}{B} = \frac{r}{R} = \frac{300}{470} = 0,64.$$

Отношению $\frac{A}{B}$, равному 0,64, отвечает $\alpha = 0,456$.

Таким образом, $\sigma_{\max} = 0,456 \sqrt[3]{\frac{P}{R^2} E^2} = 108$ кг/мм².

Расчетное напряжение:

внутри рельса $\sigma_1 = 0,60 \cdot 108 = 65$ кг/мм²;

на поверхности соприкосновения $\sigma_2 = 0,24 \cdot 108 = 26,0$ кг/мм²

($n = 0,24$ принято по графику как среднее между n_1 и n_2).



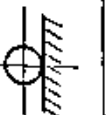
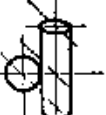

Примечание. Расчет контактных напряжений материалов с различными модулями упругости см. [25], табл. 43, стр. 357.

* Пример расчета заимствован из курса Н. М. Беляева «Сопротивление материалов» (ГИИТЛ, 1953).

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Продолжение

III. ФОРМУЛЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ A, B и σ_{\max}

Схема касания	Размеры соприкасающихся тел	A	B	σ_{\max}
	Два шара радиусов R_1 и R_2	$\frac{R_1 + R_2}{2R_1R_2}$	$\frac{R_1 + R_2}{2R_1R_2}$	$0,388 \sqrt[3]{\frac{PE^2 (R_1 + R_2)^2}{(R_1R_2)^2}}$
	Шар радиуса R_1 и шаровая сфера радиуса R_2	$\frac{R_2 - R_1}{2R_1R_2}$	$\frac{R_2 - R_1}{2R_2R_1}$	$0,388 \sqrt[3]{\frac{PE^2 (R_2 - R_1)^2}{(R_1R_2)^2}}$
	Шар радиуса R и плоскость; ($R_2 = \infty$)	$\frac{1}{2R}$	$\frac{1}{2R}$	$0,388 \sqrt[3]{\frac{1}{PE^2 R^2}}$
	Шар радиуса R_1 и цилиндр радиуса R_2 ; ($R_2 > R_1$)	$\frac{1}{2R_1}$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$	$\alpha \sqrt[3]{\frac{PE^2}{R_1^2}}$
	Шар радиуса R_1 и цилиндрический желоб радиуса R_2 ; ($R_2 > R_1$)	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$	$\frac{1}{2R_1}$	$\alpha \sqrt[3]{\frac{PE^2 (R_2 - R_1)^2}{(R_1R_2)^2}}$

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Продолжение

Формулы коэффициентов A , B и σ_{\max} (l — длина линии контакта)

Схема касания	Размеры соприкасающихся тел	A	B	σ_{\max}
	Шар радиуса R_1 и круговой желоб радиусов R_2 и R_3 (шариковый подшипник) ($R_2 > R_1$)	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right)$	$\alpha \sqrt[3]{\frac{PE^2 (R_2 - R_1)^2}{(R_1 R_2)^2}}$
	Роликовый подшипник радиусов R_1 и R_3 и круговой желоб радиусов R_2 и R_4	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_4} \right)$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right)$	$\alpha \sqrt[3]{\frac{PE^2 (R_2 - R_3)^2}{(R_2 R_3)^2}}$
	Два цилиндра накрест радиусов R_1 и R_2 ; ($R_2 > R_1$)	$\frac{1}{2R_2}$	$\frac{1}{2R_1}$	$\alpha \sqrt[3]{\frac{PE^2}{R_2^2}}$
	Два цилиндра с параллельными осями радиусов R_1 и R_2	—	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$	$0.418 \sqrt{\frac{PE}{l} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}$
	Цилиндр радиуса R и плоскость ($R_2 = \infty$)	—	$\frac{1}{2R}$	$0.418 \sqrt{\frac{PE}{lR}}$

УСТОЙЧИВОСТЬ

I. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ О РАСЧЕТАХ

Характеристика детали или вид устойчивости	Общие указания о расчетах	Примечания
<p>Длинные, тонкие стержни постоянного сечения</p>	<p>Определение критической силы по формуле Эйлера (см. стр. 212). Формула применима только до достижения критическими напряжениями предела пропорциональности</p> <p>Определение критических напряжений за пределом пропорциональности:</p> <p>по эмпирическим формулам (Тетмайера, Джонсона; см. [25], стр. 285)</p> <p>аналитическое определение по методу Эггессера — Кармана (см. [25], стр. 286)</p> <p>Расчет по допускаемому напряжению на устойчивость (см. стр. 214, а также [25], стр. 286 — 287)</p> <p>При очень малых значениях гибкости (см. стр. 214) расчет производится на простое сжатие</p>	<p>Дает завышенное значение критической силы, так как не учитывает отступление действительной оси стержня от прямолинейности. При больших эксцентриситетах расчет производить на прочность и на устойчивость и основываться на более опасном</p> <p>Заделка концов за пределом пропорциональности незначительно влияет на устойчивость стержней и влиянием заделки при практических расчетах следует пренебрегать</p> <p>Наименее трудоемкий способ расчета, достаточный для большинства практических задач</p>

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

Характеристика детали или вид устойчивости	Общие указания о расчетах	Примечания
Прямолинейные стержни переменного сечения	Расчетные формулы и указания к расчету см. [25], стр. 287 — 289	—
Составные стержни из параллельных поясов и решеткой из диагональных распорок	Расчетные формулы и указания к расчетам см. стр. 219—220	Устойчивость составных стержней за пределом пропорциональности см. [25], стр. 290
Составные стержни с поперечными планками	Расчетные формулы и указания к расчетам см. стр. 221	
Криволинейные стержни	Расчетные формулы и указания к расчетам см. [25], стр. 291	Расчет кругового кольца; расчет арки
Устойчивость плоской формы изгиба	Расчетные формулы и указания к расчету см. [25], стр. 292	—
Устойчивость оболочки	Расчетные формулы и указания к расчету см. [25], стр. 296 — 298	—
Устойчивость пластинок	Расчетные формулы и указания к расчету см. [25], стр. 293	—

II. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Потеря устойчивости

Явление потери устойчивости заключается в возникновении быстро нарастающих деформаций конструкции (или детали) при постепенном приближении величины нагрузки к предельному значению („критической силе“).

Область расчетов на устойчивость и содержание расчетов

Если два размера детали малы по сравнению с третьим основным размером (обычно длиной), то необходим расчет детали (конструкции) не только на прочность, но и на устойчивость.

Расчет заключается в определении критических нагрузок или соответствующих им критических напряжений. В частных случаях возможно применение нормативных материалов (см. стр. 214).

III. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СТЕРЖНЯ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

Критическая сила $P_{кр}$

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu l)^2} \text{ — формула Эйлера,}$$

где I_{min} — наименьший момент инерции поперечного сечения; *
 μl — приведенная длина стержня; значения коэффициента длины μ , зависящего от способа закрепления концов стержня, см. стр. 215—216.

Критическое напряжение $\sigma_{кр}$

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

где $\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}$ — гибкость стержня;
 $i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}}$ — наименьший радиус инерции поперечного сечения.

* При шарнирно закрепленных концах ось стержня совпадает с главной осью сечения, относительно которой момент инерции — минимальный.

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

Допускаемые нагрузки и допускаемые напряжения

$$P_{\text{доп}} = \frac{P_{\text{кр}}}{n_y}, \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{n_y}$$

где n_y — запас устойчивости.

Условие применимости формулы Эйлера

$$\lambda > \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пл}}}}$$

где $\sigma_{\text{пл}}$ — предел пропорциональности.

Примечания. 1. Определение критической силы для стержней в случаях совместного действия сосредоточенной и распределенной нагрузок — см. формулы на стр. 216. 2. Если в условиях заделки концов стержня по способу 1 (см. стр. 215) стержень удерживается против смещения в точках, которые разделяют общую длину на n равных частей, длину между соседними точками надо рассматривать как длину стержня. 3. Если условия на концах сжимаемого стержня различны в обеих главных плоскостях, для определения критической силы необходим расчет в обеих плоскостях. 4. При недостаточном закреплении концов стержня этот случай приближается к первому (см. стр. 215). Так, например, когда концы стержня прикреплены на заклепках, принимают μ равным 0,7.

Определение критических напряжений по формуле Ф. С. Ясинского

Для значений гибкости λ в пределах $\lambda'' \leq \lambda < \lambda'$ критические напряжения могут быть определены по формуле Ф. С. Ясинского:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda + c\lambda^2,$$

где λ' — предельная гибкость (наименьшая), при которой применима формула Эйлера.

a , b , c и λ'' — величины, значения которых приведены в таблице.

Предельные гибкости λ' и λ'' и параметры a , b и c зависимости критического напряжения от гибкости

Материал	a	b	c	λ'	λ''
Сталь Ст. 3	3100	11,4	0,00	105	61
Сталь Ст. 5	4640	36,17	0,00	100	60
Чугун	7700	120	0,53	80	—
Дерево	293	1,94	0,00	110	—

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

Расчет сжатых стержней по уравнению, объединяющему условие прочности и условия устойчивости

$$P_{\text{доп}} = \varphi [\sigma]_{\text{сж}} F,$$

где $[\sigma]_{\text{сж}}$ — допускаемое напряжение на сжатие;
 F — площадь поперечного сечения стержня;
 φ — коэффициент понижения допускаемого напряжения на сжатие, зависящий от гибкости λ и от материала стержня.


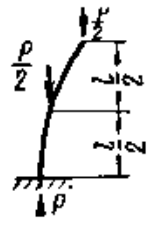

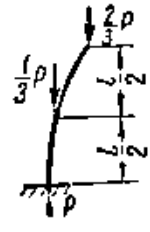



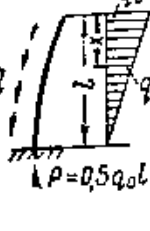
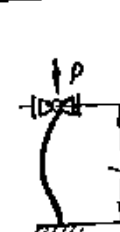

Значения коэффициента φ

$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\text{min}}}$	Значения φ				
	для сталей марок Ст. 2, Ст. 3 и Ст. 4	для стали марки Ст. 5	для сталей повышенного качества	для чугуна	для дерева
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,63
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,63	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25
120	0,45	0,37	0,30	—	0,22
130	0,40	0,33	0,26	—	0,18
140	0,36	0,29	0,23	—	0,16
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11
180	0,23	0,19	0,15	—	0,10
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08

УСТОЙЧИВОСТЬ

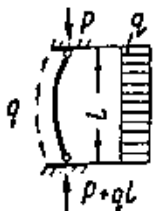
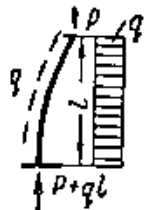
Продолжение

IV. ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПРИВЕДЕННОЙ ДЛИНЫ

Схема нагружения	μ	Заделка концов стержня	Схема нагружения	μ	Заделка концов стержня
	1	Верхний свободен, нижний свободен (шарнирно опертый стержень)		1,545	Верхний свободен, нижний заделан. Нагружен сосредоточенными силами по схеме
	2	Верхний свободен, нижний заделан		1,708	Верхний свободен, нижний заделан. Нагружен сосредоточенными силами P/3 и 2P/3, как указано на схеме
	0,5	Верхний заделан, нижний заделан		1,12	Верхний свободен, нижний заделан. Сжимающая нагрузка равномерно распределена вдоль оси стержня
	1	Концы стержня могут перемещаться в поперечном направлении, но не могут поворачиваться		1,388	Верхний свободен, нижний заделан. Закон изменения интенсивности сжимающей нагрузки вдоль оси $q = q_0 \frac{(l-x)}{l}$
	0,7	Верхний шарнирно закреплен и может перемещаться по прямой, совпадающей с направлением заделки; нижний заделан		0,782	Верхний свободен, нижний заделан. Закон изменения интенсивности сжимающей нагрузки вдоль оси $q = q_0 \frac{x}{l}$

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

Схема нагружения	Заделка концов стержня	Критическ. я сила (приближенные формулы)
	<p>Стержень с шарнирно закрепленными концами. Загружен силой P и равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью q.</p>	$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} - 0,5ql$
	<p>Стержень с одним заделанным концом и вторым свободным. Загружен силой P и равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью q.</p>	$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2} - 0,3ql$

V. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

В практике расчетов стержней на устойчивость встречается два типа задач.

1) требуется определить допускаемую силу $P_{доп}$ для стержня, способ закрепления которого известен и известны длина стержня, форма и размеры его сечения.

2) известны сжимающая стержень сила, его длина и способ закрепления; для этого стержня требуется определить размеры выбранной для него формы сечения.

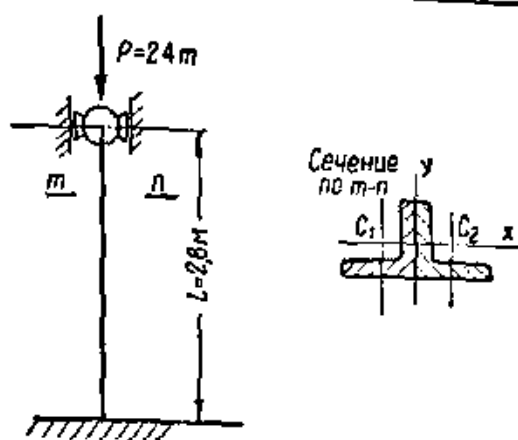
Первая задача

Последовательность решения:

1) определяется гибкость λ стержня по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}}$$

2) определяется допускаемая сила $P_{доп}$ по формуле на стр. 214.



Вторая задача

Пример расчета.* Дано: стержень с размерами и нагрузкой указанными на рисунке.

Определить сечение уголка, из которого сварен стержень, при допустимом напряжении на сжатие $[\sigma]_{сж} = 1400 \text{ кг/см}^2$.

Решение.

Так как в уравнение, выражающее условие устойчивости $P_{доп} = \varphi [\sigma]_{сж} F$ входят две неизвестные величины F и φ , то решение данной задачи возможно только произведя подбор сечения, который может быть осуществлен после того, как будет выбрано значение $[\sigma]_{уст}$. Выбор значения $[\sigma]_{уст}$ для первого приближения совершенно произволен, учитывая, что $\varphi < 1$ можно принять вначале $[\sigma]_{уст} \approx 0,6 [\sigma]_{сж} \approx 800 \text{ кг/см}^2$. Тогда необходимая площадь сечения будет

$$F = \frac{P}{800} = \frac{24000}{800} = 30 \text{ см}^2.$$

В таблицах сортамента находим, что площадь сечения уголка $75 \times 75 \times 10$ равна $14,1 \text{ см}^2$. Следовательно, два уголка этого размера будут иметь площадь поперечного сечения около 30 см^2 .

1) Определение минимального момента инерции сечения J_{min} .

Центр тяжести сечения C находится в пересечении оси симметрии Y и линии, соединяющей центры тяжести C_1 и C_2 уголков. Ось Y как ось симметрии является одной центральной главной осью, а перпендикулярная ей ось X — другой главной осью инерции.

Моменты инерции относительно этих осей будут J_x и J_y (находятся по таблицам):

$$J_x = 2 \cdot 72,2 = 144,4 \text{ см}^4; \quad J_y = 2 \cdot 142 = 284 \text{ см}^4.$$

Следовательно $J_{min} = 144,4 \text{ см}^4$.

* Пример расчета составлен по материалам задачи № 144 из книги М. В. Рубинина «Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов» (Машгиз, 1967).

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

2. Определение минимального радиуса инерции i_{\min} .
При площади сечения $F = 2 \cdot 14,1 = 28,2 \text{ см}^2$ минимальный радиус инерции i_{\min} будет

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{F}} = \sqrt{\frac{144,4}{28,2}} = 2,26 \text{ см.}$$

3. Приведенная длина стержня $l_{\text{пр}}$:

$$l_{\text{пр}} = 0,7 \cdot 280 = 196 \text{ см.}$$

(μ принято равным 0,7 по таблице на стр. 215 для стержня с одним заделанным концом и другим — шарнирно закрепленным).

4. Гибкость стержня λ :

$$\lambda = \frac{l_{\text{пр}}}{i_{\min}} = \frac{196}{2,26} = 86,7.$$

5. Коэффициент снижения допускаемого напряжения ϕ .

По таблице на стр. 214 $\phi = 0,71$ (интерполяция!).

6. Допускаемое напряжение по устойчивости:

$$[\sigma]_{\text{уст}} = 0,71 \cdot 1400 = 965 \text{ кг/см}^2.$$

7. Действующее напряжение σ :

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{24000}{28,2} = 850 \text{ кг/см}^2.$$

8. Расхождение действующих напряжений и допускаемых по устойчивости:

$$\frac{965 - 850}{965} \cdot 100 = 12,1\%.$$

Так как расхождение это очень велико, то надо искать другое решение

Второй вариант сечения

Принимая для этого варианта уголки сечением $11,5 \text{ см}^2$ (уголок $75 \times 75 \times 8$) и выполняя расчет в той же последовательности, имеем:
минимальный момент инерции

$$J_{\min} = 2 \cdot 60,1 = 120,2 \text{ см}^4;$$

площадь сечения стержня

$$F = 2 \cdot 11,5 = 23 \text{ см}^2;$$

минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{120,2}{23}} = 2,29 \text{ см.}$$

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

гибкость стержня

$$\lambda = \frac{l_{пр}}{i_{min}} = \frac{196}{2,29} = 85,5;$$

коэффициент снижения допускаемого напряжения

$$\varphi = 0,717 \text{ (интерполяция);}$$

допускаемое напряжение по устойчивости

$$[\sigma]_{уст} = \varphi [\sigma]_{сж} = 0,717 \cdot 1400 = 1000 \text{ кг/см}^2;$$

действующее напряжение

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{24\,000}{23,0} = 1042 \text{ кг/см}^2;$$

расхождение действующих напряжений и напряжений, допускаемых по устойчивости

$$\frac{1042 - 1000}{1000} \cdot 100 = 4,2\%.$$

Указанное расхождение допустимо для большинства случаев практики, а если оно оказалось недопустимым, то следует продолжать подбор сечения стержня.

VI. УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТАВНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Составные стержни с решетками

Частный случай (число панелей велико: $n > 4 - 5$)

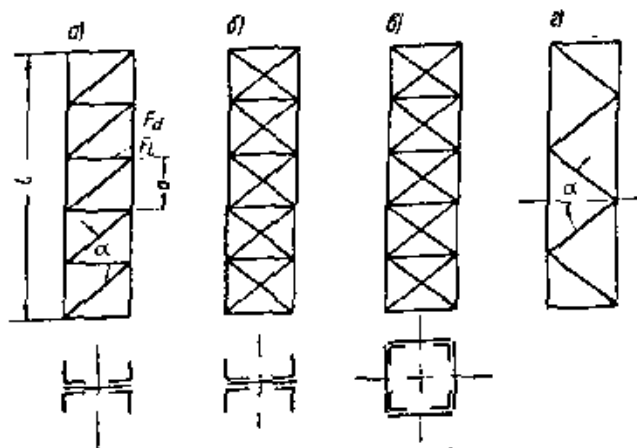


Рис. 1.

Критическая сила

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \cdot \frac{1}{\lambda^2}$$

УСТОЙЧИВОСТЬ

Продолжение

где

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \left(\frac{1}{\sin \alpha \cos^2 \alpha E F_d} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha E F_b} \right)}$$

Обозначения: l — длина стержня;
 α — угол между диагональю и распоркой;
 F_d — площадь поперечного сечения диагонали;
 F_b — площадь поперечного сечения распорки.

Указания. 1. Если решетка имеет двойные диагонали, то вместо F_d в формулу следует подставить $2F_d$. 2. Если стержень коробчатого сечения с решетками, имеющими двойные диагонали (см. рис. 1, в), то вместо F_d в формулу надо подставить $4F_d$. 3. Если стержень не имеет распорок (см. рис. 1, г), то угол α следует измерить, как указано на чертеже, а в формуле для γ отбросить член, включающий площадь сечения распорки.

Общий случай (любое число панелей)

Критическая сила

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \cdot \frac{k^2}{1 + \nu \varrho}$$

Обозначение: k и ν — коэффициенты, зависящие от числа панелей;

$$\varrho = \frac{F_p}{F_d} \cdot \frac{1}{2 \sin^3 \alpha}$$

где F_p — площадь поперечного сечения пояса;
 F_d — площадь поперечного сечения диагонали.

Значения коэффициентов k^2 и ν

n	2	3	4	5	10	∞
$k^2 \dots$	1,216	1,070	1,035	1,020	1,004	1
$\nu \dots$	0,6667	0,3167	0,1778	0,1125	0,0269	0

Составные стержни с поперечными планками

Критическая сила

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \frac{1}{\gamma^2},$$

Значение γ определяется в зависимости от жесткости поперечных планок по формуле

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{12n^2} \frac{F_p h^2}{4J_p}}}$$

если жесткость поперечных планок очень велика, или по формуле

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\pi^2}{12n^2} \cdot \frac{F_p h^2}{4J_p} \left(1 + 2 \frac{h}{a} \cdot \frac{J_p}{J_r}\right)}}$$

при учете деформации планок.

Обозначения: J — момент инерции сечения составного стержня (для сечения, изображенного на рисунке, — момент инерции двух швеллеров относительно оси $x-x$);

l — длина составного стержня;

a — длина панели;

$n = \frac{l}{a}$ — число панелей;

h — расстояние между центрами тяжести поясов;

F_p — площадь сечения пояса;

J_p — момент сечения инерции пояса относительно собственной центральной оси (момент инерции пояса относительно оси $x'-x'$);

J_r — момент инерции сечения планок относительно собственной центральной оси (см. рисунок — момент инерции поперечных сечений двух планок относительно оси $y-y$).

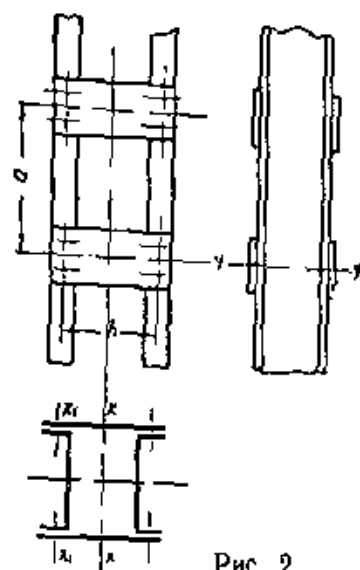


Рис. 2.

Примечание. Расчет устойчивости составных стержней за пределом пропорциональности см. [2], стр. 290; расчет устойчивости криволинейных стержней см. [24], стр. 251; устойчивость тонкостенных оболочек см. [17], стр. 176 и [24], стр. 240; устойчивость трикрутки см. [25], стр. 292; устойчивость вогнутых пружин сжатия см. [17], стр. 172; устойчивость стержней переменного сечения см. [17], стр. 168; устойчивость плоской формы изгиба (в пределах пропорциональности) см. [17], стр. 170; устойчивость пластин см. [25], стр. 293 и [17], стр. 174.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ

Прочностью детали называется ее способность сопротивляться разрушению или возникновению недопустимых деформаций или перемещений под действием внешних нагрузок.

Прочность детали зависит от механических свойств материала, типа напряженного состояния, его изменения во времени и конструктивных и технологических факторов. В зависимости от сочетания всех этих факторов условие прочности определяется сопротивлением статическому или усталостному разрушению, либо сопротивлением пластическим деформациям.

Прочность материала

1. При действии статических нагрузок сопротивление материала малым пластическим деформациям характеризуется:

σ_T — пределом текучести при растяжении, величина которого для большинства конструкционных сталей определяется как напряжение, при котором остаточная пластическая деформация составляет 0,2%;

τ_T — пределом текучести при сдвиге (кручении).

2. Сопротивление материала большим пластическим деформациям или разрушению при статических напряжениях характеризуется пределами прочности:

σ_{br} — при растяжении;

$\sigma_{сж}$ — при сжатии;

σ_{bn} — при изгибе (для малопластичных хрупких материалов);

τ_s — при срезе.

3. При действии знакопеременных (циклических) нагрузок сопротивление материала усталостному разрушению характеризуется кривой усталости (рис. 1), представляющей зависимость между амплитудой напряжения σ_a при симметричном цикле и числом N циклов его повторения до разрушения.

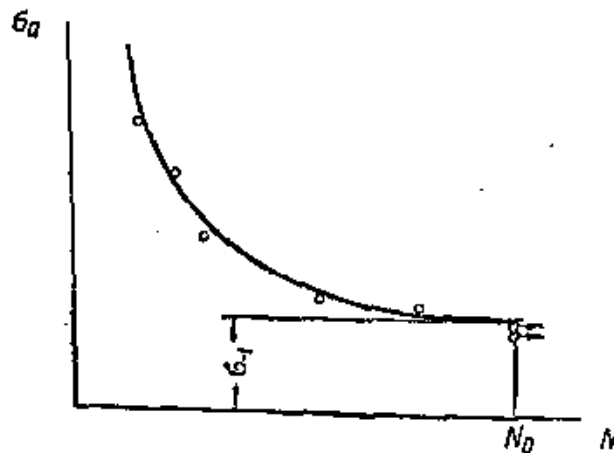


Рис. 1. Кривая усталости по результатам испытания образцов.

Ордината асимптоты является пределом выносливости:

σ_{-1} — при знакопеременном изгибе;

σ_{-1p} — при знакопеременном растяжении;

τ_{-1} — при знакопеременном кручении...

Механические характеристики материалов см. стр. 233—234.

II. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ЗАПАСЫ ПРОЧНОСТИ

При предварительных расчетах обычно пользуются представлением о допускаемых напряжениях $[\sigma]$, под которыми понимается такое наибольшее значение расчетных напряжений в опасном сечении, при котором еще обеспечивается необходимая надежность работы детали в условиях эксплуатации. При этом условии прочности выражается формулой

$$\sigma_{пр} \leq [\sigma],$$

где $\sigma_{пр}$ — расчетное напряжение, приведенное к простому растяжению или сжатию по гипотезе прочности, соответствующей данному состоянию материала (хрупкое или пластичное).

Допускаемое напряжение определяется по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{опасн}}{n},$$

где $\sigma_{опасн}$ — напряжение, опасное с точки зрения прочности детали в данном сечении при данном типе нагрузки (предел текучести, предел прочности, предел выносливости и т. д.);

n — запас прочности (см. ниже).

В дальнейших расчетах определяются фактические запасы прочности и сравниваются с допустимыми запасами по условию

$$n \geq [n],$$

где n — расчетное значение запаса прочности для данного вида расчета (см. ниже);

$[n]$ — минимальное допускаемое значение запаса прочности (см. стр. 225).

Общие сведения о запасе прочности

Выбор запасов прочности тесно связан с методикой расчета детали.

В настоящее время в машиностроении не существует общепринятого метода выбора запасов прочности. Различные методы изложены в [3], [9], [10], [13], [15], [25]. Раздел составлен по материалам [13], [15].

1. При расчете деталей машин величина (коэффициент) необходимого запаса прочности при статических или переменных напряжениях определяется по формуле

$$n = n_1 n_2 n_3,$$

где n_1, n_2, n_3 — коэффициенты, учитывающие отдельные факторы, обуславливающие отклонения между рассчитываемой и фактической несущей способностью детали.

2. Коэффициент n_1 учитывает:

разницу в величине нагрузок, вводимых в расчет, и нагрузок действительных;

разницу между величинами усилий, определяемых расчетом при раскрытии статической неопределенности, и действительными значениями этих усилий вследствие отклонений расчетной схемы от фактической, отклонений в величинах монтажных натягов, жесткостей и т. п.;

разницу в величине расчетных и действительных напряжений вследствие несоответствия формул сопротивления материалов действительному распределению напряжений;

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

несоответствие данных о концентрации напряжений, принятых в расчете, действительным очертаниям деталей;
влияние остаточных напряжений, напряжений от колебаний и ударов, часто не учитываемых в расчете.

Величина коэффициента n_1 для расчета на статическую прочность и выносливость при определении усилий и напряжений теоретическими или экспериментальными методами

менее достоверными	более достоверными	повышенной точности
2—3	1,2—1,5	1

3. Коэффициент n_2 относится к материалу и учитывает:
отклонения механических характеристик от нормативных благодаря нарушениям или отклонениям в технологии;
повышенную чувствительность к недостаткам термической или механической обработки;
неоднородность свойств благодаря структурным особенностям остаточной напряженности малой пластичности и т. д.

Величина коэффициента n_2

Для менее однородных материалов (литье) и деталей больших размеров и сложных форм	Для более высококачественных материалов при технологии	
	обычной	весьма совершенной

При расчете на сопротивление пластическим деформациям

3	1,3—2,0	1,1—1,2
---	---------	---------

При расчете на выносливость

2—3	1,5—1,7	1,3
-----	---------	-----

Примечание. Меньшие значения для более пластичных и однородных материалов и более совершенной технологии.

4. Коэффициент n_3 учитывает степень ответственности детали, ее стоимость, требования повышенной надежности в эксплуатации.

Величина коэффициента n_3

Для малоответственных однородных деталей	Для случаев, когда поломка детали вызывает остановку машины	Для случаев, когда поломка детали вызывает аварию
1,0—1,2	1,3	1,5

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

Рекомендуемые величины запасов прочности

1. Отдельные факторы, учитываемые коэффициентами n_1, n_2, n_3 , подчиняются вероятностным закономерностям. Поэтому величине общего коэффициента запаса n свойственно также вероятностное распределение. Величина n должна быть, следовательно, меньше произведения максимальных значений n_1, n_2, n_3 . В большинстве случаев данные о вероятностном распределении величины n_1, n_2, n_3 отсутствуют. Их значения принимаются по данным осуществленных конструкций или более точно определяются натурными испытаниями.

2. При отсутствии для конкретного случая более точных данных можно пользоваться следующими допускаемыми величинами запаса прочности $[n]$:

1) при расчете на статическую прочность в зависимости от пластичности материала

Значения $[n_T]$	σ_T/σ_s		
	0,45—0,55	0,55—0,7 ✓	0,7—0,9
Минимальные значения $[n_T]$	1,2—1,5	1,4—1,8	1,7—2,2
Употребительные значения $[n_T]$	2	2,5	3

Примечание. Наименьшие значения $[n_T]$ можно использовать при заведомо заниженных в сторону запаса исходных данных или при высокой степени точности их определения.

2) при расчете на выносливость

	Степень достоверности расчета		
	низкая	средняя	высокая
Минимальные значения $[n]$	2,5	2	1,5

3) для малопластичных и хрупких материалов

Материал	Запас прочности $[n_s]$
Малопластичный (высокопрочные стали при низком отпуске), $a_k < 2 \text{ кг/см}^2$	2—3
Хрупкий, $a_k < 0,5 \text{ кг/см}^2$, однородный и умеренно нагруженный остаточными напряжениями	3—4
Весьма хрупкий, неоднородный, с высокими остаточными напряжениями	4—6

Примечание. a_k — ударная вязкость.

III. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Прочность при статических нагрузках характеризуется сопротивлением пластическим деформациям или сопротивлением разрушению.

При одноосном напряженном состоянии расчетные напряжения сравниваются непосредственно с механическими характеристиками материала.

При плоском или объемном напряженном состоянии с механическими характеристиками материала сравниваются приведенные напряжения, полученные по гипотезам пластичности и прочности.

Сопротивление пластическим деформациям

Для пластичных материалов чаще всего используется гипотеза наибольших касательных напряжений, в соответствии с которой приведенные напряжения определяются по следующим формулам:

В главных напряжениях
 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

В случае кручения с изгибом или растяжением

$$\sigma_{пр} = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

В приведенных формулах: σ_1 и σ_3 — наибольшее и наименьшее по алгебраической величине главные напряжения;

σ τ — наибольшие нормальные и касательные напряжения в опасном сечении.

Расчет на сопротивление пластическим деформациям ведется по формуле

$$\sigma_{пр} \leq [\sigma] = \frac{(\sigma_T)_D}{n},$$

где n — принятый запас прочности;

$(\sigma_T)_D$ — предел текучести материала детали, определяемый по механическим характеристикам материала с учетом влияния абсолютных размеров заготовки (см. стр. 235).

Сопротивление разрушению

В зависимости от внешних условий и типа напряженного состояния один и тот же материал может давать хрупкое или вязкое разрушение.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

При расчете на сопротивление хрупкому разрушению приведенные напряжения определяются, в зависимости от гипотезы прочности, по следующим формулам:

Материал	В главных напряжениях $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	В случае кручения с изгибом или растяжением
Стали инструментального типа, серый чугун, керамика (гипотеза наибольших нормальных напряжений)	В условиях растяжения $\sigma_{пр} = \sigma_1$ В условиях сжатия $\sigma_{пр} = \sigma_3$	$\sigma_{пр} = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$
Высокопрочные стали после низкого отпуска, легированные чугуны (гипотеза наибольших удлинений)	$\sigma_{пр} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)$	$\sigma_{пр} = \frac{\sigma(1-\mu)}{2} + \frac{1+\mu}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$

В приведенных формулах μ — коэффициент Пуассона (для сталей $\mu \approx 0,3$; для чугунов $\mu \approx 0,25$; см. также стр. 125), остальные обозначения прежние.

Расчет на сопротивление хрупкому разрушению ведется по формуле

$$\sigma_{пр} \leq [\sigma] = \frac{(\sigma_s)_D}{k, n},$$

где $(\sigma_s)_D$ — предел прочности материала детали данных абсолютных размеров (см. стр. 235);

k_s — эффективный коэффициент концентрации напряжений при статической нагрузке (см. стр. 241).

Расчет на сопротивление вязкому разрушению см. [15].

IV. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

Основные понятия и определения

1. Характер изменения переменных напряжений (нагрузок) во времени может быть представлен одним из графиков рис. 2.

2. В зависимости от соотношения наименьшего σ_{min} и наибольшего σ_{max} по алгебраической величине напряжений различают следующие циклы:

симметричный (рис. 2, а), при котором $\sigma_{min} = -\sigma_{max}$;

пульсирующий (рис. 2, б), при котором $\sigma_{min} = 0$;

асимметричный (рис. 2, в), при котором $\sigma_{min} \neq 0$ и отлочно

от σ_{max} .

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

3. Характеристиками цикла являются:

$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$ — среднее напряжение цикла (или постоянная часть переменных напряжений);

$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$ — амплитуда напряжений цикла (или переменная часть напряжений);

$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ — коэффициент асимметрии цикла; циклы с равными r называются подобными.

4. Чувствительность материала к асимметрии цикла (или форма диаграммы предельных напряжений) характеризуется коэффициентами ψ_σ и ψ_τ , определяемыми по приведенной ниже таблице или по формулам

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}, \quad \psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0}.$$

Характеристики диаграммы предельных напряжений для сталей.

$\sigma_{\sigma p},$ кг/мм ²	$\sigma_{-1 p},$ кг/мм ²	$\sigma_{-1},$ кг/мм ²	$\tau_{-1},$ кг/мм ²	Растяжение, сжатие, изгиб ψ_σ	Кручение ψ_τ
32—42	12—15	16—22	8—12	0	0
40—50	12—16	17—22	10—13	0	0
48—60	17—21	20—27	11—14	0,05	—
60—75	19—25	25—34	15—20		
70—85	—	31—38	17—23	0,10	0,05
85—105	—	40—45	21—26		
105—125	—	45—50	25—30	0,15	0,10
125—145	—	50—60	28—35		

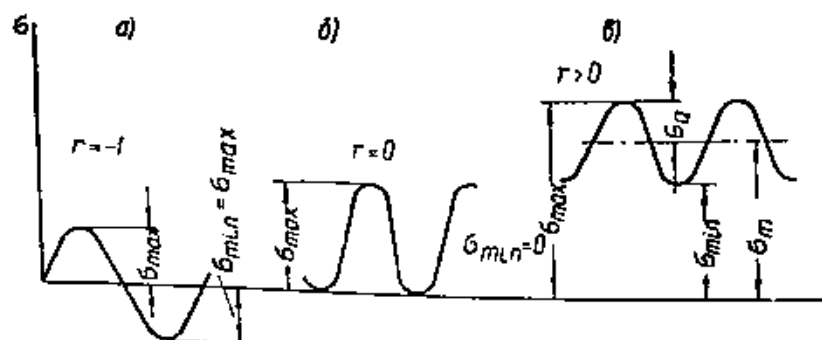


Рис. 2. Схема изменения напряжений во времени: а — симметричный цикл; б — пульсирующий цикл; в — асимметричный цикл.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

5. Концентрацией напряжений называется местное увеличение напряжений (пик напряжений), вызванное резким изменением очертаний детали. Коэффициентом концентрации напряжений называется отношение наибольшего напряжения в зоне концентрации (пика напряжений) к номинальному напряжению, вычисленному для данного сечения по формулам сопротивления материалов без учета концентрации (см. стр. 126 и далее). Теоретический коэффициент концентрации напряжений α определяется методами теории упругости без учета пластичности материала. Влияние концентрации напряжений на усталостную прочность деталей из реальных материалов меньше, чем это следует из значений коэффициента α , и характеризуется эффективными коэффициентами концентрации напряжений.

Эффективный коэффициент концентрации нормальных k_n или касательных k_τ напряжений определяется экспериментально как отношение предела выносливости образца без концентрации к пределу выносливости образца с концентрацией напряжений, изготовленного из того же материала. Значения коэффициента k всегда меньше значений α и могут быть определены по формуле

$$k = 1 + q(\alpha - 1),$$

где q — коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений (см. стр. 240), зависящий от пластических свойств материала и формы детали (значения эффективных коэффициентов концентрации приведены на стр. 236—241).

6. Прочность при переменных напряжениях характеризуется сопротивлением усталостному разрушению (выносливость) или сопротивлением пластическим деформациям.

При предварительных расчетах на выносливость в качестве характеристики прочности обычно используется представление о допускаемых напряжениях. На дальнейших этапах расчета, после конструктивной проработки детали определяются фактические запасы прочности (выносливости), вычисляемые по нагрузкам, соответствующим пределу несущей способности детали и сравниваются с минимально допустимыми (см. стр. 225).

Расчет на сопротивление пластическим деформациям ведется так же, как и при статических напряжениях (см. стр. 226) по наибольшим напряжениям цикла.

Расчет на выносливость

1. Предварительный расчет ведется по формулам: при симметричных циклах растяжения-сжатия, изгиба и кручения:

$$(\sigma_{a.s})_{пр} \leq [\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1p}}{n},$$

$$(\sigma_{a.s})_{пр} \leq [\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{n},$$

$$\tau_{a.s} \leq [\tau_{-1}] = \frac{\tau_{-1}}{n},$$

$$\sigma_{a.s} = \frac{k_a}{\varepsilon_a \beta} \sigma_a, \quad \tau_{a.s} = \frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \beta} \tau_a;$$

при пульсирующих и асимметричных циклах соответственно:

$$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np} \leq [\sigma_{-p}],$$

$$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np} \leq [\sigma_{-1}],$$

$$\tau_{a, \varepsilon} \leq [\tau_{-1}].$$

$$\sigma_{a, \varepsilon} = \frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m,$$

$$\tau_{a, \varepsilon} = \frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m.$$

В приведенных выше формулах:

$[\sigma_{-1p}]$, $[\sigma_{-1}]$, $[\tau_{-1}]$ — допускаемые напряжения для симметричных циклов растяжения-сжатия, изгиба и кручения;

k_{σ} , k_{τ} — эффективные коэффициенты концентрации нормальных и касательных напряжений в опасном сечении;

ε_{σ} , ε_{τ} — коэффициенты, учитывающие влияние абсолютных размеров детали на механические характеристики материала (см. стр. 235);

β — коэффициент, учитывающий влияние состояния поверхностного слоя детали на ее усталостную прочность (выносливость) (см. стр. 242).

Примечание. На данном предварительном этапе расчета коэффициенты k , ε , β принимаются ориентировочно или назначаются равными единице при соответствующем повышении коэффициента запаса n .

$\sigma_{a, \varepsilon}$, $\tau_{a, \varepsilon}$ — условные амплитуды асимметричных циклов, эквивалентные по влиянию на выносливость детали влиянию амплитуд соответствующих симметричных циклов на выносливость лабораторного образца без концентрации напряжений;

$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np}$ — приведенные амплитудные значения действующих напряжений, вычисленные для данного напряженного состояния по принятой гипотезе прочности.

Для пластичных материалов чаще всего используется гипотеза наибольших касательных напряжений, в соответствии с которой приведенные напряжения определяются по следующим формулам:

Вид напряженного состояния

Одноосное (линейное)	Плоское или объемное, в главных напряжениях $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ (при синхронности и синфазности напряжений)	При совместном кручении и изгибе или кручении и растяжении
$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np} = \sigma_{a, \varepsilon}$	$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np} = \sigma_{1a, \varepsilon} - \sigma_{3a, \varepsilon}$	$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np} = \sqrt{\sigma_{a, \varepsilon}^2 + 4\tau_{a, \varepsilon}^2}$

В большинстве практических случаев расчет ведется в предположении линейного напряженного состояния, когда принимается

$$(\sigma_{a, \varepsilon})_{np} = \sigma_{a, \varepsilon}.$$

2. Определение фактических запасов прочности (выносливости) детали производится после конструктивной проработки по формулам:

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} > [n],$$

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \beta} \tau_a + \psi_\tau \tau_m},$$

где $[n]$ — наименьшее допускаемое значение запаса прочности (см. стр. 225).

V. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ УДАРНЫХ НАГРУЗКАХ И КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Прочность при ударной нагрузке

1. Запас прочности при ударной нагрузке определяется по формулам:

при вязком разрушении $n = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}}$;

при хрупком разрушении $n = \frac{\sigma_s}{\sigma_{max}}$,

где σ_{max} — наибольшее напряжение при приложении ударной нагрузки.

$$\sigma_{max} = k_{дин} \sigma_{стат}$$

где $\sigma_{стат}$ — напряжения при статическом приложении той же нагрузки;
 $k_{дин}$ — динамический коэффициент, определяемый экспериментально или, если имеется соответствующее аналитическое решение, по формулам на стр. 203 или [15].

2. Для деталей из материалов хладноломких или ограниченной хладноломкости особенно опасно снижение температуры в условиях эксплуатации, которое приводит к хрупкому разрушению.

Температурный запас вязкости определяется по формуле

$$n_t = \frac{t_0 - t_{кр}}{t_0}$$

где t_0 — рабочая температура детали;
 $t_{кр}$ — критическая температура хрупкости, при которой наступает резкое снижение ударной вязкости материала.

Во избежание хрупкого разрушения детали необходимо, чтобы всегда было обеспечено

$$t_0 > t_{кр}$$

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

Прочность при контактных напряжениях

Расчет на прочность при контактных напряжениях сводится к определению максимальных действующих в данных конкретных условиях контакта давлений по площадке соприкосновения (см. стр. 205) и сравнению их с допустимыми по условию

$$p_{\max} \leq [p_{\max}].$$

$[p_{\max}]$ определяется по таблице, приведенной ниже.

Допускаемые контактные давления при статической нагрузке

Марка металла	σ_{σ} кг/мм ²	Твердость НВ	Допускаемое максимальное давление на площадке соприкосновения $[p_{\max}]$, кг/см ²
Сталь	$\sigma_{\sigma p}$		
30	48—60	180	8500—10500
40	57—70	200	10000—13500
50	63—80	230	10500—14000
50Г	65—85	240	11000—14500
15Х	62—75	240	10500—13000
20Х	70—85	240	12000—14500
15ХФ	160—180	240	13500—16000
ШХ15	—	—	38000
Чугун	$\sigma_{\sigma_{\text{сж}}}$		
СЧ 21—40	95	180—207	8000—9000
СЧ 22—44	100	187—217	9000—10000
СЧ 28—48	110	170—241	10000—11000
СЧ 32—52	120	170—241	11000—12000
СЧ 35—56	130	197—255	12000—13000
СЧ 38—60	140	197—255	13000—14000

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

VI. СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА

Материалы и их механические характеристики

Характеристики механической прочности углеродистой стали

Марка стали	$\sigma_{вр}$, кг/мм ²	σ_T , кг/мм ²	τ_T , кг/мм ²	σ_{-1} , кг/мм ²	τ_{-1} , кг/мм ²	$\sigma_{-1р}$, кг/мм ²
10	34	21	14	16—22	8—12	12—15
20	42	25	16	17—22	10—13	12—16
30	50	30	17	20—27	11—14	17—21
35	54	32	19	22—30	13—18	17—22
40	58	34	—	23—32	14—19	18—24
45	61	36	22	25—34	15—20	19—25
50	64	38	—	27—35	16—21	20—26
60	69	41	—	31—38	18—22	22—28
30Г	55	32	—	22—32	—	—
50Г	66	40	—	29—36	—	—

Примечания: 1. Данные приведены для сталей в нормализованном состоянии, получены на образцах $d = 6 \div 12$ мм с полированной поверхностью. База испытаний $N = 10^7$ циклов; значения пределов текучести соответствуют нижнему пределу.

2. Сталь по ГОСТ 1050—60; при использовании сталей по ГОСТ 380—60 необходимо иметь в виду следующее соответствие марок: сталь Ст. 3 соответствует стали 20, сталь Ст. 6 — стали 35.

3. τ_T , σ_{-1} , τ_{-1} и $\sigma_{-1р}$ приняты по [13].

Характеристики механической прочности легированной стали

Марка стали	$\sigma_{вр}$, кг/мм ²	σ_T , кг/мм ²	σ_{-1} , кг/мм ²	τ_{-1} , кг/мм ²	$\sigma_{-1р}$, кг/мм ²
20Х	80	65	31—38	17—23	—
40Х	100	85	32—48	21—26	24—34
45Х	105	90	40—50	—	—
40ХН	100	85	46—60	—	31—42
40ХНМА	100	85	50—70	27—33	—
40ХФА	90	75	38—49	—	—
50ХФ	115	130	55—63	—	—
12ХНЗА	100	85	42—64	22—30	—
20ХНЗА	95	80	43—65	24—31	—

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

Марка стали	$\sigma_{вр}$, кг/мм ²	σ_T , кг/мм ²	σ_{-1} , кг/мм ²	τ_{-1} , кг/мм ²	$\sigma_{-1р}$, кг/мм ²
—	—	—	—	—	—
18Х2Н4ВА	120	105	—	—	—
40ХНВА	110	95	—	—	—
30ХГС	110	95	—	—	—

Примечание. Данные по механическим свойствам приведены по ГОСТ 4543-57 для сталей в улучшенном состоянии. Пределы выносливости [13] получены на полированных образцах диаметром 6-12 мм. База испытаний $5 \cdot 10^4 \div 10^7$ циклов.

При отсутствии в таблицах данных по пределу текучести при сдвиге можно принимать $\tau_T = (0,5 \div 0,7) \sigma_T$. Меньшие значения — для мало- и среднеуглеродистых сталей, большие — для легированных и низкоотпущенных сталей.

При отсутствии в таблицах данных по пределам выносливости они могут приближенно определяться на основании следующих соотношений:

$$\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{вр}} = 0,45 \div 0,55; \quad \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} = 0,5 \div 0,65; \quad \frac{\sigma_{-1р}}{\sigma_{-1}} = 0,7 \div 0,9.$$

Характеристики механической прочности чугуна

Механические характеристики	Марка					
	СЧ 21-40	СЧ 24-44	СЧ 28-48	СЧ 32-52	СЧ 35-56	СЧ 38-60
Предел прочности, кг/мм ² :						
при растяжении $\sigma_{вр}$	21	24	28	32	35	38
» сжатии $\sigma_{всж}$	95	100	110	120	120	140
» изгибе $\sigma_{виз}$	40	44	48	52	56	60
» кручении $\tau_{вк}$	28	30	35	39	40	46
Твердость по Бринеллю НВ	180-207	187-217	170-241	170-241	197-255	197-255
Предел выносливости σ_{-1} при изгибе на гладком образце, кг/мм ²						
То же при кручении τ_{-1}	10	12	14	14	15	15
	8	10	11	11	11,5	11,5

Влияние абсолютных размеров заготовки

Приведенные выше механические характеристики получены на лабораторных образцах диаметром $d = 6 \div 12$ мм.

Механические характеристики материала для заготовки данного поперечного размера (диаметра) D определяются по формулам:

$$(\sigma_T)_D = e_T (\sigma_T)_d, \quad (\sigma_B)_D = e_B (\sigma_B)_d,$$

$$(\sigma_{-1})_D = e_\sigma (\sigma_{-1})_d, \quad (\tau_{-1})_D = e_\tau (\tau_{-1})_d,$$

где $e_T, e_B, e_\sigma, e_\tau$ — соответственно коэффициенты влияния абсолютных размеров заготовки на пределы текучести, прочности, выносливости при изгибе и выносливости при кручении (рис. 3);

$(\sigma_T)_D, (\sigma_B)_D, (\sigma_{-1})_D, (\tau_{-1})_D$ — соответственно пределы текучести, прочности, выносливости при изгибе и кручении для заготовки данного диаметра D ;

$(\sigma_T)_d, (\sigma_B)_d, (\sigma_{-1})_d, (\tau_{-1})_d$ — соответствующие характеристики материала, полученные на лабораторных образцах диаметром d .

При использовании непосредственных данных рис. 3 следует пользоваться механическими характеристиками, полученными на образцах диаметром $d = 6 \div 12$ мм. При использовании механических характеристик, полученных на образцах диаметром $d > 12$ мм, значения коэффициентов e по рис. 3 следует пересчитать на соответствующие диаметры образца и заготовки.

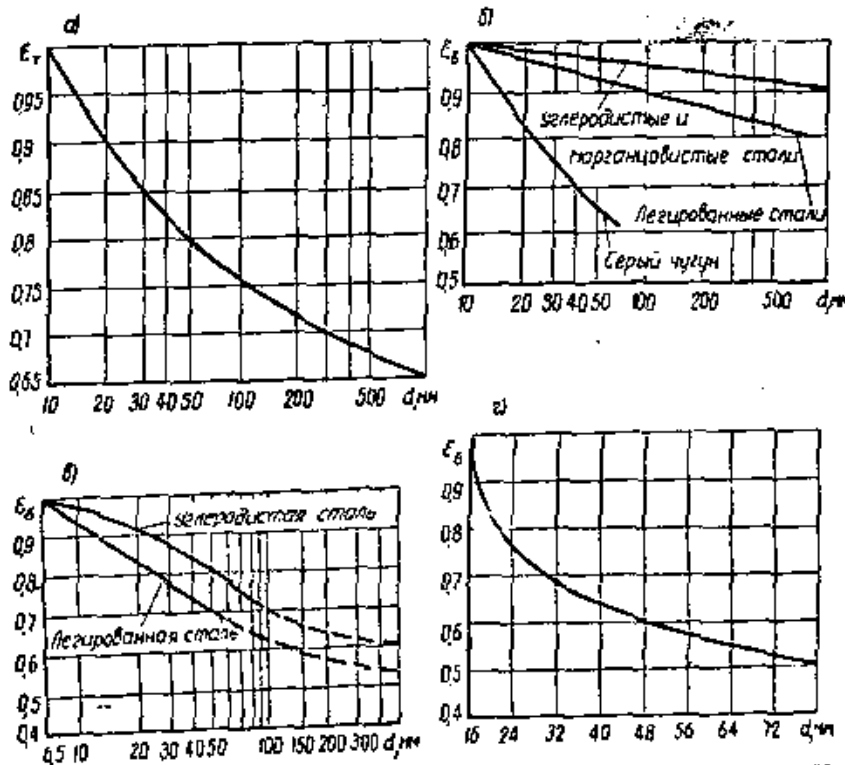


Рис. 3. Коэффициенты влияния абсолютных размеров: а — на предел текучести; б — на предел прочности; в — на предел выносливости по нормальным напряжениям; г — на предел выносливости болтовых соединений при растяжении-сжатии.

Из-за отсутствия достаточного количества экспериментальных данных о коэффициентах e_T можно приближенно принять, что $e_T = e_\tau$.

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений

Ступенчатые валы и оси

Для ступенчатых валов с галтелью эффективные коэффициенты концентрации напряжений определяются по формулам:
для изгиба и растяжения-сжатия

$$k_{\sigma} = 1 + \xi [(k_{\sigma})_0 - 1];$$

для кручения

$$k_{\tau} = 1 + \xi [(k_{\tau})_0 - 1],$$

где k_{σ} , k_{τ} — эффективные коэффициенты концентрации напряжений для данных конкретных размеров вала при изгибе и кручении;

$(k_{\sigma})_0$, $(k_{\tau})_0$ — то же, для вала с соотношением диаметров $\frac{D}{d} = 2$ (рис. 4, а — в);

ξ — поправочный коэффициент на отношение $\frac{D}{d} < 2$ (рис. 4, г).

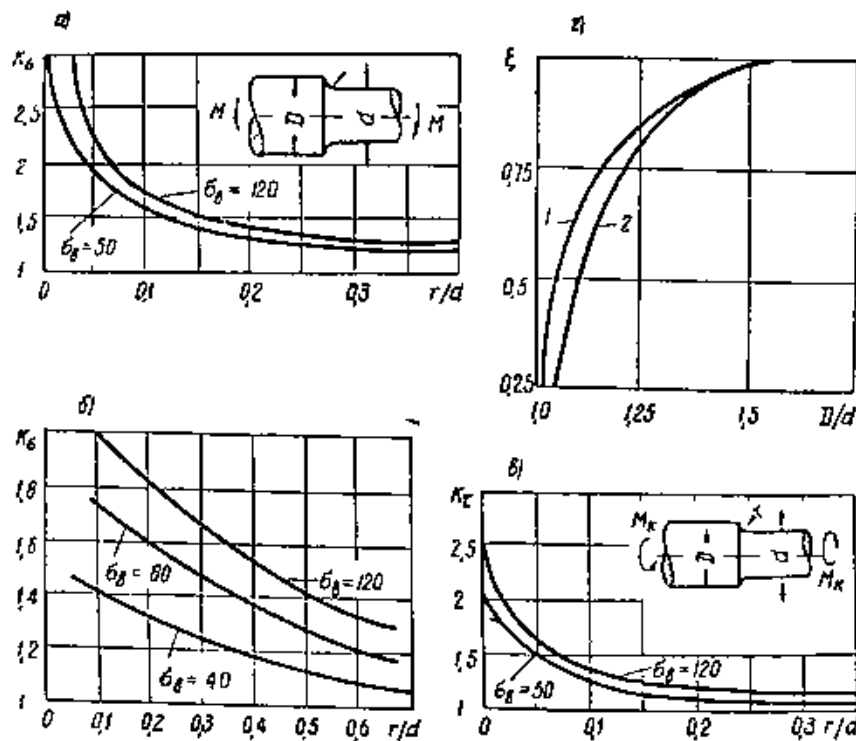


Рис. 4. Эффективные коэффициенты концентрации для ступенчатых валов при $\frac{D}{d} = 2$ и $d = 30 + 50$ мм: а — при изгибе; б — при растяжении-сжатии; в — при кручении; г — поправочный коэффициент на отношение $\frac{D}{d} < 2$. 1 — изгиб; 2 — кручение.

Кривые $\sigma_0 = 80$ и $\sigma_0 = 120$ кг/мм² на рис. 4, б проведены предположительно и являются ориентировочными. При значениях σ_0 , отличных от указанных на рис. 4, б, следует производить линейную интерполяцию между соответствующими кривыми.

Валы и оси с кольцевой выточкой

Для валов с кольцевой выточкой эффективные коэффициенты концентрации определяются по формулам:
для изгиба и растяжения-сжатия

$$k_{\sigma} = \xi [(k_{\sigma})_0 - 1];$$

для кручения

$$k_{\tau} = 1 + 0,6 (k_{\sigma} - 1),$$

где k_{σ} , k_{τ} — эффективные коэффициенты концентрации для фактических размеров канавки;

$(k_{\sigma})_0$ — то же, для канавок с $\frac{t}{r} = 1$ (рис. 5, а);

ξ — поправочный коэффициент на отношение $\frac{t}{r} \neq 1$ (рис. 5, б).

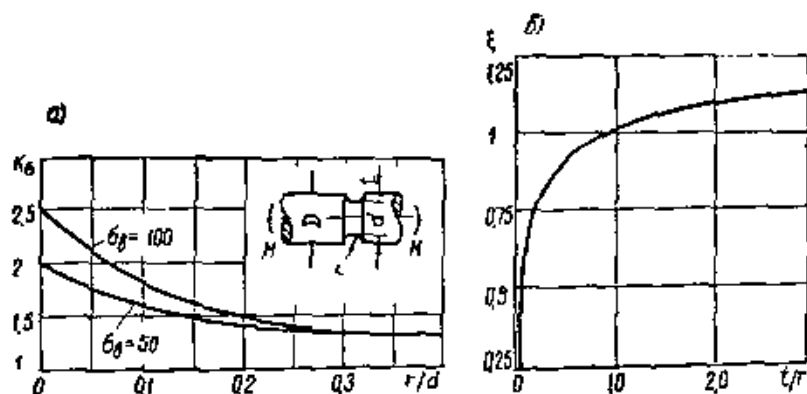


Рис. 5. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с кольцевой выточкой при изгибе: а — для $\frac{t}{r} = 1$; б — поправочный коэффициент на $\frac{t}{r} \neq 1$.

Для значений σ_a , отличных от приведенных на рис. 5, следует проводить линейную интерполяцию.

Валы и оси с поперечным отверстием

Для валов с поперечными отверстиями эффективные коэффициенты концентрации представлены на рис. 6, а для изгиба и на рис. 6, б — для кручения.

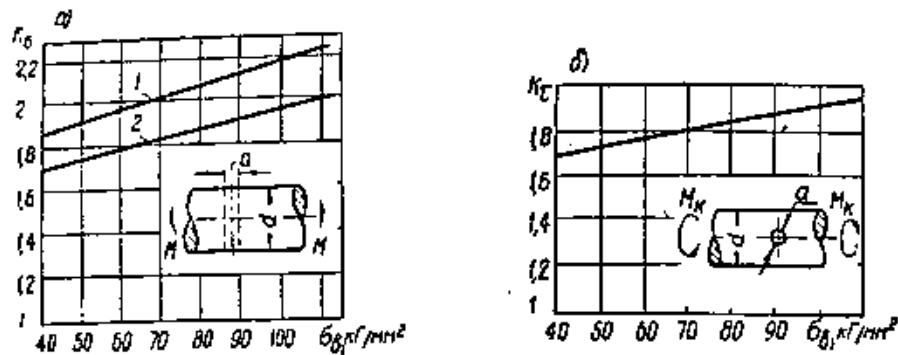


Рис. 6. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с поперечным отверстием при $d = 30 \div 50$ мм *a* — при изгибе; *b* — при кручении.

1 — при $\frac{a}{d} = 0,05 \div 0,1$; 2 — при $\frac{a}{d} = 0,15 \div 0,25$.

Для растяжения-сжатия можно, как и выше, коэффициенты концентрации принимать равными коэффициентам концентрации при изгибе.

Данные рис. 6 приведены по отношению к номинальным напряжениям, вычисленным по ослабленному сечению, т. е.

$$\sigma_{ном} = \frac{M}{W_{осл}} \quad \text{и} \quad \tau_{ном} = \frac{M_k}{W_{к. осл}}$$

Валы и оси с напрессованными деталями

Отношение эффективных коэффициентов концентрации к коэффициентам влияния абсолютных размеров, т. е. $\frac{k_\sigma}{e_\sigma}$, для валов с напрессованными деталями при изгибе определяются по формуле

$$\frac{k_\sigma}{e_\sigma} = \left(\frac{k_\sigma}{e_\sigma} \right)_0 \xi' \xi''$$

где $\frac{k_\sigma}{e_\sigma}$ — отношение коэффициентов концентрации и влияния абсолютных размеров для данного конкретного случая;

$\left(\frac{k_\sigma}{e_\sigma} \right)_0$ — то же для материала вала с $\sigma_a = 50$ кг/мм² и давления посадки

$p > 3$ кг/мм²; принимается по рис. 7, а;

ξ' — поправочный коэффициент, учитывающий влияние предела прочности σ_a и определяемый по рис. 7, б;

ξ'' — поправочный коэффициент, учитывающий влияние давления посадки $p < 3$ кг/мм² и определяемый по рис. 7, в (давление посадки см. „Прессовые соединения“).

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Продолжение

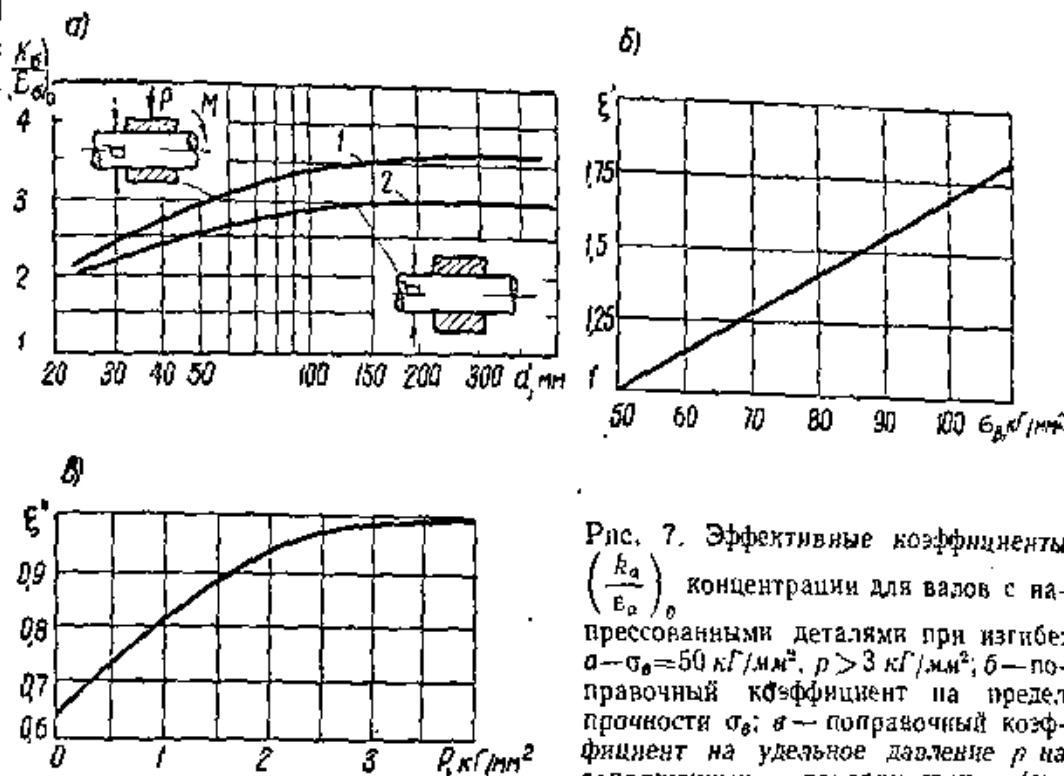


Рис. 7. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с напрессованными деталями при изгибе: а — $\sigma_0 = 50 \text{ кг/мм}^2$, $p > 3 \text{ кг/мм}^2$, б — поправочный коэффициент на предел прочности σ_0 ; в — поправочный коэффициент на удельное давление p на сопряженных поверхностях (см.

„Прессовые соединения“). 1 — через напрессованную деталь передается сила или момент; 2 — через напрессованную деталь не передаются усилия.

Если деталь напрессована на вал со шпонкой, то номинальные напряжения следует вычислять по нетто-сечению, а концентрацию напряжений учитывать коэффициентом для напрессовки или шпоночной канавки в зависимости от того, какой коэффициент больше.

Для случая кручения можно пользоваться приближенной формулой

$$\frac{k_\tau}{E_\tau} = 1 + 0,6 \left(\frac{k_a}{E_0} - 1 \right).$$

Валы и оси со шпоночными канавками

Для валов или осей с одной или двумя шпоночными канавками эффективные коэффициенты концентрации в зависимости от предела прочности σ_0 материала определяются по таблице:

Эффективные коэффициенты концентрации	$\sigma_0, \text{ кг/мм}^2$					
	50	60	70	80	90	100
k_σ	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
k_τ	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9

При использовании значений k_0 , k_T , приведенных в таблице, номинальные напряжения следует вычислять по нетто-сечению.

Шлицевые участки валов и осей

Ввиду отсутствия достаточных экспериментальных данных расчет шлицевых участков валов и осей на выносливость можно вести по внутреннему диаметру шлицевых впадин без учета концентрации напряжений от шлицевых выступов. При наличии конкретных экспериментальных данных расчет следует вести с учетом концентрации напряжений. В отдельных случаях, при необходимости уточненного расчета, концентрацию напряжений можно учесть используя данные рис. 8. При этом эффективный коэффициент концентрации определяется по формуле

$$k_T = 1 + q(\alpha_T - 1),$$

где α_T — теоретический коэффициент концентрации при упругом распределении напряжений (рис. 8);
 q — коэффициент чувствительности металла к концентрации напряжений, определяемый по рис. 8.

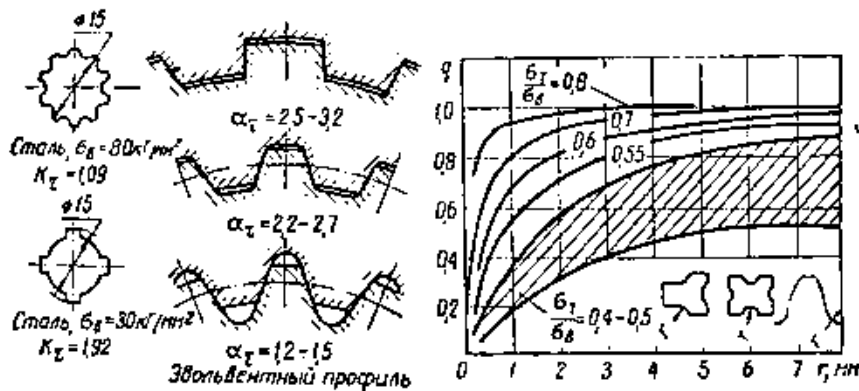


Рис. 8. Значение эффективных k_T и теоретических α_T коэффициентов концентрации для зубчатых (шлицевых) соединений некоторых форм и коэффициент q чувствительности материала к концентрации напряжений.

Значения k_0 для болтовых соединений при растяжении-сжатии для $d = 12$ мм

σ_0 , кг/мм ²	k_0	
	Метрическая резьба	Дюймовая резьба
40	3,0	2,2
60	3,9	2,9
80	4,8	3,5
100	5,2	3,8

На рис. 9 и 10 представлены теоретические коэффициенты концентрации для прямоугольной полосы и эвольвентных зубьев. Эффективные коэффициенты определяются по тем же формулам, что и для шлицевых валов (см. стр. 240).

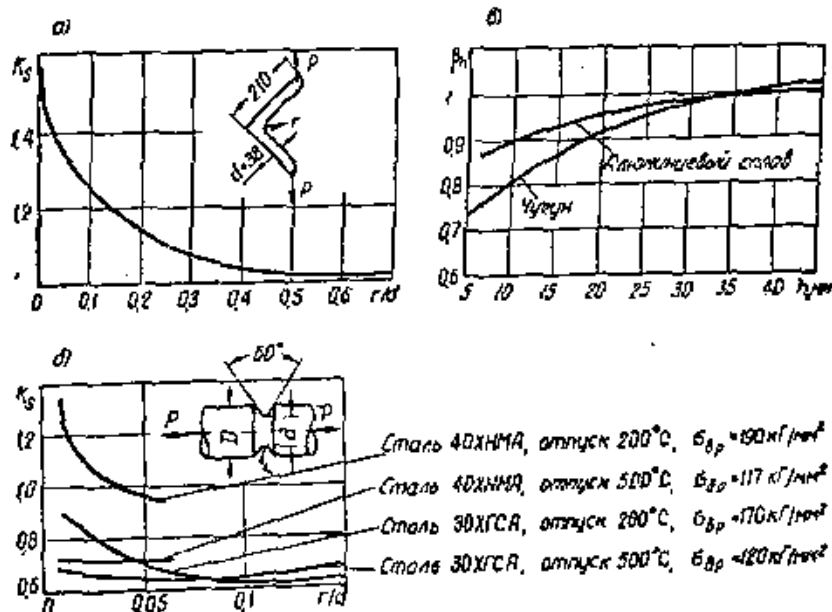
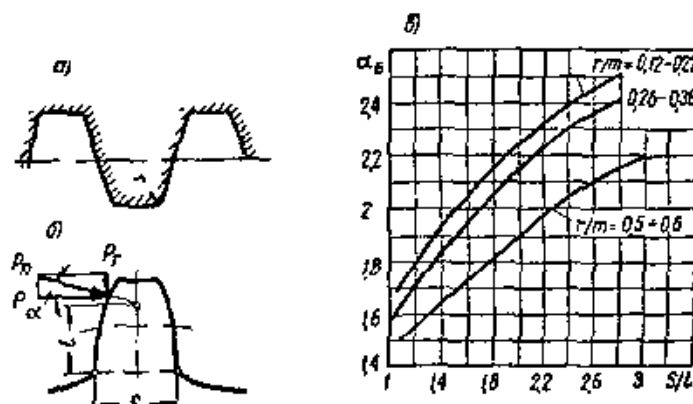
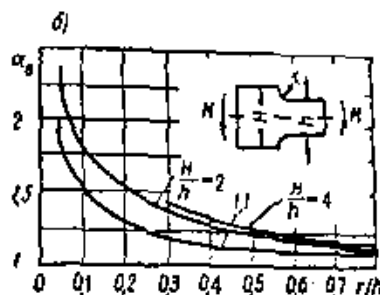
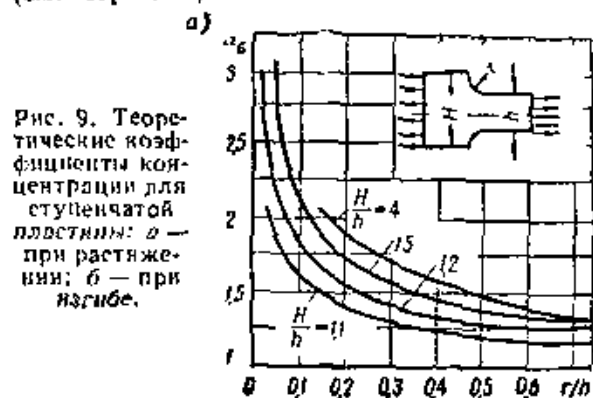


Рис. 11. Некоторые данные для расчета на прочность деталей из хрупких материалов: а — коэффициент концентрации K_S для изгиба чугунного уголка; б — коэффициент β для кольцевой выточки при растяжении; в — коэффициенты K_S для длины и высоты сечения

Коэффициенты влияния состояния поверхности и поверхностного упрочнения

Влияние механической обработки и коррозии

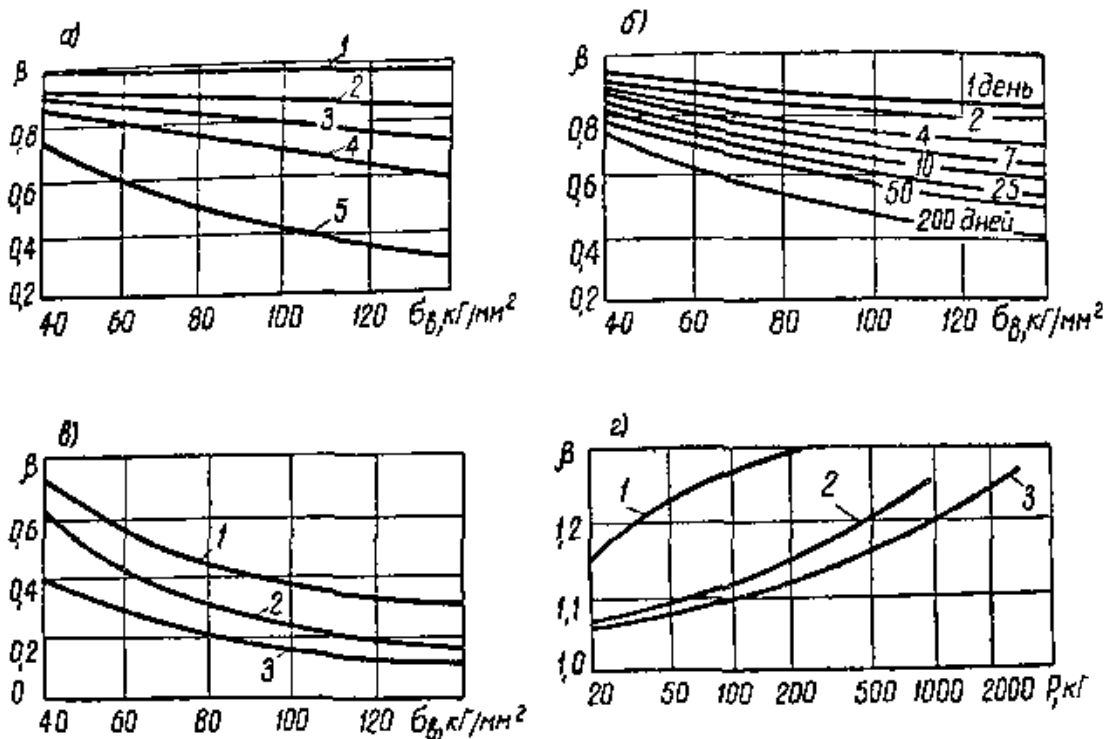


Рис. 12. Значение коэффициентов β : а — влияние обработки: 1 — зеркальное полирование; 2 — тонкое шлифование; 3 — тонкая обточка; 4 — грубая обточка или шлифование; 5 — наличие окалины; б — влияние коррозии до нагружения; в — влияние коррозии в процессе работы: 1 — пресная вода с концентрацией напряжений; 2 — пресная вода без концентрации или морская вода с концентрацией напряжений; 3 — морская вода без концентрации напряжений; г — влияние накатки роликом; д — диаметр образца без концентрации: 1 — 18 мм; 2 — 25 мм; 3 — 50 мм.

Влияние поверхностной закалки токами высокой частоты*

Материал	Тип образцов	Диаметр образца, мм	β
Углеродистые и легированные конструкционные стали	Без концентрации напряжений	7—20	1,3—1,6
		30—40	1,2—1,5
	С концентрацией напряжений	7—20	1,6—2,8
		30—40	1,5—2,5

* Данные, приведенные в таблице, соответствуют случаю изгиба с вращением. Толщина закаленного слоя 0,9—1,5 мм.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

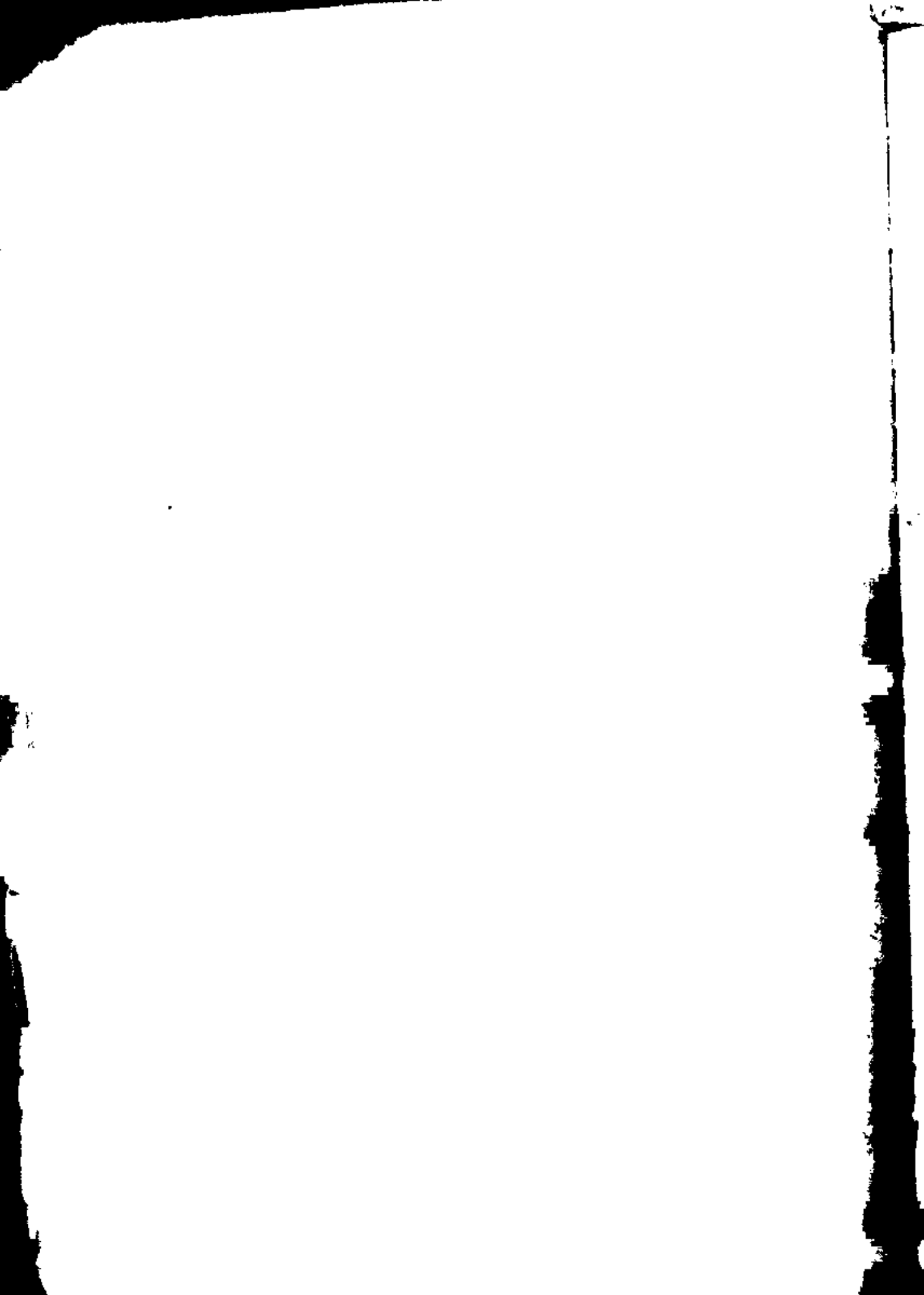
Продолжение

Влияние химико-термической обработки на предел выносливости

Наименование процесса химико-термической обработки	Тип образца	Диаметр образца, мм	β
Азотирование при толщине слоя 0,1—0,4 мм, твердость слоя HV = 730 ÷ 970	Без концентрации напряжений	8—15	1,15—1,25
		30—40	1,10—1,15
	С концентрацией напряжений (поперечное отверстие, надрез)	8—15	1,9—3
		30—40	1,3—2
Цементация при толщине слоя 0,2—0,6 мм	Без концентрации напряжений	8—15	1,2—2,1
		30—40	1,10—1,5
	При наличии концентрации напряжений	8—15	1,5—2,5
		30—40	1,2—2
Цианирование при толщине слоя 0,2 мм	Без концентрации напряжений	10	1,8

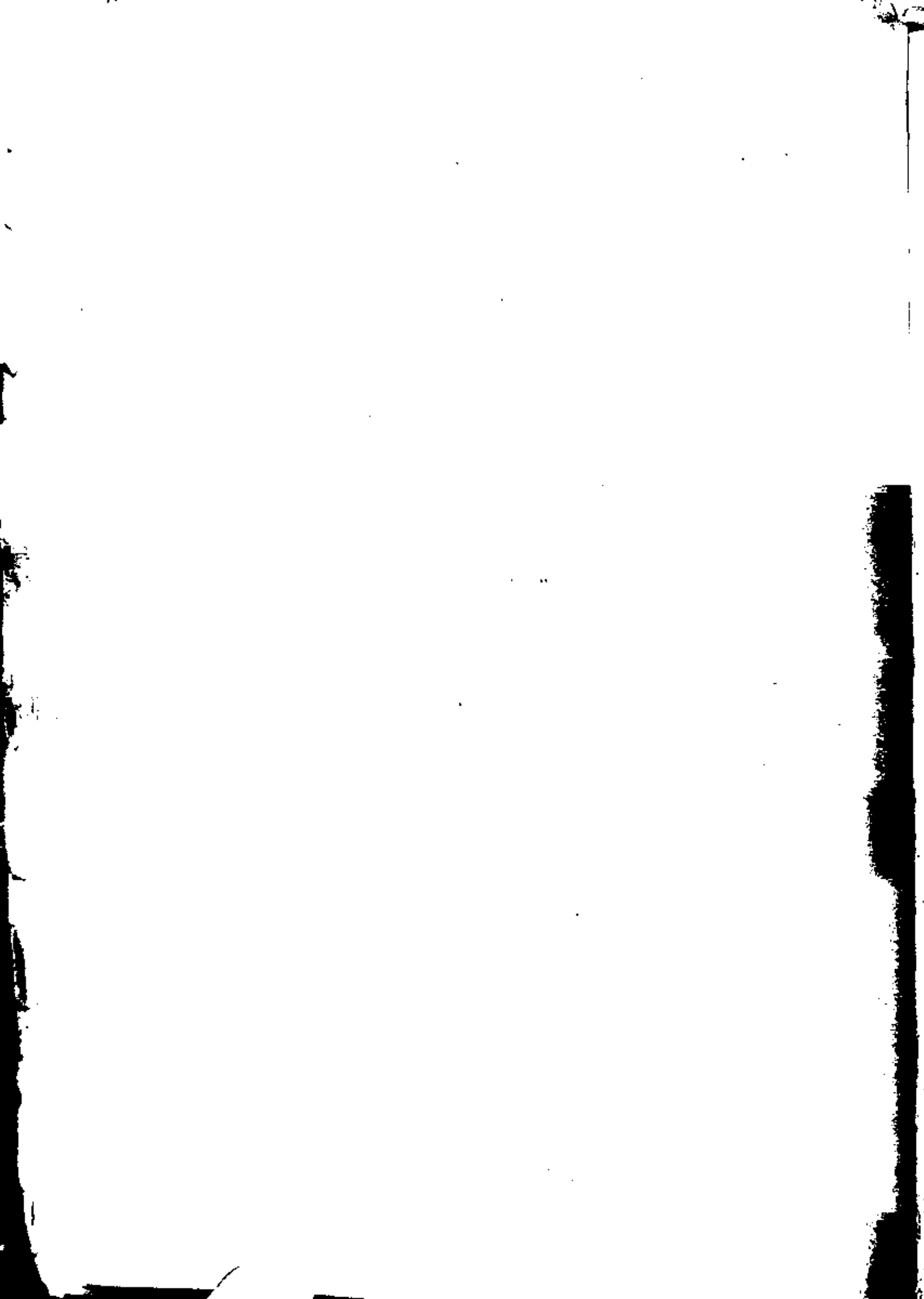
Влияние поверхностного наклепа на предел выносливости

Тип стали или легкого сплава	Способ обработки	Тип образца	Диаметр образца, мм	β
Углеродистые и легированные конструкционные стали	Обкатка роликом	Без концентрации напряжений	7—20	1,2—1,4
			30—40	1,1—1,25
	С концентрацией напряжений	7—20	1,5—2,2	
		30—40	1,3—1,8	
	Обдувка дробью	Без концентрации напряжений	7—20	1,1—1,3
			30—40	1,1—1,2
С концентрацией напряжений	7—20	1,4—2,5		
	30—40	1,1—1,5		
Алюминиевые и магниевые сплавы	Обдувка дробью	Без концентрации напряжений	8	1,05—1,15



РАЗДЕЛ ПЯТЫЙ

ДЕТАЛИ МАШИНЫ

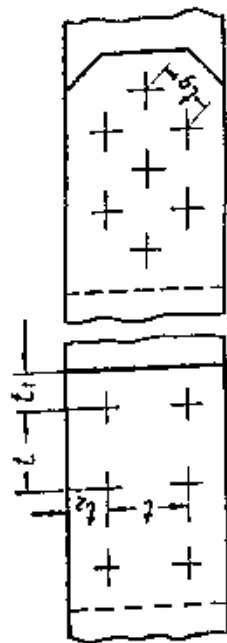


ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ *

1. ПРОЧНЫЕ ШВЫ

Размещение заклепок и допускаемые напряжения

Размещение заклепок в прочных швах



d — диаметр поставленной заклепки (диаметр отверстия), мм;
 s — толщина листа, мм.

Вид проверки	При растяжении	При сжатии	При обрезных кромках	При необрезных кромках
Из условий прочности и технологии	$l > 3d,$ $l_a > 3,5d$	При сжатии	$l_1 > 1,5d,$ $l_2 > 1,2d$	$l_1 > 2d$ $l_2 > 1,5d$
Из условий плотности и нераскопления листов	В крайних рядах без окаймляющих уголков $l < 8d$ или $l < 12s$ В крайних рядах при наличии окаймляющих уголков и в средних рядах $l < 16d$ или $l < 12d$ или $l < 24s,$ $l < 18s$	При сжатии	$\Sigma s < (4,5 + 5)d,$ $l_1 = l_2 < 4d,$ или $l_1 = l_2 < 8s$	$\Sigma s < (4,5 + 5)d,$ $l_1 = l_2 < 4d,$ или $l_1 = l_2 < 8s$

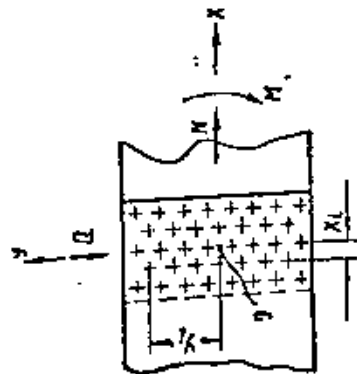
* Здесь приводятся приняты в машиностроении метод расчета по допускаемым напряжениям. При расчете по предельным состояниям (строительные конструкции) следует пользоваться указанными [30].

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Расчет прочных швов

Расчетная схема соединения



O — геометрический центр соединения;

M — изгибающий момент, кг/см;

N — продольная сила, кг;

Q — поперечная сила, кг.

Если часть нагрузок отсутствует или при расчете не учитывается, то в приведенных ниже расчетных формулах они приравняются нулю.

Проверка прочности основного материала

1. При работе соединения на растяжение и изгиб по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{осл}}} + \frac{M}{W_{\text{осл}}} \approx \frac{1}{\psi} \left(\frac{N}{F_{\text{полн}}} + \frac{M}{W_{\text{полн}}} \right) \leq [\sigma]_p$$

где σ — расчетное напряжение, кг/см²;

$F_{\text{полн}}$, $F_{\text{осл}}$ — площади полного и ослабленного отверстиями под заклепки сечений листа, см²;

$W_{\text{полн}}$, $W_{\text{осл}}$ — моменты сопротивления изгибу, соответствующие $F_{\text{полн}}$, $F_{\text{осл}}$, см³;

ψ — коэффициент прочности шва;

$$\psi = \frac{t-d}{t}$$

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

2. При работе соединения на сжатие по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{сжл}}} \approx \frac{N}{\psi F_{\text{полн}}} \leq \varphi [\sigma]_p,$$

где φ — коэффициент уменьшения допускаемых напряжений при продольном изгибе (см. стр. 214)
 3. При работе соединения на сжатие и изгиб см. [16], [36].

Проверка прочности заклепки

На срез	На смятие	На отрыв головки
$\tau_{\text{ср}} = \frac{P_0}{k \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]_{\text{ср}}$	$\sigma_{\text{см}} = \frac{P_0}{d_s} \leq [\sigma]_{\text{см}}$	$\sigma_{\text{отр}} = \frac{P_0}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\sigma]_{\text{отр}}$

В приведенных формулах: k — число сечений среза одной заклепки;

P_0 — наибольшее расчетное усилие, приходящееся на одну заклепку, кг

$$P_0 = \sqrt{\left[\frac{M y_{\text{max}}}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} + \frac{N}{n} \right]^2 + \left[\frac{M x_{\text{max}}}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} + \frac{Q}{n} \right]^2},$$

где n — полное число заклепок в соединении;

x_i, y_i — координаты центра i -ой заклепки относительно геометрического центра соединения, см;

$x_{\text{max}}, y_{\text{max}}$ — координаты заклепки, наиболее удаленной от центра соединения, см;

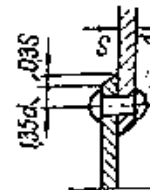
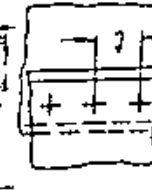
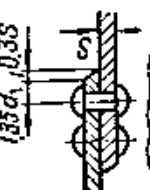
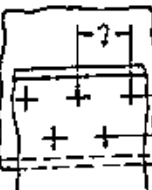
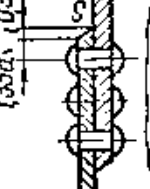
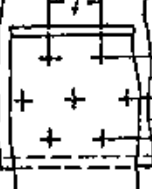
$\sum (x_i^2 + y_i^2)$ — сумма квадратов координат всех n заклепок соединения, см².

ЗАКЛЕПочные СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

II. ПЛОТНО-ПРОЧНЫЕ ШВЫ

Основные данные для плотно-прочных швов

		Внахлестку и в стык с односторонней накладкой		С двухсторонними накладками		
Нагрузка на единицу длины шва q , кг/мм Коэффициент прочности шва для предварительных расчетов ψ Условное напряжение в заклепках для проверки шва на плотность τ_{ϕ} , кг/см ²	До 50	35—95	45—135	45—135	45—230	
	0,56—0,60	0,70	0,75	0,75	0,85	
	600—700	600—650	550—600	2(475 + 575)	2(450 + 550)	
						
	$d = s + 8$ $t = 2d + 8$	$d = s + 8$ $t = 2,6d + 15$	$d = s + (6 + 8)$ $t = 3d + 22$	$s_H = (0,6 - 0,7) s$ $d = s + (5 + 6)$ $t = 3,5d + 15$	$s_H = 0,8s$ $d = s + 5$ $t = 6d + 20$	

Примечание. Все размеры даны в миллиметрах.

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Допускаемые напряжения и расчет плотно-прочных швов

Допускаемые напряжения (в $\text{кг}/\text{см}^2$) для заклепок и основного материала

Температура стенок конструкции, °C	Основной материал на растяжение, $[\sigma]_p$						Заклепка на срез, $[\tau]_{\text{ср}}$
	внахлестку и в стык с односторонней накладкой		в стык с двусторонними накладками				
	с одним рядом заклепок		с двумя и более рядами заклепок				
	3800	4500	3800	4500	3800	4500	4500
< 250	800	950	900	1050	950	1125	760
250	—	—	850	975	900	1025	680
275	—	—	800	925	840	975	640
300	—	—	750	875	790	920	700
325	—	—	700	825	740	870	660
350	—	—	650	775	680	815	520

для стали с пределом прочности σ_s , $\text{кг}/\text{см}^2$

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Расчет прочно-плотных швов

Определяемая величина или проверка

Расчетные формулы

Усилие, приходящееся на единицу длины шва:

$$q = \frac{pD}{2 \cdot 100} \text{ кг/мм} \quad \left. \begin{array}{l} \text{где } p \text{ — давление в котле, кг/см}^2; \\ D \text{ — диаметр котла или резервуара, мм.} \end{array} \right\}$$

$$q = \frac{pD}{4 \cdot 100} \text{ кг/мм}$$

$$s = \frac{100q}{\psi[\sigma]_p} + (1 \div 3) \text{ мм}$$

Проверка заклепок:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{100qt}{kn_t \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]_{\text{ср}}$$

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{100qt}{n_t ds} \leq [\sigma]_{\text{ср}}$$

$$n_t \geq \frac{100qt}{k\tau_0 \frac{\pi d^2}{4}}$$

где n_t — количество заклепок, приходящееся на часть длины шва, равную шагу заклепок t .

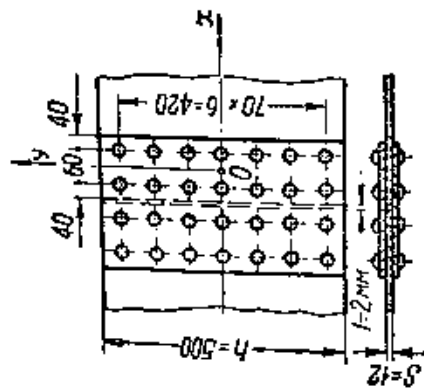
Проверка шва на плотность

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

III. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

Пример расчета прочного шва



Д а н о. Стык вертикальной стенки балки с размерами, указанными на схеме; стенка нагружена изгибающим моментом $M = 620\,000 \text{ кгсм}$ и поперечной силой $Q = 10\,000 \text{ кг}$; материал стенки — сталь Ст. 3, заклепок — Ст. 2; кромки необрезные.

Определить диаметр заклепок.

Р е ш е н и е.

1. Ориентируясь на заклепки диаметром 19—22 мм, примем расположение заклепок в стыке, как показано на схеме.
2. Определим усилие P_0 , приходящееся на наиболее нагруженную заклепку.

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Составим вспомогательную таблицу:

x _i , см	y _i , см	x _i ² , см ²	y _i ² , см ²	x _i ² + y _i ² , см ²
3	0	9	0	9
3	7	9	49	58
3	14	9	196	205
3	21	9	441	450

$$\begin{aligned} \text{Определим величину } \sum_{i=1}^{14} (x_i^2 + y_i^2) &= 2 \cdot 9 + 4(58 + 205 + 450) = \\ &= 2870 \text{ см}^2; \end{aligned}$$

Определим усилие на заклепку:

$$P_0 = \sqrt{\left[\frac{M y_{\max}}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} \right]^2 + \left[\frac{M x_{\max}}{\sum (x_i^2 + y_i^2)} + \frac{Q}{n} \right]^2} = 4740 \text{ кг}.$$

3. Определим диаметр заклепки:
из условий среза

$$d = \sqrt{\frac{4P_0}{k\pi [\tau]_{\text{ср}}}} = 1,73 \text{ см};$$

на условий смятия

$$d \approx \frac{P_0}{s [\sigma]_{\text{сж}}} = 1,65 \text{ см}.$$

Принимаем ближайший больший диаметр заклепки 19 мм (отверстие 20 мм).

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Пример расчета плотно-прочного шва

Дано. Барабан котла диаметром $D = 1400$ мм; рабочее давление $p = 12$ кг/см²; температура стенок < 250 °С; материал барабана — сталь с пределом прочности $\sigma_s = 3800$ кг/см².

Сконструировать и рассчитать продольный шов барабана.
Решение.

1. Примем двухрядный шов с двусторонними накладками.
2. Усилие на единицу длины шва

$$q = \frac{\rho D}{2 \cdot 100} = 84 \text{ кг/мм.}$$

3. Требуемая толщина листа барабана

$$s = \frac{100q}{\psi[\sigma]_p} + (1 + 3) = 14 \text{ мм.}$$

4. Диаметр и шаг заклепок (отверстий)

$$d = s + (5 + 6) = 20 \text{ мм.}$$

$$t = 3,5d + 15 = 85 \text{ мм.}$$

ЗАКЛЕПОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

5. Проверка прочности заклепок:
на срез

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{100qt}{kn_t \frac{\pi d^2}{4}} = 570 \text{ кг/см}^2 < [\tau_{\text{ср}}]'$$

на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{100qt}{n_t ds} = 1280 \text{ кг/см}^2 < [\sigma]_{\text{см}}'$$

6. Толщина накладки

$$s_{\text{н}} = (0,6 + 0,7) s = 10 \text{ мм.}$$

7. Напряжения растяжения в накладках

$$\sigma = \frac{100qt}{2s_{\text{н}}(f - d)} = 550 \text{ кг/см}^2 < [\sigma]_{\text{р}}.$$

8. Проверка шага на плотность

$$n_t = 2 > \frac{100qt}{k\tau_0 \frac{\pi d^2}{4}} = 1,97.$$

СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ *

1. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Допускаемые напряжения для сварных швов металлических конструкций в машиностроении

Тип сварного шва	Род напряжения	Допускаемые напряжения при сварке, кг/см ²							
		ручная, электродами Э34		ручная, электродами Э42, Э42А, Э50А, Э55А и при автоматической под слоем флюса для соединений из стали марок				15ХСНД (НЛ-2)	
		Ст. 0, Ст. 2	Ст. 3		15ХСНД (НЛ-2)				
		1	II	1	II	I	II	I	II
Встык	Растяжение $[\sigma]_p$	1000	1100	1100	1250	1300	1450	1800	2050
	Сжатие $[\sigma]_{сж}$	1100	1250	1250	1450	1450	1600	2000	2300
Встык, угловые и прочее	Срез $[\tau]_{ср}$	800	1000	1000	1100	1100	1250	1550	1800

Примечания: 1. I — при учете основных нагрузок. II — при учете основных и дополнительных нагрузок.

2. Допускаемые напряжения для основного материала см. раздел «Заклепочные соединения».

3. Если качество сварных соединений встык, работающих на растяжение и выполненных ручной сваркой электродами Э42, Э42А, Э50А и Э55А, проверяется способами повышенного контроля (просвечивание и т. п.), то допускаемые напряжения растяжения можно принимать равными допускаемым напряжениям сжатия.

4. Для швов грузоподъемных конструкций допускаемые напряжения снижаются умножением на 0,86.

* Здесь приводится принятый в машиностроении метод расчета по допускаемым напряжениям. При расчете по предельным состояниям (строительные конструкции) следует пользоваться указаниями [20].

СВАРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Допускаемые напряжения для сварных швов деталей машин

Тип сварного соединения	Род напряжения	Допускаемые напряжения при сварке, кг/см ²	
		ручная, электродами Э42	автоматическая, под слоем флюса; контактная стыковая с оплавлением; ручная, электродами ЭКА
Встык	Растяжение	0,9 [σ] _p	[σ] _p
	Сжатие	[σ] _p	[σ] _p
	Срез	0,6 [σ] _p	0,65 [σ] _p

При работе соединений при переменных и знакопеременных нагрузках допускаемые напряжения понижаются умножением на коэффициент γ, величина которого зависит от отношения $\frac{N_{min}}{N_{max}}$, наименьшего и наибольшего по абсолютной величине усилий в соединении, взятых с их знаками

$\frac{N_{min}}{N_{max}}$	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1
Стыковой шов; основной металл точечного шва в зоне связующей (нерабочей) точки; материал точки на срез, γ _{ст}	1	1	1	1	1	1	0,93	0,88	0,83	0,79	0,75
Основной металл точечных швов в зоне рабочей точки, γ _т	1	0,89	0,81	0,73	0,68	0,63	0,58	0,54	0,51	0,48	0,46
Угловые швы и прочие, γ _{угл}	1	0,93	0,88	0,83	0,79	0,75	0,71	0,68	0,65	0,62	0,60

II. ТИПЫ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ И РАСЧЕТЫ ПРОЧНОСТИ

Соединения встык

1. Все виды подготовки кромок (см. [1]) принимаются равноценными.

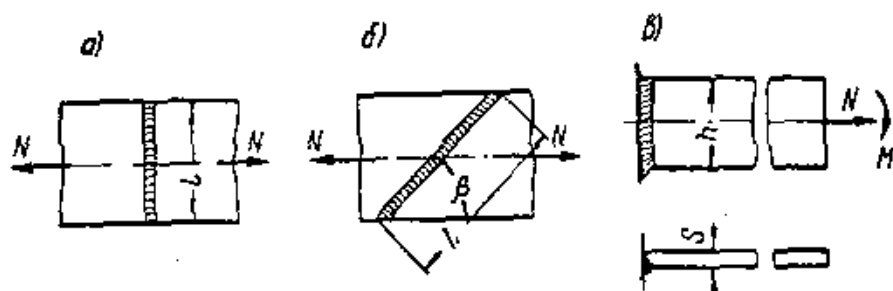


Рис. 1. Соединения встык.

2. Наибольшее расчетное усилие растяжения или сжатия, допускаемое для данного соединения встык (рис. 1, а, б), определяется по формулам

$$N = ls[\sigma]_p \text{ или } N = ls[\sigma]_{сж},$$

где N — допускаемое усилие, кг;

l — длина шва, см;

s — толщина свариваемых листов, см.

Сварное соединение встык, выполненное косым швом (рис. 1, б) с углом $\beta = 45^\circ$ при ручной сварке электродами Э42 и Э42А и автоматической сварке под слоем флюса, считается равнопрочным целому сечению.

3. Расчет прочности соединения встык, работающего на сложное сопротивление (рис. 1, в), ведется по формуле

$$\sigma = \frac{6M}{sh^2} + \frac{N}{sh} \leq [\sigma]_p,$$

где σ — расчетное напряжение, кг/см²;

M — изгибающий момент, кг/см;

h — высота листа, см;

N — продольная сила, кг.

Соединения внахлестку

1. Соединения внахлестку выполняются угловыми (валиковыми) швами: лобовыми (рис. 2, а), фланговыми (рис. 2, б), косыми (рис. 2, в) и комбинированными (рис. 2, г) с нормальной (рис. 2, д) и улучшенной (рис. 2, е) формой сечения углового шва, достигаемой механической обработкой после

сварки. Другой улучшенной формой углового шва является форма шва по рис. 2, з, которая практически получается чаще всего по рис. 2, и.

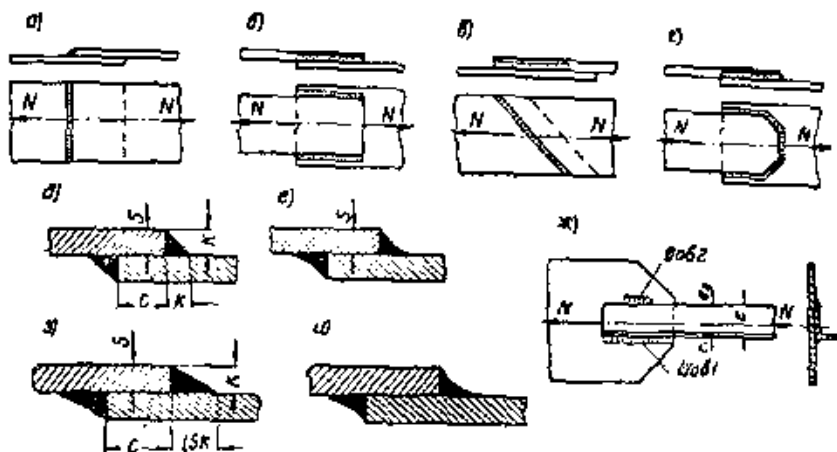


Рис. 2. Соединения внахлестку.

2. Минимальная длина углового шва не должна быть менее 30 мм, так как при меньшей длине дефекты в начале и в конце шва значительно снижают его прочность. Длина фланговых швов не должна превышать 50—60 величин катета шва. Максимальная длина лобового и косоого швов не ограничивается. Минимальная величина катета шва принимается равной 3 мм, если толщина металла ≥ 3 мм. Величина нахлестки c (рис. 2, б) должна быть не менее $4s_{min}$.

3. Расчет прочности угловых швов всех типов производится на срез по критическому сечению, совпадающему с биссектрисой прямого угла.

Нагрузочная способность соединения, состоящего из лобовых и фланговых швов, определяется по формуле

$$N = \sum 0,7kl [\tau]_{ср} = 0,7kL [\tau]_{ср},$$

где N — допускаемое продольное усилие, кг;
 l — длины отдельных участков швов, см;
 L — длина всего периметра угловых швов, см;
 k — величина катета шва, см.

4. При сварке элементов с несимметричным сечением (например, уголкового профиля) усилия, передаваемые на швы 1 и 2 (рис. 2, ж), и длины этих швов определяются по формулам:

$$N_1 = N \frac{e_2}{e}, \quad N_2 = N \frac{e_1}{e},$$

$$l_1 = \frac{N_1}{0,7k [\tau]_{ср}}, \quad l_2 = \frac{N_2}{0,7k [\tau]_{ср}},$$

5. При расчете прочности соединений, состоящих из нескольких угловых швов и работающих на сложное сопротивление (рис. 3, а), чаще всего

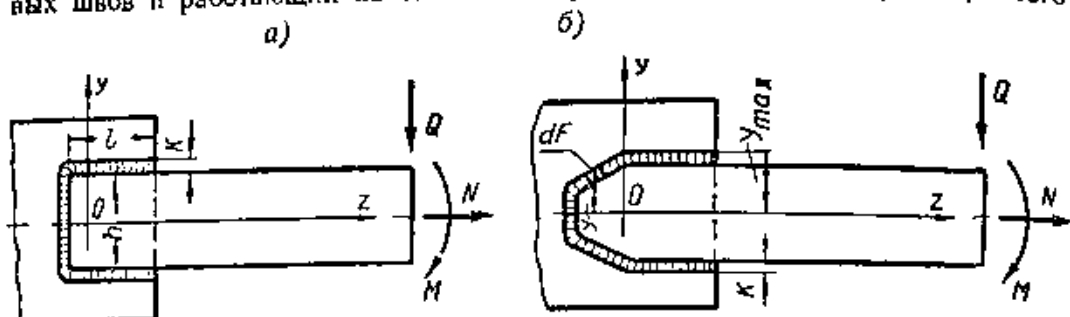


Рис. 3. К расчету соединений внахлестку на сложное сопротивление.

исходят из принципа независимости действия сил и определяют напряжения по формуле

$$\tau = \frac{1}{0,7k} \left[\frac{6M}{6l(h+k) + h^2} + \frac{N}{2l+h} \right].$$

При этом принимается, что перерезывающая сила Q воспринимается только вертикальными (вообще — параллельными линии действия Q) швами, вызывая в них напряжения

$$\tau_Q = \frac{Q}{0,7kh},$$

и проверка прочности производится по условной геометрической сумме

$$\tau_p = \sqrt{\tau^2 + \tau_Q^2} \leq [\tau]_{cp}.$$

При сложной конфигурации соединения (рис. 3, б) удобнее пользоваться формулой

$$\tau = \frac{My_{max}}{I_2} + \frac{N}{0,7kL} \leq [\tau]_{cp},$$

где y_{max} — наибольшее расстояние шва от продольной оси z соединения, см;

I_2 — момент инерции периметра швов относительно оси z , см⁴.

Соединения втавр и угловые

1. Эти соединения, так же как и соединения встык и внахлестку, выполняются автоматическим или ручным методами. Соединения по

рис. 4, б—г обеспечивают лучшую передачу усилий. Подготовка кромок и размеры швов см. [1].

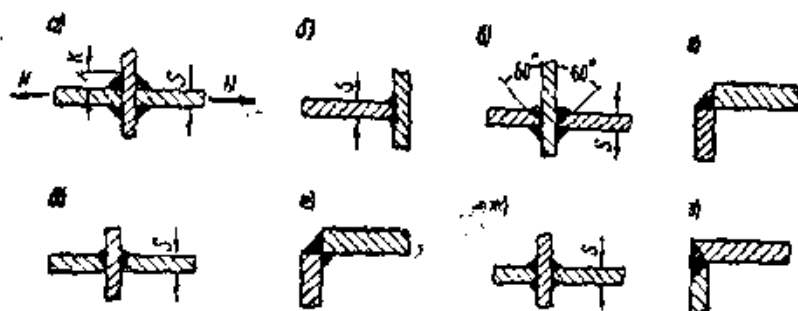


Рис. 4. Соединения втавр и угловые.

2. Соединения по рис. 4, а при работе на растяжение рассчитываются по формуле

$$N = 1,4kl [\tau]_{\text{ср}}$$

где N — допускаемое усилие, кг;
 l и k — длина и катет шва, см.

3. Соединения по рис. 4, б—г рассчитываются по формулам на растяжение

$$N = ls [\sigma]_{\text{р}}$$

на сжатие

$$N = ls [\sigma]_{\text{сж}}$$

где s — толщина листа, см.

4. Соединения по рис. 4, д достигаются проплавлением кромок при автоматической сварке под слоем флюса и рассчитываются на прочность так же, как и соединения по рис. 4, б—г.

5. Угловые соединения (рис. 4, е—г), как правило, формируют сечение из отдельных элементов и расчету прочности не подвергаются.

Соединения прорезные и пробочные

1. Прорезные соединения (рис. 5, а, б) допускаются лишь в случаях, когда угловые швы недостаточны для скрепления элементов. Рекомендуемые размеры прорезей: ширина $a = 2s$, длина $l = (10 + 25)s$, где s — толщина металла.

Прорезь располагается в направлении параллельном действующим силам.

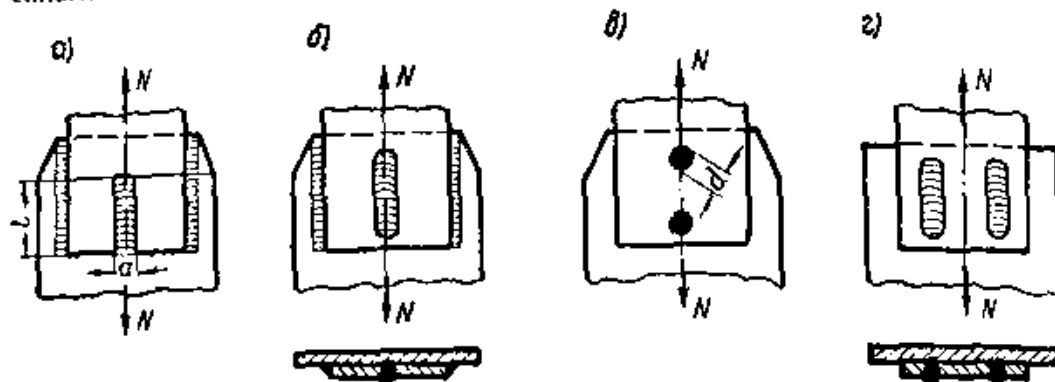


Рис. 5. Соединения прорезные и пробочные.

2. Расчет прорезных швов ведется по формуле

$$N = 2ls [\tau]_{\text{ср}},$$

где N — допускаемое усилие на прорезь, кг.

3. Разновидностью прорезного соединения является проплавной нахлесточный шов (рис. 5, г), выполняемый автоматической сваркой под слоем флюса.

4. Пробочные соединения (проплавные электрозаклепки, рис. 5, в) допускаются в качестве нерабочих для повышения плотности прилегания соприкасающихся элементов.

Соединения при контактной сварке

1. Контактным стыковым методом можно сваривать заготовки различного профиля поперечного сечения. При этом на длину заготовок следует предусматривать припуски по таблице (для круглых сечений):

Диаметр детали, мм	Площадь сечения, мм ²	Припуск на соединение, мм	Диаметр детали, мм	Площадь сечения, мм ²	Припуск на соединение, мм
10—14	80—150	8	35—44	960—1500	18—20
15—24	180—450	10—12	45—54	1600—2260	22
25—34	490—900	14—16	55—65	2370—3300	24

2. При точечной сварке число и суммарная толщина соединяемых элементов зависят от типа применяемых машин и режима сварки. Диаметр точки не превышает $d = 1,5s + 5$ мм, где s — наименьшая толщина свариваемых элементов. Расстояние между точками $a \geq 3d$, но не менее 60 мм при двух элементах (рис. 6, а, в) $a \geq 4d$, но не менее 80 мм при трех соединяемых толщинах (рис. 6, б, е).

Расстояние от ряда точек до ребер жесткости, кромок уголков и тому подобных элементов (рис. 6, в, г) должно быть не менее $2a$.

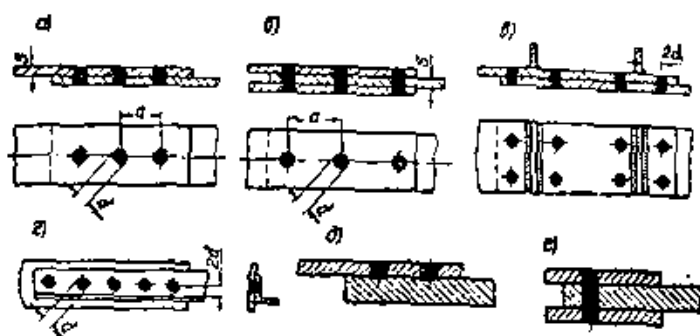


Рис. 6. Точечные соединения.

Точки рассчитываются на срез по формуле

$$\tau = \frac{N}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]_{\text{ср}}$$

где τ — действующее напряжение, кг/см^2 ;
 N — продольное усилие, кг ;
 n — число точек в соединении.

III. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ

Пример расчета соединения элементов с несимметричным профилем

Дано. Соединение с размерами по схеме рис. 7, а; площадь сечения уголка $120 \times 80 \times 10$ $F = 19,2 \text{ см}^2$; материал — сталь Ст. 3; допускаемое напряжение $[\sigma]_p = 1600 \text{ кг/см}^2$; электрод Э42; катет шва $k = 1 \text{ см}$.

Определить длину швов, обеспечивающих равнопрочность соединения и целого сечения.

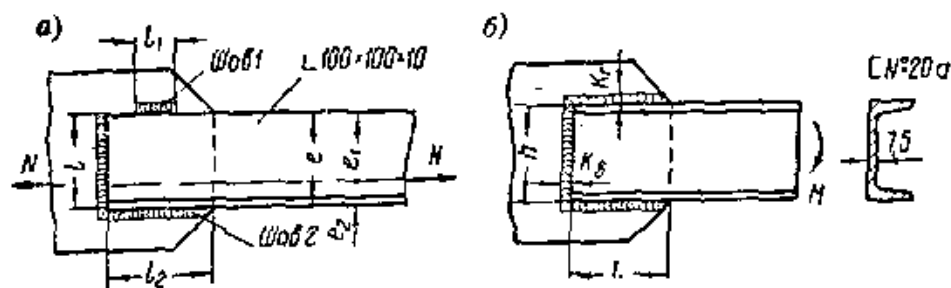


Рис. 7. К примерам расчета сварных соединений.

Решение.

1. Определим расчетное усилие по формуле

$$N = F [\sigma]_p = 19,2 \cdot 1600 = 30\ 800 \text{ кг.}$$

2. Требуемая длина периметра швов

$$L = \frac{N}{0,7k [\tau]_{\text{ср}}} = \frac{30\ 800}{0,7 \cdot 1 \cdot 1100} = 40 \text{ см.}$$

3. Требуемая длина фланговых швов

$$l_{\text{фл}} = l_1 + l_2 = L - l = 40 - 10 = 30 \text{ см.}$$

$$l_1 = l_{\text{фл}} \frac{e_2}{e} = 30 \frac{2,83}{10} = 8,5 \text{ см.}$$

$$l_2 = l_{\text{фл}} \frac{e_1}{e} = 30 \frac{7,17}{10} = 21,5 \text{ см.}$$

Принимаем $l_1 = 9 \text{ см.}$, $l_2 = 22 \text{ см.}$

Пример расчета соединения, работающего на изгиб

Дано. Соединение по схеме рис. 7, б, нагруженное моментом $M = 2,4 \text{ тм}$; швеллер № 20а; материал — сталь Ст. 2; $[\sigma]_p = 1400 \text{ кг/см}^2$; электрод Э42, $[\tau]_{\text{ср}}' = 1000 \text{ кг/см}^2$; катет горизонтальных швов $k_r = 1 \text{ см}$, вертикального — $k_b = 0,7$.

Определить длину l горизонтальных швов.

Решение

$$l = \frac{M - \frac{0,7k_b h^2}{6} [\tau]_{\text{ср}}'}{0,7k_r (h + k_r) [\tau]_{\text{ср}}'} = \frac{240000 - \frac{0,7 \cdot 0,7 \cdot 20^2}{6} 1000}{0,7 \cdot 1 \cdot (20 + 1) 1000} = 14 \text{ см.}$$

ПРЕССОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Под прессовыми соединениями имеются в виду соединения с гарантированным натягом, сборка которых осуществляется:

- 1) под прессом;
- 2) нагревом охватываемой детали;
- 3) охлаждением охватываемой детали;
- 4) комбинацией первых трех способов.

Выбор посадки

1. Если прессовое соединение должно передавать внешние нагрузки без относительного сдвига деталей, то необходимо создать в соединении удельные давления, определяемые по формулам

$$p = \frac{N}{\pi d l f} \quad \text{или} \quad p = \frac{2M_k}{\pi d^2 l f}$$

где p — удельное давление на поверхности соприкосновения сопрягаемых деталей, кг/мм^2 ;

N — продольная сила, стремящаяся сдвинуть одну деталь относительно другой, кг ;

M_k — крутящий момент, стремящийся провернуть одну деталь относительно другой, кгмм ;

l — длина контакта сопрягаемых деталей, мм ;

d — номинальный диаметр соединения, мм ;

f — коэффициент трения.

Обычно принимают для стальных и чугунных деталей $f \approx 0,08$ при сборке под прессом и $f \approx 0,14$ при сборке с нагревом или охлаждением.

2. По полученным значениям p определяется необходимая величина натяга в соединении по формуле (в пределах упругих деформаций)

$$\delta = \rho d \left[\frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} \right] 10^3,$$

где δ — расчетный натяг соединения, оставшийся после сглаживания гребешков, мм ;

E_1, E_2 — модули упругости материалов охватываемой и охватываемой деталей, кг/мм^2 ;

c_1, c_2 — коэффициенты, определяемые по формулам:

$$c_1 = \frac{1 + \left(\frac{d_1}{d}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^2} - \mu_1, \quad c_2 = \frac{1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{d_2}\right)^2} + \mu_2$$

где d_1, d_2 — см. рис. стр. 269, мм ;

μ_1, μ_2 — коэффициенты Пуассона для охватываемой и охватываемой деталей.

Примечание. В случае сплошного вала следует считать $d_1 = 0$.

ПРЕССОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

3. Учитывая сглаживание гребешков при запрессовке, следует назначить несколько больший натяг, определяемый по формуле

$$\Delta_{\min} = \delta + 1,2 (a_1 h_{\text{сск}_1} + a_2 h_{\text{сск}_2}),$$

где Δ_{\min} — наименьший необходимый натяг посадки, являющийся разностью диаметров деталей, измеренных до сборки, *мк*;

$h_{\text{сск}_1}, h_{\text{сск}_2}$ — значения среднеквадратической высоты неровностей на соединяемых поверхностях, *мк*;

a_1, a_2 — коэффициенты, принимаемые в зависимости от класса чистоты сопрягаемых поверхностей по таблице.

Значение a	Класс чистоты по ГОСТ 2789—59		
	6-й	7—10-й	Свыше 10
	3	4	5

Значения $h_{\text{сск}}$ в зависимости от чистоты поверхности деталей *

Класс чистоты	Обозначение чистоты	$h_{\text{сск}}$, <i>мк</i>
5-й	▽5	Свыше 3,2 до 6,3
6-й	▽6	« 1,6 » 3,2
7-й	▽7	« 0,8 » 1,6
8-й	▽8	« 0,4 » 0,8
9-й	▽9	« 0,2 » 0,4
10-й	▽10	« 0,1 » 0,2
11-й	▽11	« 0,05 » 0,1

* Данные приведены по ГОСТ 2789—51.

ПРЕССОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

4. По полученному значению Δ_{min} следует выбрать стандартную прессовую посадку, наименьшее значение натяга которой равно или больше Δ_{min} .

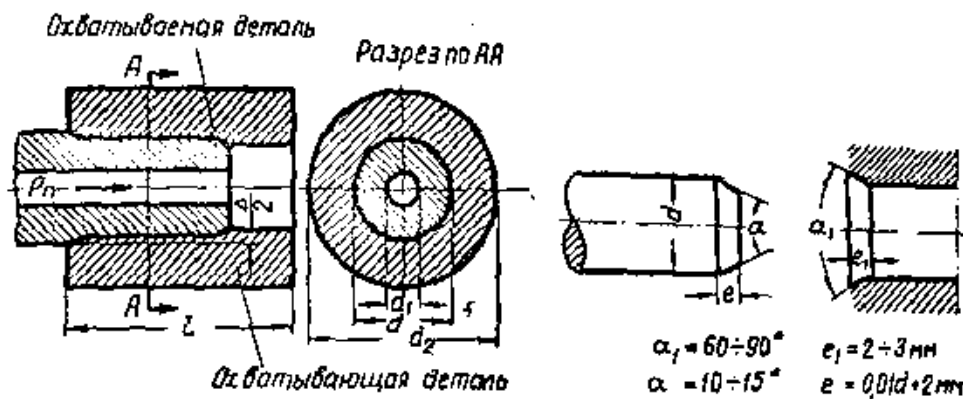


Рис. 1. Схема соединения в процессе запрессовки, форма и размеры фасок деталей, собираемых под прессом.

Расчет деталей соединения на прочность

1. Наибольшие расчетные напряжения в деталях соединения определяются по формулам:

$$\sigma_1 = p_{max} \frac{2}{1 - \left(\frac{d_1}{d}\right)^2} \cdot 10^3, \quad \sigma_2 = p_{max} \frac{1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{d_2}\right)^2} \cdot 10^3,$$

где σ_1 — наибольшие напряжения, возникающие в охватываемой детали (напряжения сжатия на внутренней поверхности канала диаметром d_1), кг/см^2 ;

σ_2 — наибольшие напряжения в охватывающей детали (напряжения растяжения на поверхности сопряжения), кг/см^2 ;

p_{max} — наибольшее удельное давление на поверхности сопряжения, кг/мм^2

$$p_{max} = \frac{\delta_{max}}{d} \cdot \frac{10^{-3}}{\left(\frac{e_1}{E_1} + \frac{e_2}{E_2}\right)},$$

где δ_{max} — наибольший натяг соединения, мм .

$$\delta_{max} = \Delta_{max} - 1,2 (a_1 h_{ск1} + a_2 h_{ск2}),$$

где Δ_{max} — наибольший натяг выбранной посадки, мм .

2. Деформации элементов соединения после запрессовки определяются по формулам:

$$\Delta d_1 = \frac{2 p_{max} d_1 d^2}{E_1 (d_2^2 - d_1^2)} \cdot 10^3, \quad \Delta d_2 = \frac{2 p_{max} d_2 d^2}{E_2 (d_2^2 - d^2)} \cdot 10^3,$$

где Δd_1 и Δd_2 — изменение первоначальных размеров d_1 и d_2 , мм .

Проверка возможности сборки соединения при нагреве или охлаждении

Возможность свободной сборки двух деталей проверяется по формуле

$$t = \frac{\Delta_{\max} + \delta_0}{\alpha d} \cdot 10^{-3}$$

где t — необходимая разность температур собираемых деталей, °С;

Δ_{\max} — наибольший натяг посадки, мк;

δ_0 — минимально необходимый зазор при сборке (принимается равным минимальному зазору посадки А/Д), мк;

α — коэффициент линейного расширения (для нагреваемой детали) или сжатия (для охлаждаемой детали), 1/°С.

Материал	E, кг/мм ² *	μ^*	$\alpha \cdot 10^6$	
			нагрев	охлаждение
Сталь и стальное литье	$2,0 \div 2,1 \cdot 10^4$	$\approx 0,3$	11	8,5
Чугунное литье	$0,75 \div 1,05 \cdot 10^4$	$\approx 0,25$	10	8
Бронза оловянистая	$0,86 \cdot 10^4$	$\approx 0,35$	17	15
Латунь	$0,8 \cdot 10^4$	$\approx 0,38$	18	16

* См. также стр. 125.

Снижение концентрации напряжений

Прессовое соединение значительно снижает усталостную прочность вала при знакопеременном изгибе. Повышение усталостной прочности прессового соединения достигается специальными конструктивными или технологическими мероприятиями. Некоторые из них приведены на рис. 2.

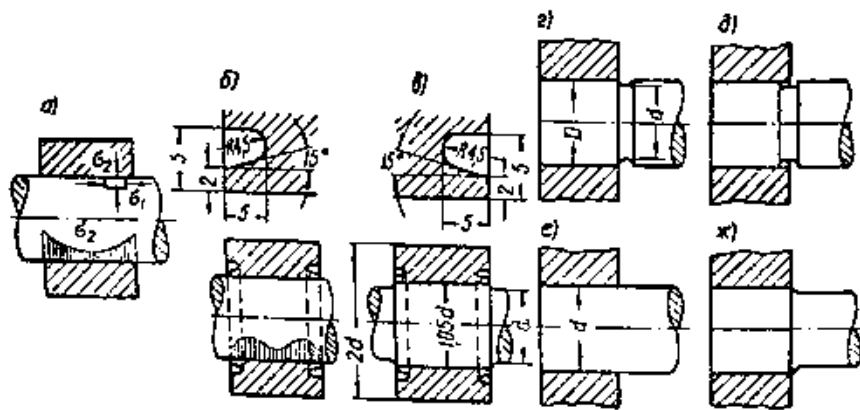


Рис. 2. Снижение концентрации напряжений в прессовых соединениях.

Разгружающие выточки в охватывающей детали (рис. 2, б) снижают эффект концентрации напряжений на 40—50% по сравнению с соединением по рис. 2, а. Сочетание выточек в ступицах с усилением подступичной части и плавными переходами (рис. 2, в) может снизить коэффициент концентрации до 1.

Разгружающие канавки у вала, нанесенные путем накатки или выдавливания (рис. 2, г, д), повышают усталостную прочность более чем на 40% по сравнению с ранее применявшимися конструкциями (рис. 2, е, ж). Резкое повышение усталостной прочности дает азотирование подступичной части вала глубиной 0,2—0,3 мм.

Пример расчета

Дано. Прессовое соединение по схеме рис. 1 с размерами $d = 60$ мм, $d_1 = 0$, $d_2 = 120$ мм, $l = 90$ мм; соединение должно передавать крутящий момент $M_k = 100$ кгм; материал деталей — сталь 40 с пределом текучести $\sigma_T = 36$ кг/мм²; обработка вала — ▽7, ступицы — ▽6.

Выбрать стандартную посадку и проверить возможность сборки при нагреве ступицы в масле.

Решение

1. Выбор посадки:

$$p = \frac{2M_k}{\pi d^2 l} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 1000}{\pi \cdot 60^2 \cdot 90 \cdot 0,14} = 1,40 \text{ кг/мм}^2,$$

$$c_1 = 1 - \mu_1 = 1 - 0,3 = 0,70,$$

$$c_2 = \frac{1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{d_2}\right)^2} + \mu_2 = \frac{1 + \left(\frac{60}{120}\right)^2}{1 - \left(\frac{60}{120}\right)^2} + 0,3 = 1,96,$$

$$\delta = pd \left[\frac{c_1 + c_2}{E} \right] \cdot 10^3 = 1,40 \cdot 60 \left[\frac{0,70 + 1,96}{2,1 \cdot 10^4} \right] \cdot 10^3 = 11 \text{ мк},$$

$$\Delta_{\min} = \delta + 1,2 (a_1 h_{\text{ск}_1} + a_2 h_{\text{ск}_2}) = 11 + 1,2 (4 \cdot 1,6 + 3 \cdot 3,2) = 30 \text{ мк}.$$

Удовлетворяет посадка А₇/Пр2₃ ($\Delta_{\min} = 30$ мк, $\Delta_{\max} = 150$ мк).

2. Проверка прочности деталей:

$$\delta_{\max} = \Delta_{\max} - 1,2 (a_1 h_{\text{ск}_1} + a_2 h_{\text{ск}_2}) = 150 - 1,2 (4 \cdot 1,6 + 3 \cdot 3,2) = 131 \text{ мк},$$

$$p_{\max} = \frac{\delta_{\max}}{d} \cdot \frac{10^{-3}}{\left(\frac{c_1 + c_2}{E}\right)} = \frac{131}{60} \cdot \frac{10^{-3}}{\left(\frac{0,70 + 1,96}{2,1 \cdot 10^4}\right)} = 17,2 \text{ кг/мм}^2,$$

$$\sigma_2 = p_{\max} \frac{1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{d_2}\right)^2} \cdot 10^2 = 17,2 \cdot 1,66 \cdot 10^2 = 2860 \text{ кг/см}^2.$$

Так как запас прочности против пластических деформаций при этом получается низким $\left(\frac{36}{28,6} = 1,26\right)$, необходим селективный подбор сопрягаемых деталей, обеспечивающий $\Delta'_{\max} = 0,5 \Delta_{\max}$.

3. Проверка возможности сборки:

$$t = \frac{\Delta'_{\max} + \delta_0}{\alpha d} \cdot 10^{-3} = \frac{(75 + 12) \cdot 10^{-3}}{11 \cdot 10^{-6} \cdot 60} = 132^\circ\text{C}.$$

Такой нагрев детали обеспечивается без труда.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

I. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ОСНОВНЫМ СЛУЧАЯМ РАСЧЕТОВ *

Соединение	Характеристика соединения	Нагрузка	Указания к расчетам	
			ориентировочному	проверочному
Ненапряженное	До приложения внешней нагрузки напряжения в деталях резьбового соединения отсутствуют	Осевая	—	См. стр. 275
	До приложения внешней нагрузки напряжения в деталях резьбового соединения отсутствуют, но соединение подтягивается под нагрузкой, вследствие чего в болте возникают напряжения кручения	Осевая	—	См. стр. 275
Напряженное	До приложения внешней нагрузки в деталях соединения заранее созданы напряжения при затягивании гайки	Осевая	Для болтов с основной метрической резьбой из стали Ст. 3 и сталей 35 и 40Х размером от 6 до 36 мм нагрузки можно определять по таблице на стр. 280	См. стр. 276
		Поперечная		Болт поставлен в соединении с зазором (см. стр. 274) Болт поставлен без зазора (см. стр. 274)
		Внецентренная	—	См. стр. 276
		Клеммовое соединение	—	См. стр. 276

* К основным случаям расчетов условно отнесены расчеты резьбовых соединений, работающих при статическом нагружении и нормальной температуре, нагруженные силами, действующими вдоль оси и имеющие размеры, отвечающие размерам стандартных резьбовых изделий. Остальные случаи расчетов, условно отнесенные к особым случаям, приведены: расчет нестандартных резьбовых соединений см. [32], стр. 224; расчет напряженных соединений при действии знакопеременной нагрузки см. [26], стр. 180 и 187—191; расчет группового болтового соединения см. [26], стр. 155; расчет болтов, работающих при высоких температурах, см. [26], стр. 191.

II. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Величина допускаемого напряжения $[\sigma]_p = k_1 \sigma_T$ зависит не только от материала резьбовой детали и вида нагрузки, но и от величины диаметра резьбы.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Отношение $\frac{[\sigma]_p}{\sigma_T} = k_1$ для болтов

Материал болта	Постоянная нагрузка			Переменная нагрузка (от 0 до max)		
	наружный диаметр резьбы, мм			наружный диаметр резьбы, мм		
	6—16	16—30	30—60	6—16	16—30	30—60
Углеродистая сталь	0,20—0,25	0,25—0,40	0,40—0,60	0,08—0,12	0,12	0,12—0,08
Легированная сталь	0,15—0,20	0,20—0,30	0,30	0,10—0,15	0,15	0,15—0,10

III. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Расчет болта на растяжение

Площадь поперечного сечения болта по внутреннему диаметру резьбы F_1

$$F_1 = \frac{P_p}{[\sigma]_p} \quad (1)$$

Внутренний диаметр резьбы болта d_1

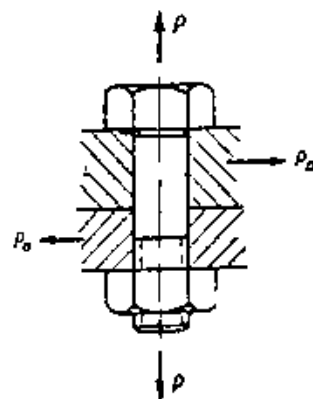
$$d_1 \geq 1,13 \sqrt{\frac{P_p}{[\sigma]_p}} \quad (2)$$

Напряжение в стержне болта σ

$$\sigma = \frac{P_p}{F_1} = 1,27 \frac{P_p}{d_1^2} < [\sigma]_p \quad (3)$$

P_p — расчетное растягивающее усилие, определяемое в зависимости от условий нагружения и сборки соединения по таблицам на стр. 275 и 276.

Расчет резьбового соединения в случае действия поперечной силы P_n



1. Болт поставлен в соединение без зазора и нагружен поперечными силами P_n .

Площадь сечения ненарезанной части стержня болта F_c

$$F_c \geq \frac{P_n}{[\tau]_{cp}} \quad (4)$$

Диаметр болта d

$$d = 1,13 \sqrt{\frac{P_n}{[\tau]_{cp}}} \quad (5)$$

Напряжение в стержне болта τ

$$\tau = \frac{P_n}{F_c} = 1,27 \frac{P_n}{d^2} < [\tau]_{cp} \quad (6)$$

Допускаемое напряжение на срез $[\tau]_{cp}$ может быть принято равным 0,2—0,3 от предела текучести σ_T .

2. Болт поставлен в соединение с зазором. Приспособлений, разгружающих болт, нет.*

Надежность соединения создается силой трения на соприкасающихся поверхностях соединения при затяжке болта. Усилие затяжки V

$$V = 1,2 \frac{P_n}{if}$$

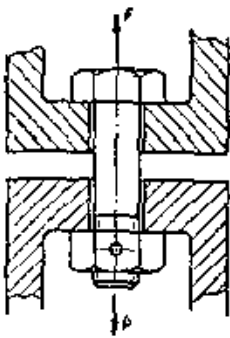

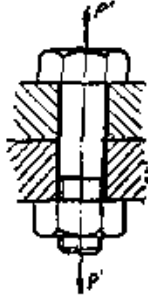
где f — коэффициент трения;

i — число пар поверхностей соединения, на которых возникает трение.

* Коэффициент 1,2 введен в формулу для повышения надежности соединения. Однако достигнутое этим увеличение надежности соединения часто оказывается недостаточным (неточность установления величины коэффициента трения, возникновение динамических нагрузок, сотрясения и т. п.). Поэтому в ответственных соединениях рекомендуется применять устройства, разгружающие болт от поперечных сил.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

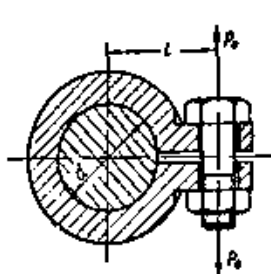
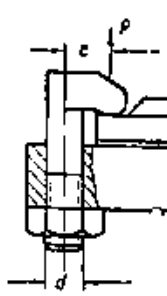
Продолжение

Вид нагружения соединения	Расчетное растягивающее усилие P_p	Указания к расчету
 <p>Болт нагружен внешней растягивающей силой P без предварительной затяжки</p>	$P_p = P$	Расчет по формулам (1) — (3), стр. 273
 <p>Болт нагружен внешней растягивающей силой и подтягивается под нагрузкой</p>	$P_p = 1,3P$	Расчет по формулам (1) — (3), стр. 273
 <p>Болт предварительно затянут и нагружен внешней растягивающей силой</p>	$P_p = 1,3P';$ $P' = P_0 +$ $+ P \frac{c_6}{c_6 + c_d}^*$ или $P_p = 1,3P_0 +$ $+ P \frac{c_6}{c_6 + c_d}$ (если болт не подтягивается под нагрузкой)	Расчет по формулам (7) и (8), стр. 277, в последовательности, указанной на стр. 279

* Значения c_6 и c_d и значения P' , P , P_0 см. стр. 277.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Вид нагружения соединения	Расчетное растягивающее усилие P_p	Указания к расчету
 <p style="text-align: center;">Клеммовое соединение</p>	$P_p = 1,3P_0$	<p>Затяжка болта силой P_0 должна обеспечивать момент трения между валом и хомутом, превышающий на 20% момент внешних сил M_B:</p> $P_0 = 1,2 \frac{M_B}{f(2l + d)}$ <p>где i — число болтов; l — расстояние болтов от оси вала; d — диаметр вала; f — коэффициент трения</p>
 <p style="text-align: center;">Болт с внецентричной нагрузкой P без предварительной затяжки</p>	$P_p = P \left(1 + \frac{8e}{d_1} \right)$	<p>В болте возникают напряжения σ_p — растягивающие и σ_n — изгибающие:</p> $\sigma_p = \frac{4P}{\pi d_1^2} \quad \text{и} \quad \sigma_n = \frac{32Pe}{\pi d_1^3}$ <p>Суммарное напряжение σ:</p> $\sigma = \sigma_p + \sigma_n = \frac{P}{F_1} \left(1 + 8 \frac{e}{d_1} \right)$

IV. РАСЧЕТ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ С УЧЕТОМ УПРУГИХ СВОЙСТВ СОЕДИНЕНИЯ

Основное положение

Усилие P' , действующее на болт, не является суммой усилия затяжки P_0 и внешнего усилия P , а складывается из усилия предварительной затяжки P_0 и зависящей от упругих свойств соединения доли внешней силы P .

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Расчетные формулы

$$P' = P_0 + P \frac{c_6}{c_6 + c_d} \quad (7)$$

$$P'' = P_0 - P \frac{c_d}{c_6 + c_d} \quad (8)$$

- где P_0 — усилие предварительной затяжки;
 P — внешняя сила (рабочее усилие);
 P' — усилие, действующее на болт после приложения внешней нагрузки;
 P'' — усилие, действующее на соединяемые детали после приложения рабочей нагрузки;
 c_6 — коэффициент жесткости болта (сила в кг, вызывающая деформацию болта в единицу длины);
 c_d — коэффициент жесткости детали (сила в кг, вызывающая деформацию детали в единицу длины).

Таблица коэффициентов жесткости

Материал болта и соединяемых деталей	$\frac{c_6}{c_6 + c_d}$			$\frac{c_d}{c_6 + c_d}$		
	при отношении $\frac{F_d}{F_6}$					
	2,5	5	10	2,5	5	10
Сталь—сталь	0,29	0,17	0,09	0,71	0,83	0,91
Сталь—чугун ($E_{чуг} = 10^6$ кг/см ²)	0,46	0,30	0,17	0,54	0,70	0,83
Сталь—бетон ($E_{бет} = 1,5 \cdot 10^6$ кг/см ²) *	0,85	0,75	0,66	0,15	0,25	0,40
Сталь—дерево ($E_{дер} = 10^5$ кг/см ²) **	0,90	0,81	0,68	0,10	0,19	0,32

* Для напряжения сжатия 10—10 кг/см².
 ** Для напряжения сжатия 20—40 кг/см².

Указания к расчету коэффициентов жесткости

1. Длину болта принимают равной толщине соединяемых деталей.
2. Жесткость болта определяется по формуле

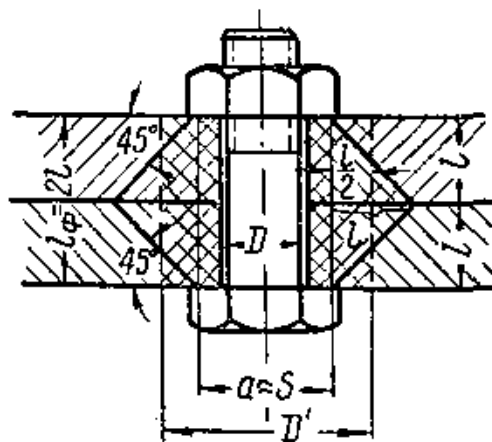
$$c_b = \frac{F_b E_b}{l_b}$$

где F_b — площадь сечения стержня болта;
 E_b — модуль продольной упругости материала болта;
 l_b — длина болта.

3. Расчетная площадь детали F_d определяется по формуле

$$F_d = \frac{\pi}{4} [(a + l)^2 - D^2],$$

где a — размер головки болта под ключ;
 D — диаметр отверстия;
 l — размер, определяемый по указаниям рисунка.



Примечания: 1. Если детали имеют разную толщину, то расчет ведется по средней толщине. 2. При наличии шайбы вместо размера a в формулу вводится величина a_1 :

$$a_1 = \frac{a + d_{\text{шайбы}}}{2}$$

4. Жесткость детали c_d

$$c_d = \frac{F_d E_d}{l_d}$$

где E_d — модуль продольной упругости материала детали.

Последовательность расчета

Постоянная нагрузка

1. Назначается усилие P^* в зависимости от условий работы соединения: *

$$P^* = (0,2 \div 1,7) P, **$$

2. Определяется усилие P' , действующее на болт:

$$P' = P + P^*.$$

3. Определяется расчетное усилие P_D (с учетом кручения):

$$P_D = 1,3P'.$$

Примечание. Если болт не будет подтягиваться после приложения к соединению внешней нагрузки, P , то P_D определяется по формуле

$$P_D = 1,3P_0 + P \frac{c_6}{c_6 + c_d}.$$

4. Определяется диаметр нарезанной части болта по формуле (2).

5. После разработки конструкции соединения подсчитываются значения коэффициентов c_6 и c_d и находится требуемая величина усилия предварительной затяжки P_0 по формуле

$$P_0 = P^* + P \frac{c_d}{c_d + c_6}.$$

Переменная нагрузка ***

1. В случае переменной величины внешней силы P расчет ведется аналогично расчету при постоянной нагрузке, но допускаемые напряжения назначаются с учетом характеристики цикла напряжений и коэффициента концентрации напряжений в резьбе.

2. Коэффициент концентрации напряжений для всех резьб может быть принят равным:

$k_2 = 5,0$ для болтов из углеродистой стали;

$k_2 = 6,0$ для болтов из легированной стали.

Коэффициент концентрации напряжений снижается:

на 15—20% при накатанных резьбах,

на 30—40% для цинкованных резьбовых изделий,

на 25—35% для влитов и шпилек.

3. Предел текучести материала болта можно увеличивать на 10—15% по сравнению с пределом текучести материала, учитывая увеличение предела текучести в результате наклепа, получаемого материалом при изготовлении болта.

* Повышенные значения следует применять при менее жестких прокладках с целью обеспечения герметичности соединения.

** Следует применять повышенные значения предварительной затяжки, так как величина предварительной затяжки при работе резьбового соединения может уменьшаться от случайных перегрузок, вызывающих остаточные деформации, от релаксации напряжений при повышенных температурах и т. д.

В отдельных случаях P^* может достигать и больших значений (шатунные болты авиодвигателей и т. п.).

*** Более подробно о расчете резьбовых соединений, нагруженных переменной внешней силой, и пример расчета см. [26], стр. 178—191.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

V. ДОПУСКАЕМЫЕ ПОСТОЯННЫЕ НАГРУЗКИ И МОМЕНТЫ ЗАТЯЖКИ ДЛЯ БОЛТОВ С ОСНОВНОЙ МЕТРИЧЕСКОЙ РЕЗЬБОЙ

Диаметр резьбы d_0	Сталь Ст. 3			Сталь 35			Сталь 40X		
	нагрузка, кг		момент затяжки, кгсм	нагрузка, кг		момент затяжки, кгсм	нагрузка, кг		момент затяжки, кгсм
	I	II		I	II		I	II	
6	75	340	22	120	500	35	175	680	70
8	140	620	54	220	900	86	340	1200	172
10	240	1000	110	380	1500	170	560	2100	340
12	360	1400	190	580	2100	300	850	2800	600
14	500	2000	300	850	3000	480	1300	4000	960
16	750	2700	480	1200	4000	770	1900	5400	1500
18	1000	3300	660	1600	5000	1000	2500	6600	2000
20	1400	4300	950	2400	6500	1500	3500	8600	3000
22	1900	5400	1300	3200	8000	2100	4600	10800	4200
24	2300	6200	1600	4000	9500	2600	5600	12400	5200
27	3300	8200	2400	5300	12000	3800	7400	16400	7600
30	4500	10000	3200	7400	15000	5200	10000	20000	10400
36	7000	14600	5800	11000	22000	9200	15000	29000	18400

Обозначения: I—неконтролируемая затяжка, нагрузка без учета усилия затяжки; II—контролируемая затяжка, точный учет нагрузок, включая усилие затяжки.

Примечание. Момент затяжки соответствует напряжению $\sigma_{зат} \approx 0,4\sigma_T$.

VI. ГЛУБИНА ВВИНЧИВАНИЯ ШПИЛЕК ОТВЕТСТВЕННЫХ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ, НАГРУЖЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫМИ УСИЛИЯМИ

Значения $\frac{l^*}{d_0}$

Шпилька	Корпус					
	сталь	дюралюминий	чугун	св. алюмин (литье)	бронза (литье)	
Сталь	$\sigma_0, \text{ кг/мм}^2$					
	30—40	36—40	18—25	16—20	20—25	
$\sigma_0, \text{ кг/мм}^2$	40—50	0,8—0,9	0,8—0,9	1,3—1,4	1,4—2,0	1,2—1,3
	90—110	1,6—2,0	1,6—2,0	2,0—2,5**		

* l^* — длина нарезанной части шпильки; d_0 — наружный диаметр резьбы.

** Рекомендуется увеличивать диаметр конца шпильки, ввертываемого в корпус.

РЕЗЬБОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

VII. ПЛОЩАДЬ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СТЕРЖНЯ С МЕТРИЧЕСКОЙ РЕЗЬБОЙ

d_0 , мм	Шаг s , мм	Внутренний диаметр d_1 , мм	Площадь сечения F , см ²	d_0 , мм	Шаг s , мм	Внутренний диаметр d_1 , мм	Площадь сечения F , см ²
3	0,5	2,350	0,0434	22	1	20,701	3,365
4	0,7	3,091	0,0750		1,5	20,051	3,157
5	0,8	3,951	0,123		2,5	18,753	2,760
6	1	4,701	0,173		24	1	22,701
8	1,25	6,701	0,352	1,5		22,051	3,818
		6,377	0,319	2		21,402	3,598
10	1	8,701	0,594	3	20,102	3,174	
	1,5	8,051	0,509	27	1	25,701	5,187
12	1	10,701	0,899		1,5	25,051	4,926
	1,25	10,377	0,846		2	24,402	4,676
14	1,75	9,727	0,743	3	23,102	4,191	
	1	12,701	1,267	30	1	28,701	6,469
	1,5	12,051	1,140		1,5	28,051	6,188
2	11,402	1,021	2		27,402	5,897	
16	1	14,701	1,797	3,5	25,454	5,087	
		14,051	1,559	33	1	31,701	7,893
	13,402	1,410	1,5		31,051	7,572	
18	1	16,701	2,191		2	30,402	7,259
	1,5	16,051	2,025	3,5	28,454	6,357	
20	2,5	14,753	1,709	36	1,5	34,051	9,105
	1	18,701	2,746		2	33,402	8,762
	1,5	18,051	2,559		3	32,102	8,093
	2,5	16,753	2,203	4	30,804	7,451	

Наибольшие значения шага при данном наружном диаметре резьбы d_0 соответствуют основной крепежной резьбе, предыдущие — 1-й мелкой и т. д.

VIII. УСИЛИЕ НА КЛЮЧЕ И ДЛИНА КЛЮЧЕЙ

Усилие на ключе

$$T = \frac{M_{кл}}{L}$$

где L — длина ключа; $M_{кл}$ — момент на ключе.

Ориентировочная длина ключей

	6	8	10	12	14	16	18
Диаметр болта	100	125	140	170	210	240	270
Длина ключа	20	22	24	27	30	36	42
Диаметр болта	270	270	270	300	330	400	450
Длина ключа							

ГРУЗОВЫЕ ВИНТЫ

Последовательность расчета

1. Определяется (ориентировочно) внутренний диаметр d_1 резьбы винта по формуле

$$d_1 = 1,3 \sqrt{\frac{P}{[\sigma]_c}},$$

где P — наибольшая рабочая нагрузка;
 $[\sigma]_c = (0,25 - 0,32) \sigma_T$ — допускаемое напряжение сжатия.

2. Выполняется поверочный расчет на прочность по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sigma_c^2 + 3\tau_k^2} \leq [\sigma]_p.$$

где $\sigma_c = 1,27 \frac{P}{d_1^2}$ — наибольшее нормальное напряжение;

$[\sigma]_p$ — допускаемое напряжение, принимаемое для винтов из Ст. 3 и Ст. 4 равным 700 — 900 кг/см²;

τ_k — наибольшее касательное напряжение, равное

$$\tau_k = 2,5P \frac{d_{cp}}{d_1^3} \operatorname{tg}(\psi + \rho'),$$

где ψ — угол подъема резьбы;

ρ' — приведенный угол трения.

Примечания. 1. Угол подъема резьбы ψ определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{s}{\pi d_{cp}},$$

где s — шаг резьбы, который может быть принят равным $\frac{d}{4}$.

2. Приведенный угол трения определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \rho' = \frac{f_p}{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

где α — угол профиля резьбы; f_p — коэффициент трения в резьбовой паре.

3. Выполняется проверка винта на устойчивость в соответствии с его гибкостью λ по формулам и указаниям таблицы:

$\lambda = 4 \frac{l}{d_1}$	Расчетная формула	Значения величин
$\lambda \leq 60$	Расчет стальных гинтов на устойчивость не производится	$[n_y] \geq 4$ — запас устойчивости; — допускаемый запас устойчивости; l — рабочая длина винта; d_1 — внутренний диаметр резьбы; P — наибольшая нагрузка; E — модуль продольной упругости
$60 < \lambda < 100$	$n_y = \frac{\pi d_1^2 (3210 - 11,6\lambda)}{4P} \geq [n_y]$	
$\lambda > 100$	$n_y = \frac{\pi^2 E d_1^4}{64 l^2 P} \geq [n_y]$	

ГРУЗОВЫЕ ВИНТЫ

Продолжение

4. Определяется длина гайки по формуле

$$H = sz \geq \frac{4Ps}{\pi (d^2 - d_1^2)[q]}$$

где z — число витков резьбы гайки;
 $[q]$ — допускаемое удельное давление для грузовых винтов.
 s — шаг резьбы грузового винта;
 d и d_1 — наружный и внутренний диаметры резьбы грузового винта.

Определение коэффициента полезного действия
 грузового винта (η)

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg}(\psi + \rho') + 2f_1 \frac{r_f}{d_{\text{ср}}}}$$

где f_1 — коэффициент трения между винтом и его опорой,
 $r_f = \frac{1}{8} \frac{d_2^3 - d_3^3}{d_2^2 - d_3^2}$ — приведенный радиус трения в опоре винта

(d_2 и d_3 — наибольший и наименьший диаметры опорной кольцевой поверхности винта).

Величина допускаемого удельного давления

Материал винта и гайки	Допускаемое удельное давление, кг/см ²
Сталь по чугуну	50 — 60
Сталь по антифрикционному чугуну	100 — 130
Сталь по стали	70 — 130
Сталь по бронзе	70 — 130

Примечание. Нижние значения при необходимости обеспечения большей долговечности деталей.

КЛИНОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

I. КОНСТРУКЦИИ КЛИНОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ И СИЛОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ В НИХ

Конструкции

Типовые конструкции представлены на рис. 1. Внешняя нагрузка в них действует перпендикулярно оси клина.

Конусность конца штока в соединении по рис. 1,б принимается равной 1:15.

Соединение двух деталей может быть выполнено с помощью промежуточной втулки (рис. 1,д) или промежуточного стержня-анкера (рис. 1,е).

Клинья бывают с односторонними и с двусторонними скосами (рис. 2) и с параллельными гранями — чеки (рис. 1,з).

Уклон i клина принимается равным:

Формула	Величина уклона для клиньев	
	самотормозящихся	установочных (рис. 1,ж)
$i = \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{l}$	$\frac{1}{100}, \frac{1}{40}, \frac{1}{30}, \frac{1}{24}, \frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}$ и др.

Как правило, клин имеет закругленные грани (рис. 1,к) и делается шириной

$$b = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) d,$$

где d — диаметр стержня под клином.

Высота клина h определяется расчетом и принимается $h \geq 2,5b$.

Для того чтобы избежать обработки наклонных стенок отверстия, применяют прокладку (рис. 1,и), называемую прической.

КЛИНОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

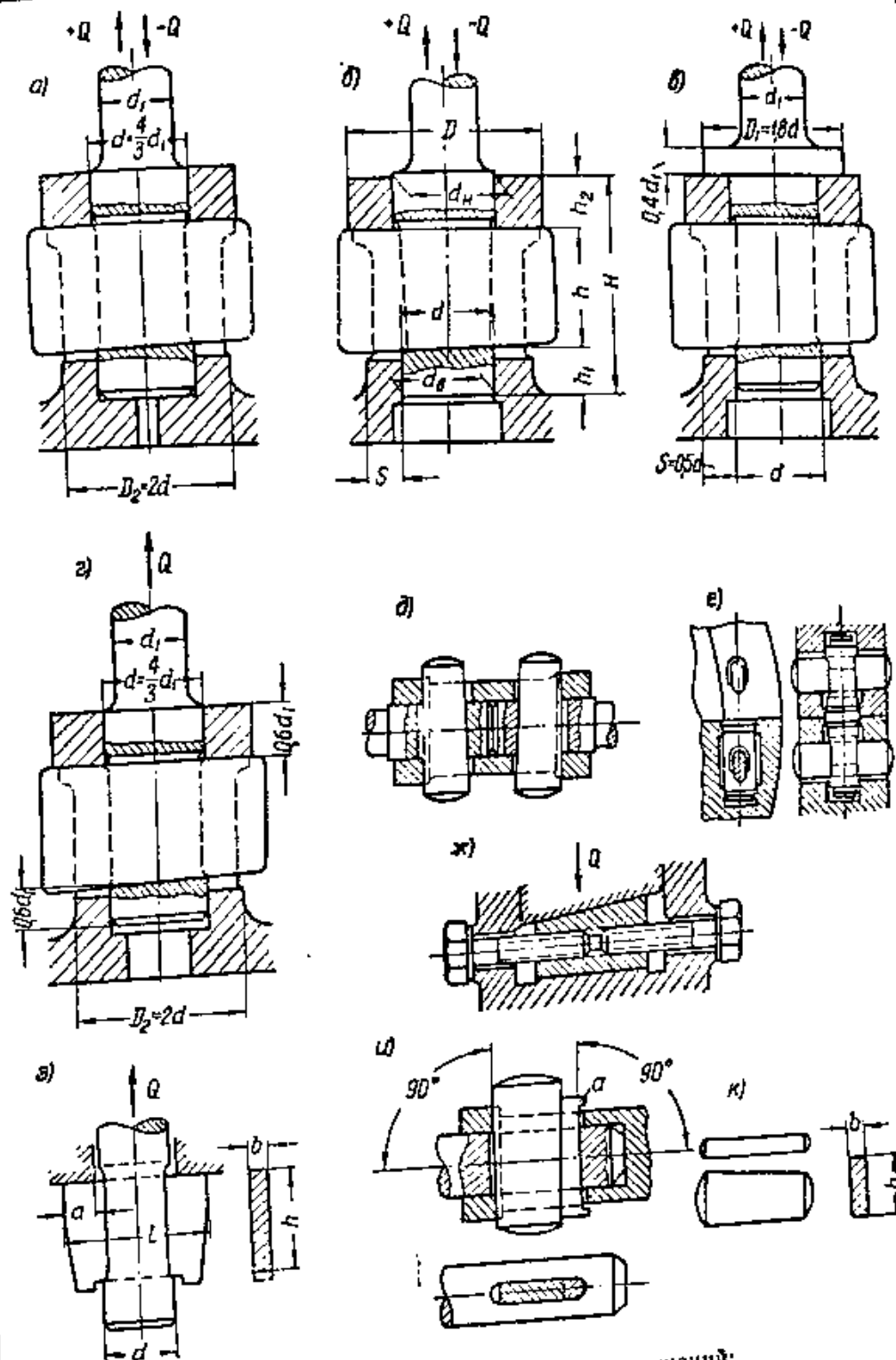


Рис. 1. Конструкция клиновых соединений:
 а, б, в, д, е, и — напряженные; г, з — ненапряженные;
 ж — установочный клин; к — закругление граней.

Силовые соотношения

1. Силовые соотношения (рис. 2) в клиновом соединении определяются по формулам:

$$P_3 = Q [\operatorname{tg} (\alpha_1 + \varrho_1) + \operatorname{tg} (\alpha_2 + \varrho_2)],$$

$$P_B = Q [\operatorname{tg} (\alpha_1 - \varrho_1) + \operatorname{tg} (\alpha_2 - \varrho_2)],$$

где P_3 — сила, необходимая для перемещения клина при затяжке, кг;
 P_B — сила, стремящаяся сдвинуть клин при действии внешней нагрузки, кг;
 Q — внешняя нагрузка, действующая перпендикулярно оси клина, кг;
 ϱ_1, ϱ_2 — углы трения на рабочих гранях клина.

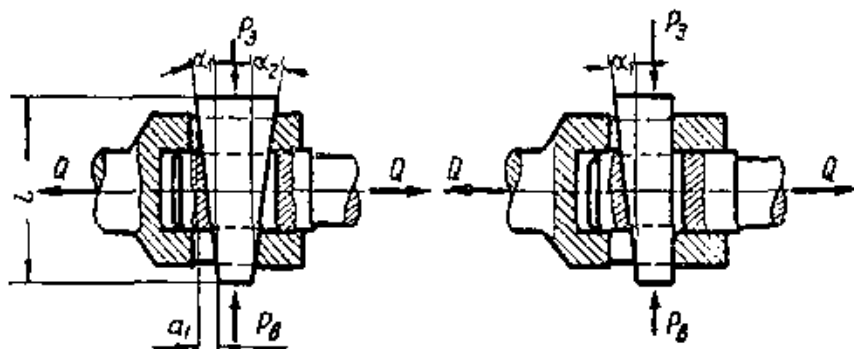


Рис. 2. Силовые соотношения в клиновом соединении.

Для односкосных клиньев в приведенные формулы следует подставить $\alpha_2 = 0$.

2. Условие самоторможения ($P_B \leq 0$) при $\varrho_1 \approx \varrho_2 = \varrho$ определяется зависимостью $\alpha_1 + \alpha_2 \leq 2\varrho$.

3. Коэффициенты трения скольжения на опорных поверхностях клина $f = \operatorname{tg} \varrho$ для стали по стали (полученные опытным путем):

При смазке салом и тщательно обработанных поверхностях	При смазке маслом	При сухих обезжиренных поверхностях
0,04 — 0,07	0,15	0,20 — 0,22

В расчетах обычно принимают $f = \operatorname{tg} \varrho = 0,1$.

КЛИНОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

II. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ КЛИНОВОГО СОЕДИНЕНИЯ

Материалы и допускаемые напряжения

Материал клина и штока — обычно углеродистая сталь с пределом прочности $\sigma_b \geq 50 \div 60$ кг/мм². Допускаемые напряжения принимают равными:

$$\begin{aligned} \text{при изгибе } [\sigma]_{из} &\leq 1500 \text{ кг/см}^2, \\ \text{при смятии } [\sigma]_{см} &\leq 2000 \text{ кг/см}^2, \\ \text{при срезе } [\tau]_{ср} &\leq 1200 \text{ кг/см}^2. \end{aligned}$$

Материал втулки — обычно стальное, реже чугунное литье. Допускаемые напряжения на смятие $[\sigma]_{см} = 600 \div 900$ кг/см².

Меньшие значения допускаемых напряжений принимаются при нагрузке с ударами.

Для других материалов можно пользоваться значениями коэффициентов запаса прочности, приведенными в разделе «Расчет на прочность» (стр. 225), и определять допускаемые напряжения по механическим характеристикам материалов клинового соединения.

Расчет элементов клиновых соединений на прочность

1. Расчетные нагрузки.

Элементы ненапряженного клинового соединения рассчитываются на наибольшую внешнюю нагрузку. При расчете тех элементов напряженного соединения, которые воспринимают усилия от предварительной затяжки, расчетная нагрузка принимается на 25% больше максимальной внешней нагрузки. Так, в соединениях по рис. 1, а, б усилием предварительной затяжки растянуты верхняя часть втулки и ослабленная отверстием часть штока, а в соединениях по рис. 1, в верхняя часть втулки сжата. Это обстоятельство следует учитывать при выборе типа соединения для конкретных внешних нагрузок.

2. Расчет клина производится на изгиб и на смятие опорных поверхностей по формулам:

$$\frac{Q_p(l - 0,5d)}{4} \leq \frac{bh^2}{6} [\sigma]_{из},$$

$$Q_p \leq db [\sigma]_{см}.$$

где $l = \frac{D+d}{2}$ — пролет клина, см;

Q_p — расчетная нагрузка, кг.
(Обозначения см. рис. 1, а — е).

КЛИНОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

3. Расчет стержня (штока) производится на растяжение ослабленного отверстием сечения, на смятие опорных поверхностей (для соединений по рис. 1, а — з) и на срез хвостовой части по формулам:

$$Q_p \leq \left(\frac{\pi}{4} d^2 - b d \right) [\sigma]_p,$$

$$Q_p \leq \frac{\pi}{4} (d_n^2 - d_n^2) [\sigma]_{см},$$

$$Q_p \leq \frac{\pi}{4} (D_1^2 - d^2) [\sigma]_{см}$$

$$Q_p \leq \frac{\pi}{4} d^2 [\sigma]_{см},$$

$$Q_p \leq 2 d h_1 [\tau]_{ср}.$$

(Обозначения см. рис. 1, а — з).

4. Втулка проверяется на растяжение по ослабленному отверстию сечению, на смятие опорных поверхностей и на срез буртика по формулам:

$$Q_p \leq \left[\frac{\pi}{4} (D_2^2 - d^2) - b (D_2 - d) \right] [\sigma]'_p,$$

$$Q_p \leq 2 s b [\sigma]_{см},$$

$$Q_p \leq 2 h_2 (D - d_n) [\tau]'_{ср},$$

где $s \approx \frac{D - d}{2}$.

(Остальные обозначения см. рис. 1, а — з).

Для стального литья принимают обычно $D \approx 1,8 d_n$ или $D \approx 2d$.

ШПОНОЧНЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

I. ШПОНОЧНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Материалы и допускаемые напряжения

1. Материал шпонок — углеродистая сталь по ГОСТ 380—60 или ГОСТ 1050—60 с пределом прочности не ниже 50—60 кг/мм², реже — легированная сталь (обычно Ст. 6, ГОСТ 380—60 или сталь 45, ГОСТ 1050—60).

2. Допускаемые напряжения на смятие $[\sigma]_{см}$ принимаются по материалу наименее прочной детали соединения (ступицы, вала или шпонки), допускаемые напряжения на срез $[\tau]_{ср}$ — по материалу шпонки.

Соединение	Материал	Нагрузка		
		спокойная	слабые тоочки	ударная
		$[\sigma]_{см}, \text{ кг/см}^2$		
Неподвижное	Сталь	1500	1000	500
	Чугун	800	530	270
Подвижное	Сталь	500	400	300
Неподвижное и подвижное	Сталь 45. Ст. 6	$[\tau]_{ср}, \text{ кг/см}^2$		
		1200	870	540

ШПОНОЧНЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Расчет шпонок на прочность

Шпонки рассчитывают на смятие и срез по следующим условиям прочности.

<p style="text-align: center;">Призматическая шпонка</p> $M_k \leq 0,25dlh [\sigma]_{см},$ $M_k \leq 0,5dlb [\tau]_{ср}.$	<p style="text-align: center;">Сегментная шпонка</p> $M_k \leq 0,5dlc [\sigma]_{см},$ $M_k \leq 0,6dlb [\tau]_{ср}.$
<p>Клиновья шпонка (врезная или на лыске):</p> <p style="padding-left: 20px;">малый натяг или без натяга</p> $M_k \leq \frac{1}{12} lb (b + 3/d) [\sigma]_{см},$ <p style="padding-left: 20px;">с натягом</p> $M_k \leq \frac{1}{12} lb (b + 6/d) [\sigma]_{см}.$	
<p style="text-align: center;">Тангенциальная шпонка</p> $M_k \leq 0,5dlh [\sigma]_{см}.$	<p style="text-align: center;">Фрикционная шпонка</p> $M_k \leq dlbf [\sigma]_{см}.$

В приведенных формулах: M_k — крутящий момент, передаваемый соединением, кгсм;

d — диаметр вала в ступице, см;

l — рабочая длина шпонки, см;

b, h — поперечные размеры шпонки, см;

c — возвышение сегментной шпонки над валом, см;

f — коэффициент трения скольжения материала шпонки по материалу ступицы; f принимается равным 0,1—0,2, чаще $f \approx 0,12$.

Призматические шпонки стандартных размеров проверяются только на смятие.

Соединение с двумя призматическими шпонками рассчитывается в предположении, что обе шпонки могут передать только полуторный крутящий момент по отношению к крутящему моменту, допускаемому для одной шпонки.

ШПОНОЧНЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

И. ЗУБЧАТЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Материалы и допускаемые напряжения

1. Материал зубчатых соединений определяется материалом вала или ступицы. Иногда требуемая прочность зубчатого соединения определяет выбор материала для вала или ступицы.

2. Допускаемые напряжения на смятие для зубчатых соединений выбираются по таблице:

Соединение	Условия эксплуатации	Специальная термообработка рабочих поверхностей зубьев	
		не подвергнуты	подвергнуты
		[σ] _{см} , кг/см ²	
Неподвижное	а	350—500	400—700
	б	600—1000	1000—1400
	в	800—1200	1200—2000
Подвижное не под нагрузкой	а	150—200	200—350
	б	200—300	300—600
	в	250—400	400—700
Подвижное под нагрузкой	а	—	30—100
	б	—	50—150
	в	—	100—200

Примечание. а — условия эксплуатации тяжелые: нагрузка знакопеременная, с ударами в обоих направлениях; вибрации большой частоты и амплитуды; условия смазки (для подвижных соединений) плохие; металлы невысокой твердости; невысокая точность обработки, то же в отношении соосности ступицы и вала; б — условия эксплуатации средние; в — условия эксплуатации хорошие.

ШПОНОЧНЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ (ШЛИЦЕВЫЕ) СОЕДИНЕНИЯ

Продолжение

Расчет зубчатых соединений на прочность

1. Стандартные зубчатые соединения рассчитываются только на смятие рабочих поверхностей по формуле

$$\frac{M_{k \max}}{\psi z F r_{\text{ср}}} \leq [\sigma]_{\text{см}},$$

где $M_{k \max}$ — наибольший крутящий момент, передаваемый соединением, $\text{кг} \cdot \text{см}^2$;

ψ — коэффициент неравномерности, принимаемый равным 0,7—0,8;

z — число зубьев;

F — проекция рабочей поверхности одного зуба на среднюю диаметральную плоскость, см^2 ;

$r_{\text{ср}}$ — средний радиус соединения, см .

$$F = [0,5 (D_{\text{в}} - d_{\text{а}}) - (r_1 + r_2)] l \quad (\text{для прямоугольных зубьев}),$$

$$F = 0,8 m l \quad (\text{для эвольвентных зубьев}),$$

$$F = 0,5 (D_{\text{в}} - d_{\text{а}}) l \quad (\text{для треугольных зубьев}),$$

где $D_{\text{в}}$ — диаметр вала по выступам зубьев, см ;

$d_{\text{а}}$ — диаметр втулки (ступицы) по выступам зубьев, см ;

l — рабочая длина зубьев, см ;

r_1, r_2 — радиус или фаска зубьев вала и ступицы, см ;

m — модуль зубьев, см .

$$r_{\text{ср}} = 0,25 (D_{\text{в}} + d_{\text{а}}) \quad (\text{для прямоугольных и треугольных зубьев}).$$

$$r_{\text{ср}} = 0,5 m z \quad (\text{для эвольвентных зубьев}).$$

2. При необходимости проверка прочности зубьев на срез производится по формуле

$$\frac{4 M_{k \max}}{\psi z (D_{\text{в}} + d_{\text{а}}) b l} \leq [\tau]_{\text{ср}},$$

где b — ширина зуба у основания, см ;

$[\tau]_{\text{ср}}$ — допускаемое напряжение на срез, $\text{кг}/\text{см}^2$.

$[\tau]_{\text{ср}}$ определяется по механическим характеристикам материала зуба с учетом коэффициентов запаса, приведенных в разделе «Расчет на прочность» (стр. 225).

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

1. ГЕОМЕТРИЯ И КИНЕМАТИКА ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Цилиндрические зубчатые колеса

Обозначения и определения

Меньшее из зубчатых колес сцепляющейся пары называется шестерней, а большее — колесом. Термин „зубчатое колесо“ относится как к шестерне, так и к колесу.

При буквенных обозначениях, общих для обоих зубчатых колес сцепляющейся пары, шестерня отмечается индексом 1, а колесо — индексом 2.

Обозначение	Определение
A	Межцентровое расстояние при $\xi_c \neq 0$
A_0	Межцентровое расстояние при $\xi_c = 0$
B	Рабочая ширина зубчатого венца (для шевронных передач суммарная ширина полушевронов)
d	Диаметр начальной окружности
d_d	Диаметр делительной окружности
D_e	Диаметр окружности выступов
D_i	Диаметр окружности впадин
f_0	Коэффициент высоты зуба в нормальном сечении
h	Высота зуба
h'	Высота головки зуба
h_d'	Высота участка зуба, заключенного между окружностями D_e и d_d
c	Радиальный зазор
t_n	Шаг производящей рейки в нормальном сечении
t_s	Шаг производящей рейки в торцовом сечении
m	Модуль из числа стандартных по ГОСТ 1597
m_n	Нормальный модуль
m_s	Торцовый модуль

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Обозначения и определения (продолжение)

Обозначение	Определение
φ_c	Отношение рабочей ширины зубчатого венца к диаметру делительной окружности шестерни
ψ_b	Отношение рабочей ширины зубчатого венца к межцентровому расстоянию
z	Число зубьев
z_c	Суммарное число зубьев шестерни и колеса
z_{\min}	Минимальное число зубьев, при котором еще отсутствует подрезание профиля зубьев при нарезании инструментом реечного типа, соответствующим ГОСТ 3058 — 54
α_d	Профильный угол исходного контура (производящей рейки) по ГОСТ 3058 — 54
α_s	Угол зацепления в торцовом сечении
α_{on}	Профильный угол производящей рейки в нормальном сечении
α_{os}	Профильный угол производящей рейки в торцовом сечении
β_d	Угол наклона зуба на делительном цилиндре
i	Передаточное отношение
ξ	Коэффициент коррекции, отнесенный к торцовому модулю
ξ_b	Коэффициент коррекции, отнесенный к нормальному модулю
ξ_c	Суммарный коэффициент коррекции
v	Окружная скорость на диаметре d_d
r_0	Радиус основной окружности

Примечания. В настоящее время не существует общепринятой методики расчета зубчатых и червячных колес. Различные методы расчета изложены в [31], [32], а также в книгах М. С. Ильина и др. Расчет и проектирование зубчатых и червячных передач редукторов. Машгиз, 1954; Обработанные зубчатые колеса и червячные передачи. Британские стандарты. Каталогиздат, 1939; Я. Г. Кистьян. Методика расчета зубчатых зацеплений на прочность. Машгиз, 1954.
Разделы: «Зубчатые передачи» и «Червячные передачи» написаны по материалам одноименных разделов [32].

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

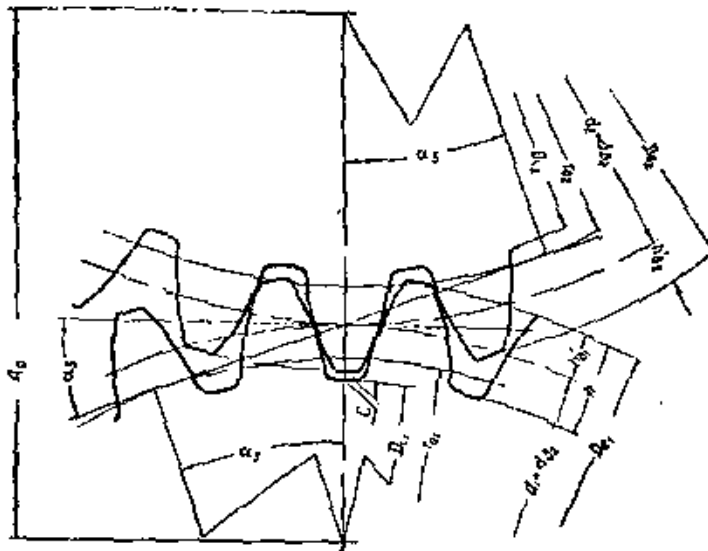


Рис. 1. Цилиндрические зубчатые колеса наружного зацепления.

Формулы для определения основных размеров зацепления некорректированных передач с цилиндрическими зубчатыми колесами наружного зацепления

Обозначение	Зубчатые колеса	
	прямозубые	косозубы. и шевронные
A	$A = A_0 = \frac{z_1 + z_2}{2} m_s = 0,5z_c m_s$	
m_n	$m_n = \frac{t_n}{\pi} = m$	
m_s	$m_s = \frac{t_s}{\pi} = m$	$m_s = \frac{t_s}{\pi} = \frac{m_n}{\cos \beta_d}$
c	$c \approx 0,25m_s$	$c \approx 0,25m_n$
h	$h \approx 2,25m_s$	$h \approx 2,25m_n$
d_{g1}	$d_{g1} = d_1 = m_s z_1$	
d_{g2}	$d_{g2} = d_2 = m_s z_2$	

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Формулы (продолжение)

Обозначение	Зубчатые колеса	
	прямозубые	косозубые и шевронные
D_{e1}	$D_{e1} = d_{d1} + 2f_0 m_s$	$D_{e1} = d_{d1} + 2f_0 m_n$
D_{e2}	$D_{e2} = d_{d2} + 2f_0 m_s$	$D_{e2} = d_{d2} + 2f_0 m_n$
D_{i1}	$D_{i1} \approx d_{d1} - 2f_0 m_s - 2c$	$D_{i1} \approx d_{d1} - 2f_0 m_n - 2c$
D_{i2}	$D_{i2} \approx d_{d2} - 2f_0 m_s - 2c$	$D_{i2} \approx d_{d2} - 2f_0 m_n - 2c$
r_{o1}	$r_{o1} = 0,5 d_{d1} \cos \alpha_d$	$r_{o1} = 0,5 d_{d1} \cos \alpha_{os}$
r_{o2}	$r_{o2} = 0,5 d_{d2} \cos \alpha_d$	$r_{o2} = 0,5 d_{d2} \cos \alpha_{os}$
f_0	$f_0 = 1$	
α_{on}	$\alpha_{on} = \alpha_d = 20^\circ$	
α_{os}	$\alpha_{os} = \alpha_d = 20^\circ$	$\operatorname{tg} \alpha_{os} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{on}}{\cos \beta_d} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_d}$
α_s	$\alpha_s = \alpha_d = 20^\circ$	$\alpha_s = \alpha_{os}$
z_c	$z_c = z_1 + z_2$	
z_{\min}	$z_{\min} = 17$	$z_{\min} = \frac{2f_0 \cos^2 \beta_d}{\sin^2 \alpha_{ns}}$
i	$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{d2}}{d_{d1}}$	
q_u	$q_u = \frac{B}{d_{d1}}$	
ψ_B	$\psi_B = \frac{B}{A}$	

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Коррекция зубчатых передач

Высотная коррекция

Если шестерня изготовлена с положительным смещением исходного контура, а колесо — с равным ему по абсолютной величине отрицательным смещением (или наоборот), получающаяся передача будет иметь высотную коррекцию.

При высотной коррекции

$$\xi_2 = -\xi_1, \quad \xi_c = \xi_1 + \xi_2 = 0,$$

$$\xi_n = \xi \frac{m_s}{m_n} = \xi \sec \beta_d.$$

Как и в зацеплении некорригированных зубчатых колес, делительные окружности совпадают с начальными, остаются без изменения угол зацепления $\alpha_d = \alpha_0$ и межцентровое расстояние $A_d = 0,5z_m$.

Формулы для определения основных размеров зацепления передач с цилиндрическими зубчатыми колесами наружного зацепления и высотной коррекцией

Обозначение	Зубчатые колеса	
	прямозубые	косозубые и шевронные
D_{e1}	$D_{e1} = d_{a1} + 2f_0 m_s + 2\xi_1 m_s =$ $= (z_1 + 2f_0 + 2\xi_1) m_s$	$D_{e1} = d_{a1} + 2f_0 m_n + 2\xi_{n1} m_n$
D_{e2}	$D_{e2} = d_{a2} + 2f_0 m_s + 2\xi_2 m_s =$ $= (z_2 + 2f_0 + 2\xi_2) m_s$	$D_{e2} = d_{a2} + 2f_0 m_n + 2\xi_{n2} m_n$
D_{i1}	$D_{i1} = d_{a1} - 2f_0 m_s - 2c +$ $+ 2\xi_1 m_s$	$D_{i1} = D_{a1} - 2f_0 m_n - 2c +$ $+ 2\xi_{n1} m_n$
D_{i2}	$D_{i2} = D_{a2} - 2f_0 m_s - 2c +$ $+ 2\xi_2 m_s$	$D_{i2} = d_{a2} - 2f_0 m_n - 2c +$ $+ 2\xi_{n2} m_n$

:97

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Остальные формулы передач с высотной коррекцией те же, что и для некорректированных зубчатых колес (см. стр. 295), за исключением формул для z_{\min}

Для передач с высотной коррекцией

$$z_{\min} = \frac{2(f_n - \xi_n) \cos \beta_d}{\sin^2 \alpha_{ds}}$$

При $\beta_d = 0$

$$z_{\min} = \frac{2(f_0 - \xi)}{\sin^2 \alpha_d}$$

Значения $\xi_{\text{подр}}$, $\xi_{0,4}$ и $\xi_{\text{остр}}$ для прямозубых зубчатых колес

	Число зубьев z												
	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\xi_{\text{подр}}$	0,53	0,47	0,42	0,36	0,30	0,24	0,18	0,12	0,06	0,0	-0,05	-0,11	-0,17
$\xi_{0,4}$	0,18	0,22	0,27	0,31	0,35	0,39	0,43	0,46	0,50	0,53	0,56	0,59	0,62
$\xi_{\text{остр}}$	0,56	0,63	0,70	0,76	0,82	0,88	0,93	0,98	1,03	1,08	1,13	1,18	1,23

$\xi_{\text{подр}}$ — минимальный коэффициент коррекции, обеспечивающий отсутствие подрезания при нарезании инструментом реечного типа, соответствующим ГОСТ 3058 — 54;

$\xi_{0,4}$ — коэффициент коррекции, при котором на окружности выступов с $D_e = d_d + m_s + 2\xi m_s$ ширина площадки зуба $S_d = 0,4m_s$;

$\xi_{\text{остр}}$ — коэффициент коррекции, при котором $S_d = 0$.

Примечание. Возможность применения приведенных значений ξ подлежит обязательной проверке по графику на стр. 300.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Угловая коррекция

Угловая коррекция отличается от высотной тем, что

$$\xi_c = \xi_1 + \xi_2 \neq 0.$$

При угловой коррекции

$$A > A_0, \quad \alpha_s > \alpha_d.$$

Формулы для определения основных размеров зацепления прямозубых передач с цилиндрическими зубчатыми колесами наружного зацепления с угловой коррекцией при $f_0 = 1$

Обозначение	Формула	Обозначение	Формула
A	$A = (0,5z_c + a) m_s = (0,5z_c + \xi_c - \psi) m_s$	D_{e1}	$D_{e1} = (z_1 + 2 + 2\xi_1 - 2\psi) m_s = d_{\partial 1} + 2(1 + \xi_1 - \psi) m_s$
A_0	$A_0 = 0,5z_c m_s$	D_{e2}	$D_{e2} = (z_2 + 2 + 2\xi_2 - 2\psi) m_s = d_{\partial 2} + 2(1 + \xi_2 - \psi) m_s$
ψ	$\psi = \xi_c - a$ (см. стр. 300—301)	D_{i1}	$D_{i1} \approx (z_1 - 2,5 + 2\xi_1) m_s = d_{\partial 1} - (2,5 - 2\xi_1) m_s$
a	$a = \frac{A - A_0}{m_s} = \frac{A - 0,5z_c m_s}{m_s}$	D_{i2}	$D_{i2} \approx (z_2 - 2,5 + 2\xi_2) m_s = d_{\partial 2} - (2,5 - 2\xi_2) m_s$
m_n	$m_n = m$	d_1	$d_1 = d_{\partial 1} \left(1 + \frac{2a}{z_c}\right)$
m_s	$m_s = m$	d_2	$d_2 = d_{\partial 2} \left(1 + \frac{2a}{z_c}\right)$
c	$c = 0,25m_s$	r_{o1}	$r_{o1} = 0,5d_{\partial 1} \cos \alpha_d$
h	$h = (2,25 - \psi) m_s$	r_{o2}	$r_{o2} = 0,5d_{\partial 2} \cos \alpha_d$
$d_{\partial 1}$	$d_{\partial 1} = m_s z_1$	α_s	См. стр. 302—303
$d_{\partial 2}$	$d_{\partial 2} = m_s z_2$	ξ_1 и ξ_2	См. стр. 302—303

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

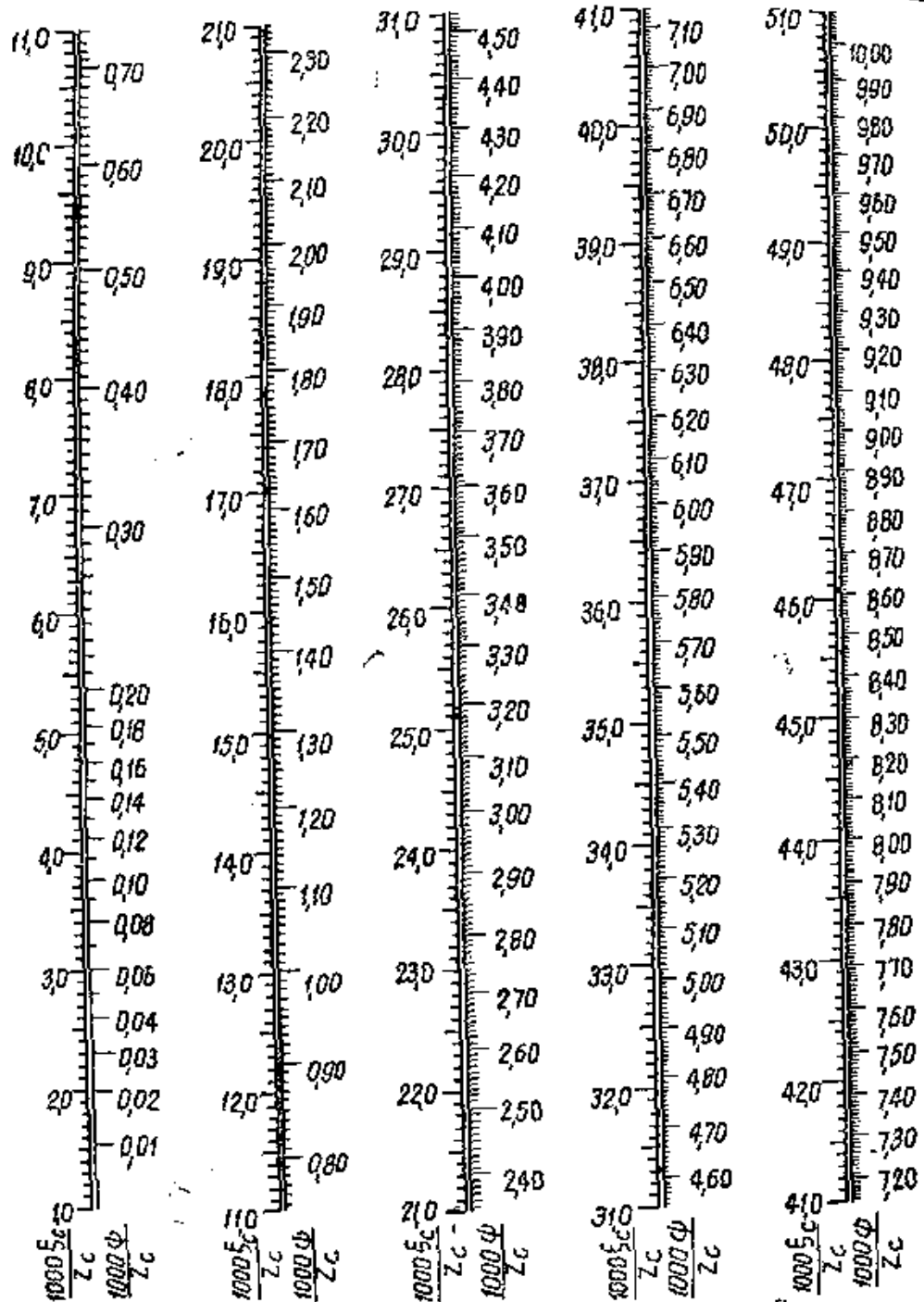


Рис. 2. График для определения величины ψ в зависимости от ξ_c и z_c (при $\alpha_c \geq 20^\circ$).

Пример. Дано: $z_c = 64$; $\xi_c = 1,75$; $m_s = 10$ мм.
Определить А.

Решение.

$$\text{Величине } \frac{1000 \xi_c}{z_c} = \frac{1000 \cdot 1,75}{64} = 27,3 \text{ соответствует } \frac{1000 \psi}{z_c} = 3,67.$$

Отсюда

$$\psi = \frac{3,67 z_c}{1000} = \frac{3,67 \cdot 64}{1000} = 0,235,$$

$$A = (0,5 z_c + \xi_c - \psi) m_s = (0,5 \cdot 64 + 1,75 - 0,235) \cdot 10 = 335,15 \text{ мм.}$$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

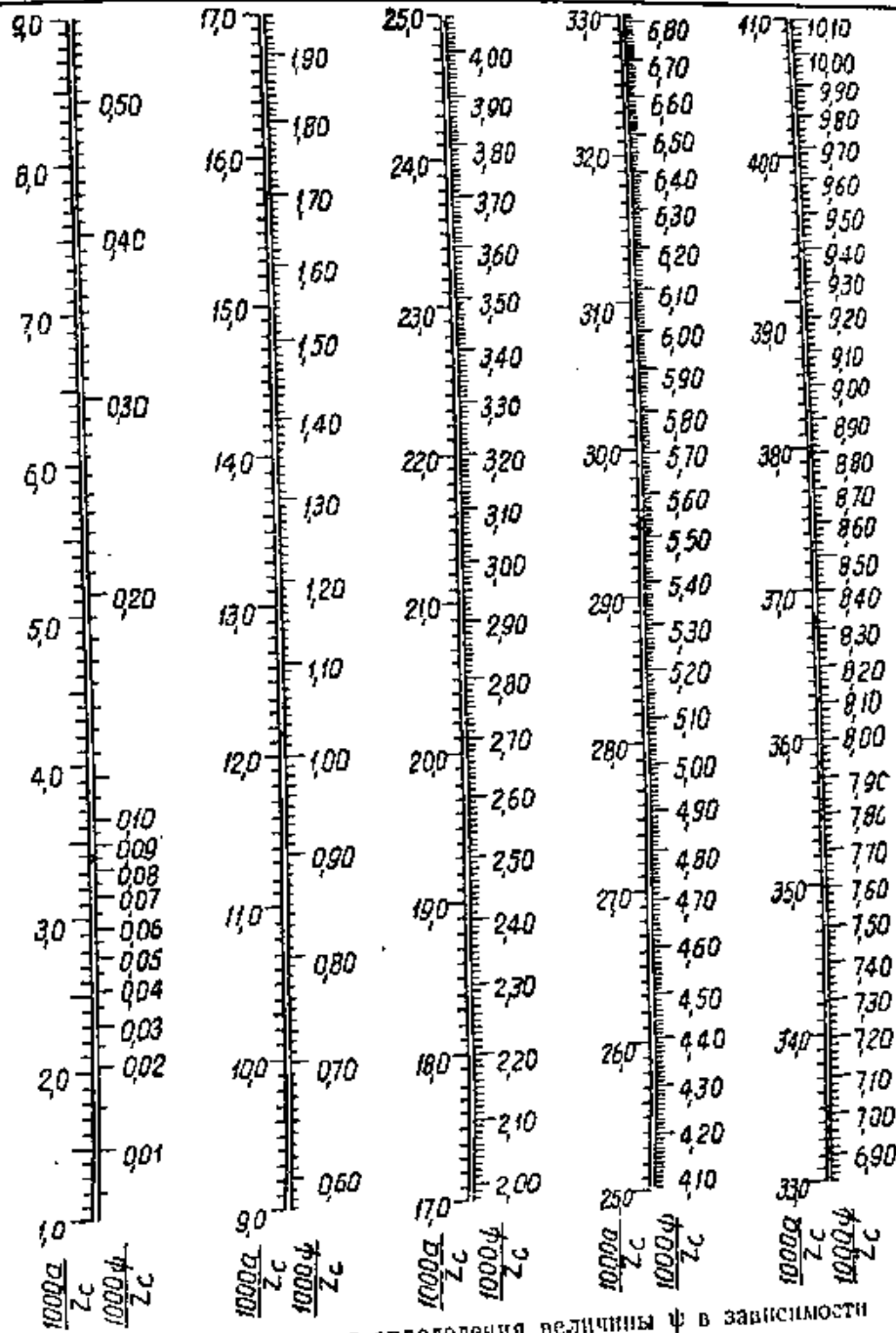


Рис. 3. График для определения величины ψ в зависимости от a и z_c (при $\alpha_s \geq 20^\circ$).

Пример. Дано: $A = 272$ мм; $z_c = 52$; $m_s = 10$ мм. Определить ξ_c .
 Решение.

Находим
$$a = \frac{A - 0,5z_c m_s}{10} = \frac{272 - 0,5 \cdot 52 \cdot 10}{10} = 1,2.$$

Величине
$$\frac{1000a}{z_c} = \frac{1000 \cdot 1,2}{52} = 23,1$$
 на графике соответствует значе-

ние
$$\frac{1000\psi}{z_c} = 3,51. \text{ Отсюда } \psi = \frac{3,51 z_c}{1000} = \frac{3,51 \cdot 52}{1000} = 0,1825.$$

$$\xi_c = a + \psi = 1,2 + 0,1825 = 1,3825.$$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

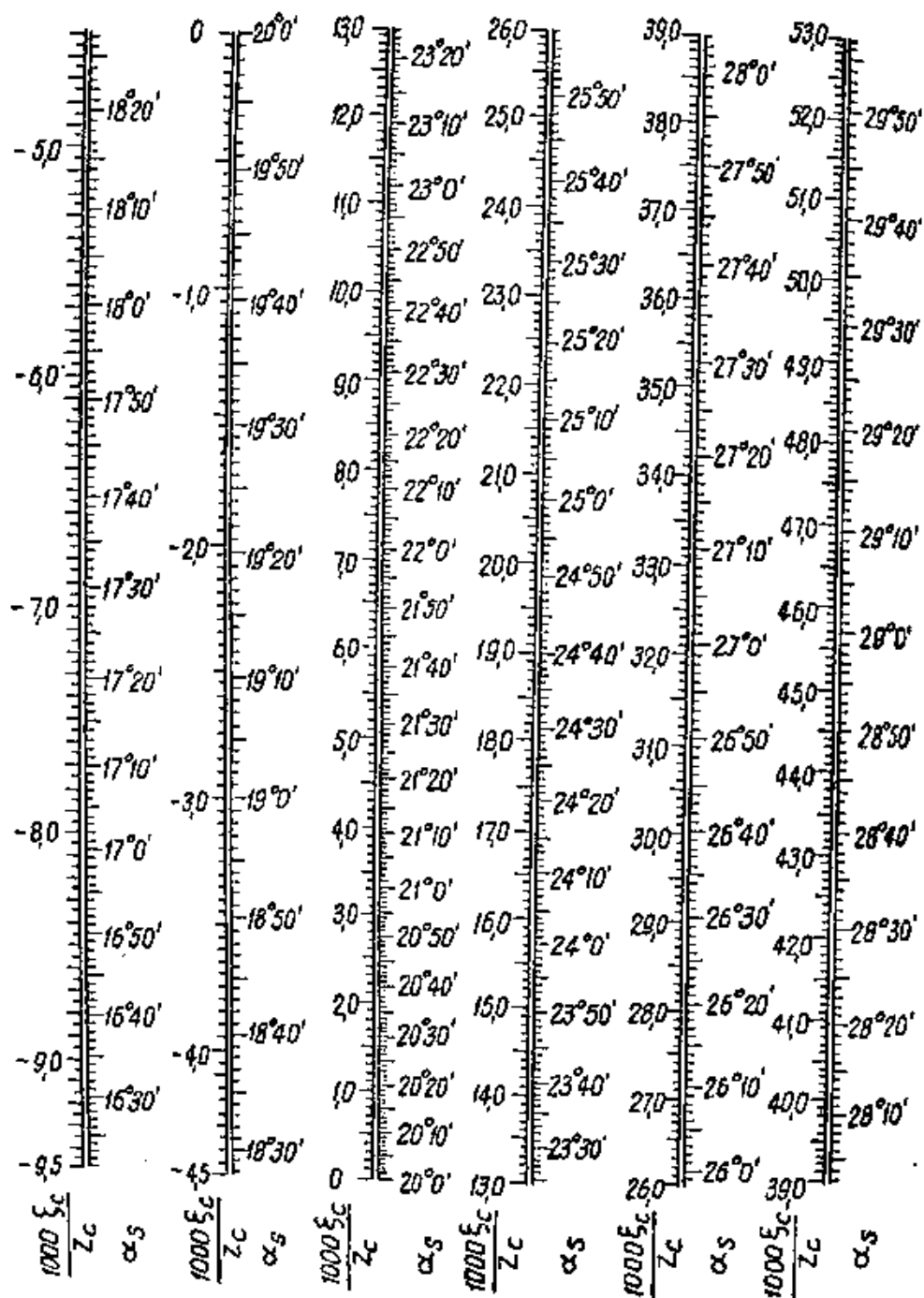


Рис. 4. График для определения величины α_s в зависимости от ϵ_{sc} и z_c .

Пример. Дано: $z_c = 59$; $\epsilon_{sc} = 1,75$.
 Определить α_s .

Решение.

Величина $\frac{1000\epsilon_{sc}}{z_c} = \frac{1000 \cdot 1,75}{59} = 29,7$ соответствует на графике угол $\alpha_s = 26^{\circ}36'$.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

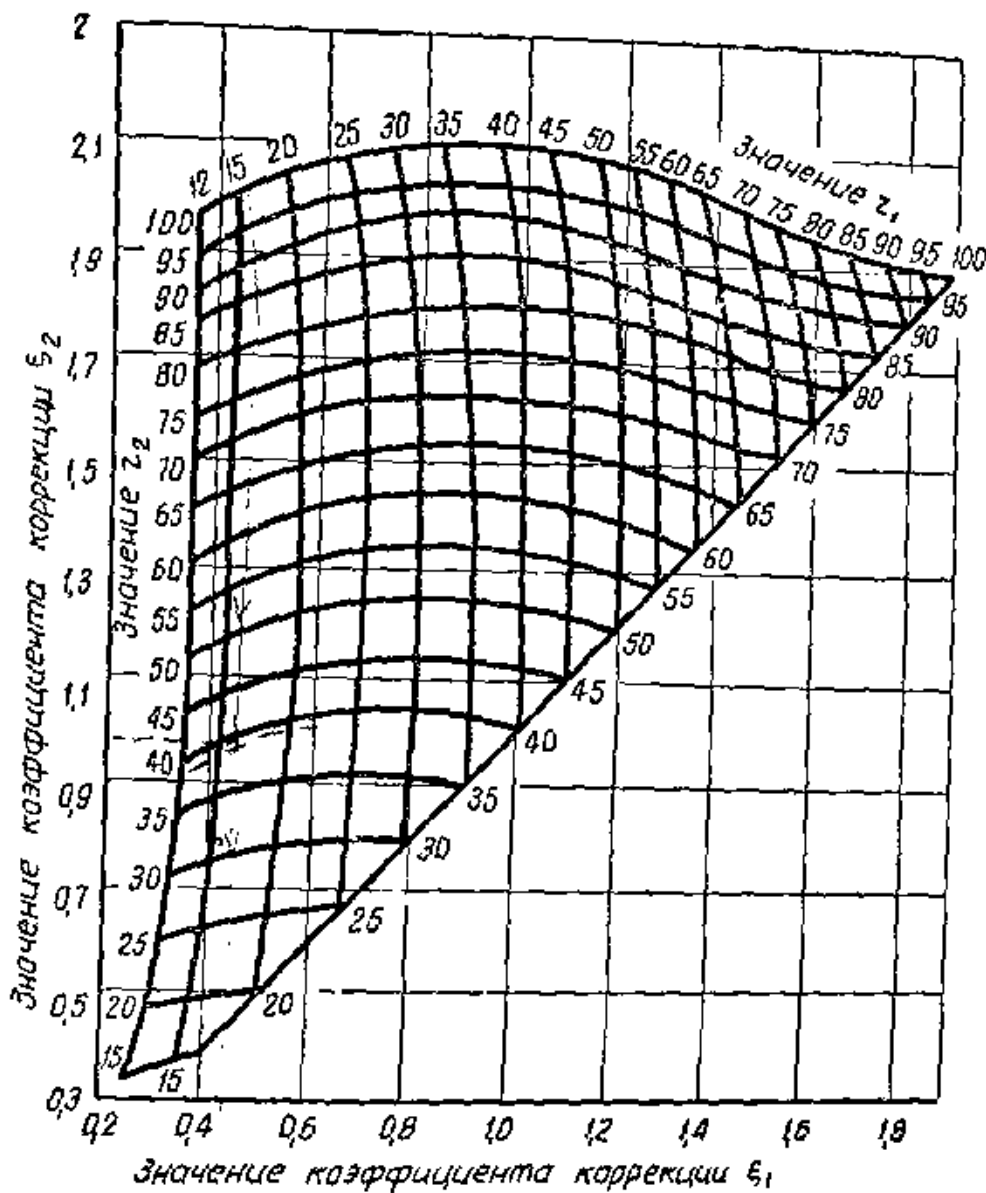


Рис. 5. График для определения величин ϵ_1 и ϵ_2 в зависимости от z_1 и z_2

Пример. Дано: $z_1 = 16$; $z_2 = 39$.

Определить ϵ_1 и ϵ_2 .

Решение.

Из графика находим, что $\epsilon_1 = 0,45$, $\epsilon_2 = 0,95$.

Примечание. В графике приведены рекомендуемые значения коэффициентов коррекции при угловой коррекции. При этих значениях ϵ_1 и ϵ_2 угол зацепления α_s в среднем равен $25^\circ 40'$ и высоты головок h_1' и h_2' равны между собой.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Формулы для определения основных размеров зацепления некорригированных передач с цилиндрическими зубчатыми колесами внутреннего зацепления (при $f_0 = 1$)

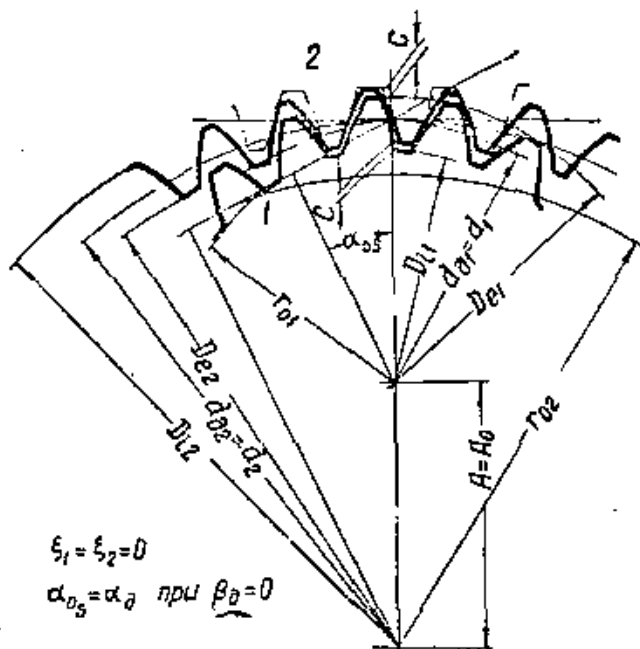


Рис. 6. Цилиндрические зубчатые колеса внутреннего зацепления.

Обозначение	Зубчатые колеса	
	прямозубые	косозубые и шевронные
A	$A = A_0 = \frac{z_2 - z_1}{2} m_s = 0,52 m_s$	
m_n	$m_n = m$	
m_s	$m_s = m$	$m_s = \frac{m_n}{\cos \beta_d}$
h_1	$h_1 \approx 2,25 m_s$	$h_1 \approx 2,25 m_n$
h_2	$h_2 = \frac{D_{i2} - D_{e2}}{2}$	

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Обозначение	Колеса	
	прямозубые	косозубые и шевронные
d_{d_1}	$d_{d_1} = d_1 = m_s z_1$	
d_{d_2}	$d_{d_2} = d_2 = m_s z_2$	
D_{e_1}	$D_{e_1} = d_{d_1} + 2m_s = (z_1 + 2)m_s$	$D_{e_1} = d_{d_1} + 2m_n$
D_{e_2}	$D_{e_2} = d_{d_2} - 2m_s + \Delta_e$	$D_{e_2} = d_{d_2} - 2m_n + \Delta_e$
D_{i_1}	$D_{i_1} \approx d_{d_1} - 2,5m_s$	$D_{i_1} \approx d_{d_1} - 2,5m_n$
D_{i_2}	$D_{i_2} \approx d_{d_2} + 2,5m_s$	$D_{i_2} \approx d_{d_2} + 2,5m_n$
r_{o1}	$r_{o1} = 0,5d_{d_1} \cos \alpha_d$	$r_{o1} = 0,5d_{d_1} \cos \alpha_{os}$
r_{o2}	$r_{o2} = 0,5d_{d_2} \cos \alpha_d$	$r_{o2} = 0,5d_{d_2} \cos \alpha_{os}$
α_{on}	$\alpha_{on} = \alpha_d = 20^\circ$	$\alpha_{on} = \alpha_d = 20^\circ$
α_{os}	$\alpha_{os} = \alpha_d = 20^\circ$	$\operatorname{tg} \alpha_{os} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{on}}{\cos \beta_d} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_d}{\cos \beta_d}$
α_s	$\alpha_s = \alpha_d = 20^\circ$	$\alpha_s = \alpha_{os}$
β_d	$\beta_d = 0$	$\beta_d = 7 \div 35^\circ$
B	—	При $\beta_d \neq 0$ должно выполняться условие $B \geq 0,9 m_s \operatorname{ctg} \beta_d$
Δ_e	$\Delta_e = \frac{15,2m_s}{z_2}$	$\Delta_e = \frac{2m_n^2 \cos^2 \beta_d}{d_{d_1} \operatorname{tg}^2 \alpha_{os}}$
z_c	$z_c = z_2 - z_1$	
z_{cmin}	$z_{cmin} = 8 \div 3$ при $z_2 \approx 25 \div 200$	

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Прямозубые конические зубчатые колеса, оси которых
пересекаются под прямым углом

Обозначения и определения

Обозначение	Определение
δ	Угол между осями зубчатых колес
φ_d	Угол между образующей и осью начального конуса
φ_e	Угол между образующей конуса выступов и осью начального конуса
φ_i	Угол между образующей конуса впадин и осью начального конуса
d_d	Диаметр делительной окружности (окружности, получающейся в пересечении поверхностей начального конуса и наружного дополнительного конуса)
d_{cp}	Средний диаметр (диаметр окружности, получающейся в пересечении поверхности начального конуса плоскостью, проходящей через середину ширины зубчатого венца)
L	Конусное расстояние (длина отрезка образующей начального конуса между его вершиной и окружностью диаметром d_d)
B	Ширина зубчатого венца
q_k	Степень полноты зуба
t_s	Шаг на делительной окружности
m_s	Модуль
v_{cp}	Окружная скорость на диаметре d_{cp}

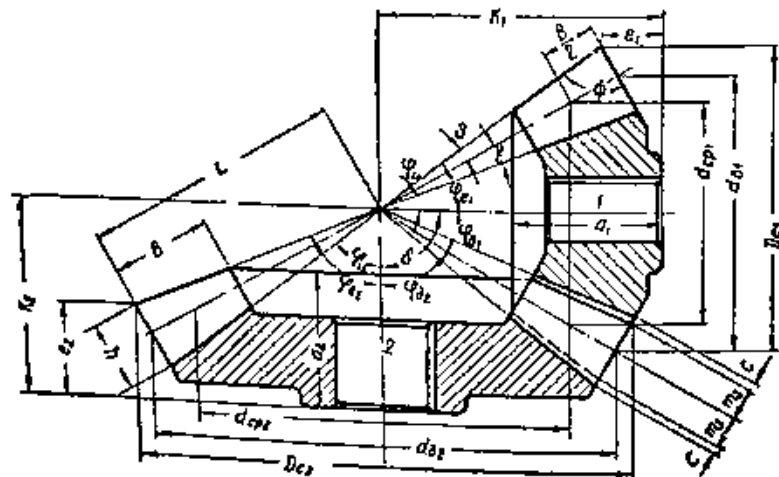


Рис. 7. Конические зубчатые колеса.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Формулы для определения основных размеров зацепления передач с коническими зубчатыми колесами: некорригированных ($\xi_1 = \xi_2 = 0$) и с высотной коррекцией ($\xi_c = \xi_1 + \xi_2 = 0$)

Обозначение	Формула
δ	$\delta = 90^\circ$
$\varphi_{d_1}, \varphi_{d_2}$	$\operatorname{tg} \varphi_{d_1} = \frac{z_1}{z_2}, \quad \varphi_{d_2} = 90^\circ - \varphi_{d_1}$
θ_1, θ_2	$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{(1 + \xi_1) m_s}{L}, \quad \operatorname{tg} \theta_2 = \frac{(1 + \xi_2) m_s}{L}$
γ_1, γ_2	$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{(1,2 - \xi_1) m_s}{L}, \quad \operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{(1,2 - \xi_2) m_s}{L}$
$\varphi_{e_1}, \varphi_{e_2}$	$\varphi_{e_1} = \varphi_{d_1} + \theta_1, \quad \varphi_{e_2} = \varphi_{d_2} + \theta_2$
$\varphi_{i_1}, \varphi_{i_2}$	$\varphi_{i_1} = \varphi_{d_1} - \gamma_1, \quad \varphi_{i_2} = \varphi_{d_2} - \gamma_2$
ψ_1, ψ_2	$\psi_1 = 90^\circ - \theta_1, \quad \psi_2 = 90^\circ - \theta_2$
d_{d_1}, d_{d_2}	$d_{d_1} = m_s z_1, \quad d_{d_2} = m_s z_2$
d_{cp_1}, d_{cp_2}	$d_{cp_1} = (1 - 0,5q_k) d_{d_1}, \quad d_{cp_2} = (1 - 0,5q_k) d_{d_2}$
D_{e_1}, D_{e_2}	$D_{e_1} = d_{d_1} + 2h_{d_1} \cos \varphi_{d_1}, \quad D_{e_2} = d_{d_2} + 2h_{d_2} \cos \varphi_{d_2}$
f_0	$f_0 = 1$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Обозначение	Формула
h_{d_1}, h_{d_2}	$h_{d_1} = (1 + \xi_1) m_s, \quad h_{d_2} = (1 + \xi_2) m_s$
h	$h = 2,2m_s$
L	$L = 0,5d_{d_1} \sqrt{1 + i^2} = 0,5m_s \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$
m_n	$m_n = m$
m_s	$m_s = m$
t_s	$t_s = \frac{\pi d_d}{z}$
c	$c = 0,2m_n$
q_k	$q_k = \frac{B}{L}$
κ_1, κ_2	Из конструктивных соображений
e_1, e_2	$e_1 = \kappa_1 - 0,5d_{d_1} \operatorname{ctg} \varphi_{d_1} + h_{d_1} \sin \varphi_{d_1},$ $e_2 = \kappa_2 - 0,5d_{d_2} \operatorname{ctg} \varphi_{d_2} + h_{d_2} \sin \varphi_{d_2}$
a_1, a_2	$a_1 \approx e_1 + B \cos \varphi_{e_1}, \quad a_2 \approx e_2 + B \cos \varphi_{e_2}$
i	$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{d_2}}{d_{d_1}}$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

II. УСИЛИЯ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Цилиндрические зубчатые колеса

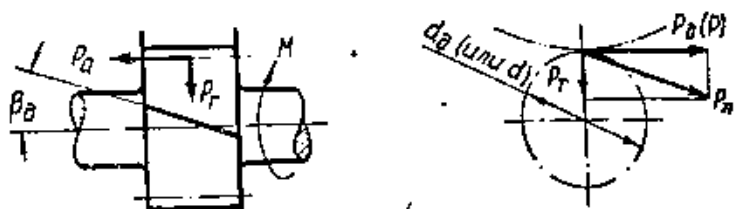


Рис. 8. Схема усилий в зацеплении цилиндрических зубчатых колес.

Усилие	Зубчатые колеса		
	прямо-зубые	косозубые	шевронные
Окружное P_d	$P_d = \frac{2M}{d_d}$	$P_d = \frac{2M}{d_d}$	$P_d = \frac{2M}{d_d}$
Радиальное P_r	$P_r = P_d \operatorname{tg} \alpha_d$	$P_r = P_d \frac{\operatorname{tg} \alpha_d}{\cos \beta_d}$	$P_r = P_d \frac{\operatorname{tg} \alpha_d}{\cos \beta_d}$
Осевое P_a	0	$P_a = P_d \operatorname{tg} \beta_d$	0
Нормальное P_n	$P_n = \frac{P_d}{\cos \alpha_d}$	$P_n = \frac{P_d}{\cos \beta_d \cos \alpha_d}$	

Примечание. В прямозубых передачах с угловой коррекцией вместо P_d надо взять окружное усилие P , отнесенное к начальной окружности, т. е. $P = \frac{2M}{d}$. Радиальное усилие в этом случае $P_r = P \operatorname{tg} \alpha_s$.

Прямозубые конические зубчатые колеса, оси которых пересекаются под прямым углом

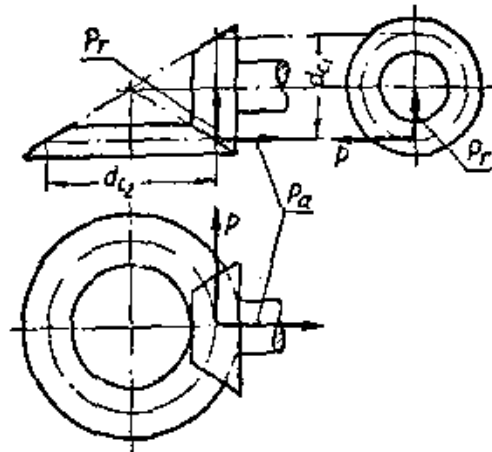


Рис. 9. Схема усилий в зацеплении конических зубчатых колес

$$P = \frac{2M_1}{d_{cp1}} = \frac{2M_2}{d_{cp2}},$$

где P — окружное усилие, кг; M_1, M_2 — моменты, действующие на валу шестерни и колеса, кгсм.

Усилие	Радиальное	Осевое
Для шестерни	$P_{r1} = P \operatorname{tg} \alpha_d \cos \varphi_{d1}$	$P_{a1} = P \operatorname{tg} \alpha_d \sin \varphi_{d1}$
Для колеса	$P_{r2} = P \operatorname{tg} \alpha_d \cos \varphi_{d2}$	$P_{a2} = P \operatorname{tg} \alpha_d \sin \varphi_{d2}$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

III. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ СТАЛЬНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Исходные данные

1. Назначение, тип, режим работы и степень ответственности передачи.
2. Передаваемая мощность и число оборотов шестерни.
3. Материал и термообработка шестерни и колеса.
4. Наличие коррекции.
5. Класс точности и чистота обработки.
6. Основные размеры (межцентровое расстояние, модуль, числа зубьев, рабочая ширина зубчатого венца, угол наклона зуба на делительном цилиндре).
7. Характеристика смазки.

Примечание. В приведенных ниже формулах все линейные величины даны в сантиметрах, окружные скорости — в м/сек.

Последовательность проверочного расчета

Расчет на прочность рабочих поверхностей зубьев по контактным напряжениям

Расчет сводится к определению коэффициента контактных напряжений и допустимой величины коэффициента контактных напряжений и к сравнению их между собой

1. Определение коэффициента контактных напряжений:
для передач с цилиндрическими зубчатыми колесами

$$C_k = \frac{2M_1 K (i \pm 1)}{B d_{\partial_1}^2 i \varphi_k \Psi_k}; \quad (1)$$

для зацепления с рейкой

$$C_k = \frac{2M_1 K}{B d_{\partial_1}^2 \varphi_k \Psi_k}; \quad (2)$$

для передач с прямозубыми коническими зубчатыми колесами, оси которых пересекаются под прямым углом,

$$C_k = \frac{4,5 M_1 K}{(1 - q_k) q_k d_{\partial_1}^3 i \varphi_k}. \quad (3)$$

В этих формулах: C_k — коэффициент контактных напряжений, кг/см²;
 M_1 — крутящий момент, действующий на шестерне, кгсм;
 K — коэффициент нагрузки.

$$K = K_{н.р} K_d \quad (4)$$

где $K_{н.р}$ — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по ширине зубчатого венца, вызванную перекосами валов и деформациями зубчатых колес.

$$K_{н.р} = 1 + (\theta_{н.р} - 1) K_d \quad (5)$$

где $\theta_{н.р}$ — значение $K_{н.р}$ до приработки зубьев (см. стр. 316);

K_d — коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости и твердости рабочих поверхностей зубьев на неравномерность распределения нагрузки (см. стр. 317);

K_θ — коэффициент, учитывающий дополнительные динамические нагрузки, вызванные погрешностями изготовления и деформациями зубьев (см. стр. 317).

Примечания. 1. При определении K_θ принимается

$$\Pi = \frac{U v d_1 B}{M_1} \sqrt{\frac{A}{t}}$$

для цилиндрических передач и

$$\Pi = \frac{U v_{ср} d_{ср1} B}{M_1} \sqrt{\frac{d_{ср1}(i+1)}{2t}}$$

для конических передач, где U — см. стр. 318.

2. Если K_θ превышает величину

$$1 + \frac{B d_1 g}{M_1}$$

его следует принимать равным этой величине.

g — см. стр. 318.

φ_k — см. стр. 318 (в прямозубых передачах $\varphi_k = 1$). φ_k — для косозубых передач и прямозубых некорректированных $\varphi_k = 1$; для прямозубых передач с угловой коррекцией

$$\varphi_k = \frac{tg \alpha_s}{tg \alpha_d}$$

Примечание. В формуле (1) знак «плюс» относится к наружному зацеплению, знак «минус» — к внутреннему.

2) Определение эквивалентного числа циклов.

При постоянной нагрузке

$$N_{\text{ц}} = 60 n a_p T, \quad (6)$$

где $N_{\text{ц}}$ — эквивалентное число циклов изменения напряжений в материале зубьев рассчитываемого зубчатого колеса;

n — число оборотов, об/мин;

a_p — число одинаковых зубчатых колес, находящихся в зацеплении с рассчитываемым зубчатым колесом;

T — продолжительность работы за полный срок службы, час.

Примечание. Формула справедлива в том случае, если все зубчатые колеса, сцепляющиеся с рассчитываемым, в каждый данный момент являются либо ведущими, либо ведомыми. У паразитных колес, а также сателлитов планетарных передач зубья работают разными сторонами, являющимися ведущими в одном зацеплении и ведомыми в другом зацеплении. В этом случае в формуле (6) $a_p = 1$, а при определении T надо учитывать, является нагрузка реверсивной или кереверсивной.

При переменной нагрузке полагаем нагрузку и число оборотов за каждый рабочий цикл продолжительностью $t_{\text{раб}}$ изменяющимися по кривым, изображенным на рис. 10 толстыми линиями, причем величины нагрузок отложены от линии $I-I$ вверх, а величины чисел оборотов — вниз.

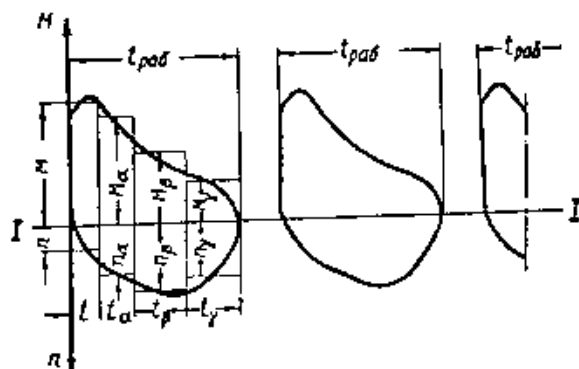


Рис. 10. Рабочие циклы нагрузки.

Для упрощения плавное изменение M и n заменяем ступенчатым и фигуры, образованные упомянутыми кривыми, заменяем рядом прямоугольников со сторонами $M, t; M_a, t_a; M_b, t_b$ и т. д. и со сторонами $n, t; n_a, t_a; n_b, t_b$ и т. д.

Расчет производится по максимальной нагрузке (максимальному моменту) M . Число циклов изменения напряжений, при котором максимальная нагрузка M оказывает на усталостное разрушение зубьев такое же влияние, как и заданная переменная нагрузка, определяется по формуле

$$N_{\text{ц}} = 60 n a_p t_{\text{ц}} \left[+ \sum \frac{n_i t_i}{n t} \left(\frac{M_i}{M} \right)^x \right], \quad (7)$$

где t — время действия максимальной нагрузки час.;

n — число рабочих циклов продолжительностью $t_{\text{раб}}$ за полный срок службы;

$x = 3$ при расчете на прочность рабочих поверхностей зубьев по контактным напряжениям;

$x = 9$ при расчете прочности зубьев на изгиб.

Для случая, показанного на рис. 10,

$$\sum \frac{n_i t_i}{n t} \left(\frac{M_i}{M} \right)^x = \frac{n_a t_a}{n t} \left(\frac{M_a}{M} \right)^x + \frac{n_b t_b}{n t} \left(\frac{M_b}{M} \right)^x + \frac{n_\gamma t_\gamma}{n t} \left(\frac{M_\gamma}{M} \right)^x.$$

Величина $N_{ц}$ называется эквивалентным числом циклов изменения напряжений.

Примечания. 1. При определении $N_{ц}$ не учитываются кратковременные редкорежущие перегрузки, которые возможны при отклонениях от нормального режима работы. Указания о проверке прочности при этих перегрузках см. примечание б. стр. 315.2. При определении $N_{ц}$ также не учитываются нагрузки, меньшие $\frac{1}{7} M$ при расчете на контактные напряжения и меньшие $\frac{1}{3} M$ при расчете на изгиб.

3. Определение допускаемой величины коэффициента контактных напряжений.

Допускаемая величина коэффициента контактных напряжений $[C_k]$ принимается равной меньшему из значений $[C_k]_1$ и $[C_k]_2$:

$$[C_k]_1 = [C_{к. в}]_1 K_{ц1} K_\beta K_\nu, \quad (8)$$

$$[C_k]_2 = [C_{к. в}]_2 K_{ц2} K_\beta K_\nu, \quad (9)$$

где $[C_{к. в}]$ — значение $[C_k]$ при $N_{ц} \geq N_{ц. в}$, кг/см² (см. стр. 319);
 $N_{ц. в}$ — число циклов изменения напряжений, соответствующее началу горизонтального участка на кривой усталости.

$$K_{ц} = \sqrt[3]{\frac{N_{ц. в}}{N_{ц}}}. \quad (10)$$

Если $N_{ц} > N_{ц. в}$, то в формулу (10) подставляется $N_{ц} = N_{ц. в}$ и тогда $K_{ц} = 1$.
 K_β и K_ν — см. стр. 320.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Примечания. 1. Если в некорректированной передаче с прямыми зубьями твердости их рабочих поверхностей неодинаковы, причем $H_{B_1} > H_{B_2}$, $H_{B_2} < 350$ и $z'_{n_1} = \frac{z_1}{\cos^2 \beta_x} > 24$, то

$$[C_K] = \frac{[C_K]_1 + [C_K]_2}{2}.$$

Если наименьшее таким образом значение $[C_K]$ превышает 1,5 $[C_K]_2$ для цилиндрических передач и 1,3 $[C_K]_2$ — для конических, то его следует принять равным соответственно 1,5 $[C_K]_1$ и 1,3 $[C_K]_2$. 2. Значение каждого из произведений $K_H K_{\alpha} K_{\beta}$ и $K_{H\alpha} K_{\beta}$ при расчете по рабочим (а не по случайным кратковременным) нагрузкам с целью предупреждения недопустимых пластических деформаций и других видов разрушения рабочих поверхностей обычно не должно превышать пяти. 3. Если число оборотов шестерни $n_1 < 70$ об/мин, то величину $[C_K]$ следует увеличить умножением на коэффициент 0 (см. стр. 321). Это примечание не относится к передачам грузоподъемных машин, а также ручным передачам. 4. При $v > 25$ м/сек и высокой твердости поверхностей зубьев значения K_{β} из графика на стр. 320 являются весьма ориентировочными. 5. Формулы (8) и (9) действительны при чистоте рабочих поверхностей зубьев не ниже $\nabla 6$ при твердости рабочих поверхностей зубьев $H_B < 350$ и не ниже $\nabla 7$ при $H_B > 350$. В противном случае значения $[C_K]$ должны быть снижены примерно на 5—10% при $H_B < 350$ и на 10—20% при $H_B > 350$. 6. Если при отклонениях от нормального режима работы передачи возможны кратковременные редко действующие перегрузки, производится проверочный расчет по формулам (1), (2) или (3), причем вместо момента M_1 подставляется момент, действующий при этих нагрузках. При этом $K_{\alpha} = 1$ и

$$\left. \begin{aligned} [C_K]_1 &\leq 8 [C_{K.v}]_1 \text{ кг/см}^2 \\ [C_K]_2 &\leq 8 [C_{K.v}]_2 \text{ кг/см}^2 \end{aligned} \right\} \text{ при } H_{B_2} < 350.$$

$$\left. \begin{aligned} [C_K]_1 &\leq 6 [C_{K.v}]_1 \text{ кг/см}^2 \\ [C_K]_2 &\leq 6 [C_{K.v}]_2 \text{ кг/см}^2 \end{aligned} \right\} \text{ при } H_{B_2} > 350.$$

Эти значения ввиду недостаточной изученности вопроса следует рассматривать как ориентировочные. 7. Указания к определению допустимых величин $[C_K]_1$ и $[C_K]_2$ для различных видов передач см. [32], стр. 704—707.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

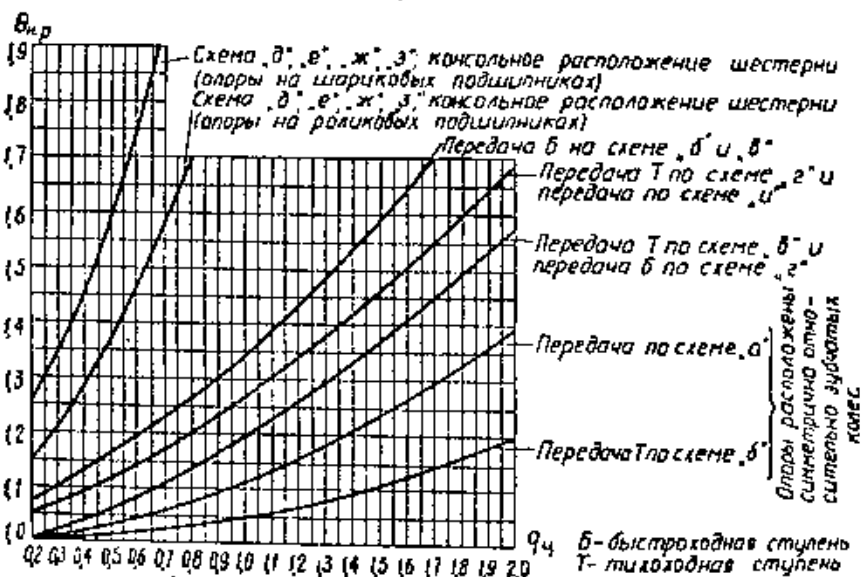
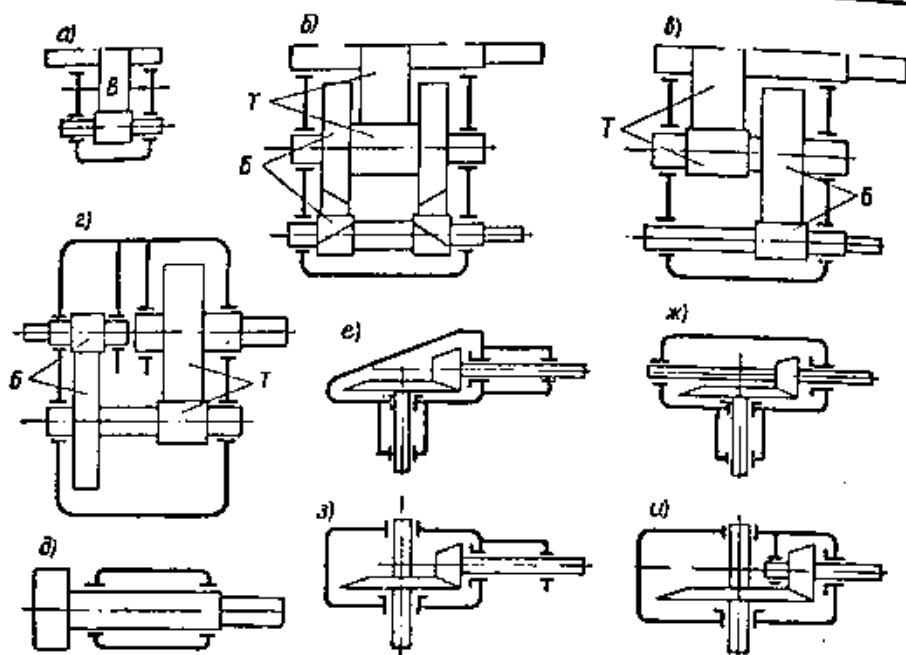


Рис. 11. График для определения ориентировочной величины $\theta_{кр}$. По оси абсцисс отложены значения:

- $q_k = \frac{V}{d_{a1}}$ — для обычных цилиндрических передач;
- $\frac{0,8V}{d_{a1}}$ — для шевронных передач и передач с раздвоенной ступенью;
- $\frac{q_{к1}}{2 - q_k}$ — для конических передач, оси которых пересекаются под прямым углом.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

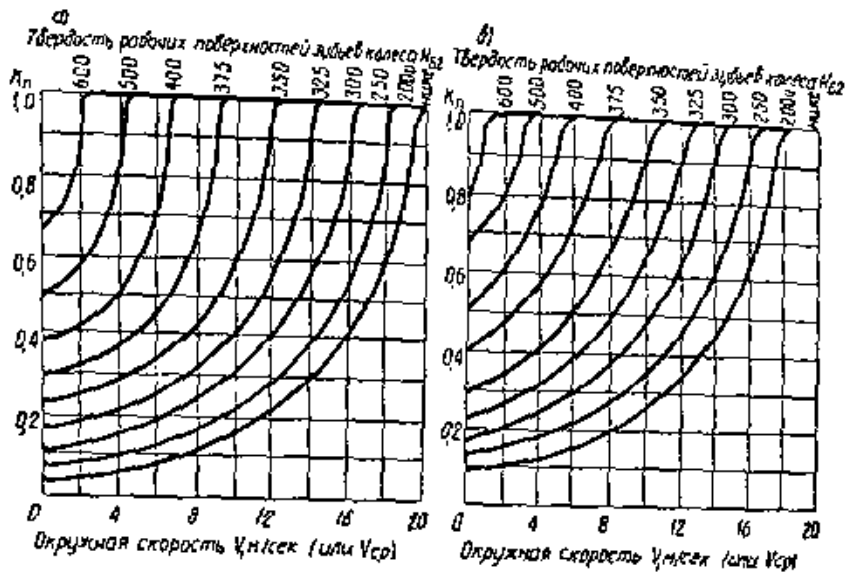


Рис. 12. График для определения коэффициента K_H : а — при постоянной или малоизменяющейся нагрузке; б — при часто повторяющихся резких изменениях нагрузки.

Значения коэффициента K_α

Вид расчета и твердость рабочих поверхностей зубьев	Зубья	Жестко связанная с шестерней массивная деталь	
		отсутствует	имеется *
При расчете на прочность рабочих поверхностей зубьев, если $H_{B_2} \leq 350$ (или $H_{B_1} \leq 350$ и $H_{B_2} \leq 350$)	Прямые	$K_\alpha = 1 + \Pi$	$K_\alpha = 1 + 2\Pi$
	Косые	$K_\alpha = 1 + 0,5\Pi$	$K_\alpha = 1 + \Pi$
При расчете зубьев на изгиб. При расчете на прочность рабочих поверхностей зубьев, если $H_{B_1} > 350$ и $H_{B_2} > 350$	Прямые	$K_\alpha = 1 + 2\Pi$	$K_\alpha = 1 + 4\Pi$
	Косые	$K_\alpha = 1 + \Pi$	$K_\alpha = 1 + 2\Pi$

* Например, конструкции, показанные на рис. 11, б — в, где вместе с шестерней промежуточного вала вращается колесо быстроходной ступени.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Усредненные значения коэффициентов U и g

Класс точности по ГОСТ 1643—46 и ГОСТ 1758—42		1	2	3	4			
Степень точности по нормам плавности по ГОСТ 1643—56 и ГОСТ 1758—56		4	5	6	7	8	9	
Цилиндрические передачи	U	0,4	0,6	0,7	0,9	1,3	1,7	2,4
	g	30	65	90	150	340	530	1050
Конические передачи	U		0,7	0,8	1,1	1,6	2	2,9
	g		80	110	180	400	630	1250

Значения ϑ_K и ϑ_H при $\beta_d \neq 0$

Твердость рабочих поверхностей зубьев	Класс точности по ГОСТ 1643—46 и ГОСТ 1758—42					
	1	2	3	4		
	Степень точности по нормам плавности по ГОСТ 1643—56 и ГОСТ 1758—56					
	6	7	8	9		
$H_{B2} \leq 350$ или $H_{B1} \leq 350$ и $H_{B2} \leq 350$	ϑ_K	1,1	1,25	1,2	1,1	1,0
	ϑ_H	1,5	1,4	1,3	1,2	1,0
$H_{B1} > 350, H_{B2} > 350$	ϑ_K	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9
	ϑ_H	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8

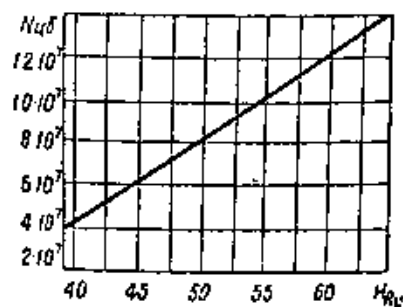
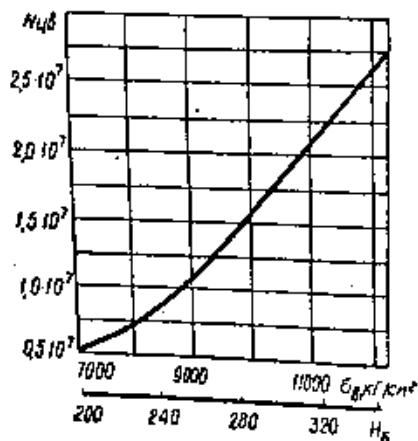


Рис. 13. Графики для определения величины $N_{ц. в}$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

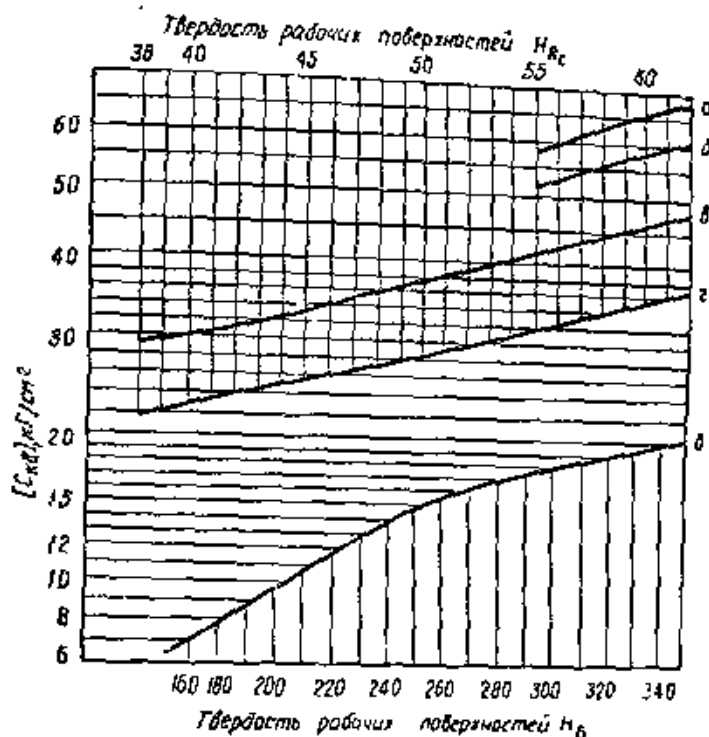


Рис. 14. График для определения величины $[C_{к.в}]$: а — цементация высоколегированных сталей (12ХНЗА, 20ХНЗ, 12ХН4А, 18ХНВА, 18ХГТ и др.) с твердостью сердцевины $HRC > 35$; б — цементация высоколегированных сталей (12ХНЗА, 18ХНВА, 18ХГТ и др.) с твердостью сердцевины $HRC = 26 \div 35$ и легированных сталей с твердостью сердцевины $HRC > 35$; в — сплошная закалка, а также цементация легированных сталей с твердостью сердцевины $HRC = 26 \div 35$; г — поверхностная закалка пламенем или ТВЧ, а также цементация углеродистых сталей (15 и 20); д — колеса с твердостью рабочих поверхностей зубьев $HRC \leq 350$.

Примечания. 1. Верхней абсциссой пользоваться для кривых а, б, в, г, нижней абсциссой — для кривой д. 2. Эксперименты в одну эксплуатацию показывают, что при поверхностной закалке имеется большой разброс в величинах нагрузок, определяемых сопротивлением выкрашиванию, что связано с влиянием качества термодобработки. В связи с этим, если не обеспечено надежное качество закаленного слоя и проверка его, то значения $[C_{к.в}]$, заданные кривой г, надо снизить на 25%.

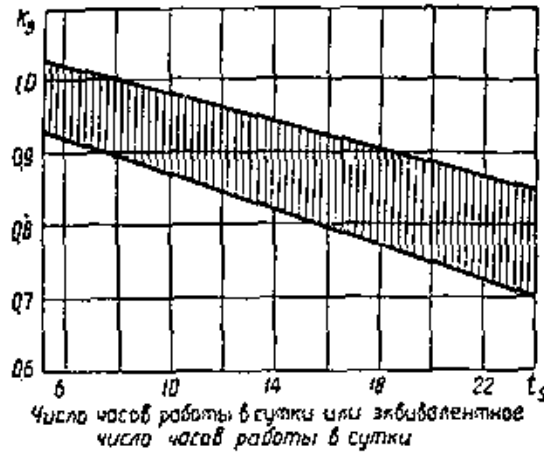


Рис. 15. График для определения величины коэффициента K_3 .

Примечания. 1. Величина коэффициента K_3 выбирается в зависимости от ответственности передачи, размеров и стоимости ее, от последствий преждевременного выхода ее из строя и т. д. Чем крупнее передача и чем серьезнее вредные последствия, связанные с простоем, вызванным заменой вышедших из строя зубчатых пар, тем меньшей назначается величина K_3 . 2. При необходимости снизить габариты и вес привода в тех случаях, когда обеспечена возможность быстрой замены вышедших из строя зубчатых пар запасными, можно принимать $K_3 = 1,15 \div 1,2$.

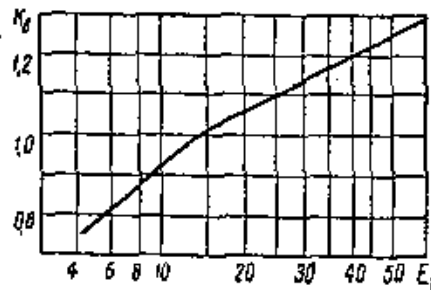


Рис. 16. График для определения величины коэффициента K_5 .
Примечание. Вязкость масла E_1 в градусах Энглера при температуре t в зависимости от E_{50} (при температуре $t = 50^\circ$) можно ориентировочно определить по формуле

$$E_1 = \frac{26300}{t^{2,6}} E_{50}$$

Связь между условной вязкостью в градусах Энглера и кинематической вязкостью в стоксах выражается формулой

$$\gamma = \left(0,0731^\circ E - \frac{0,0631}{^\circ E} \right) \text{ см.}$$

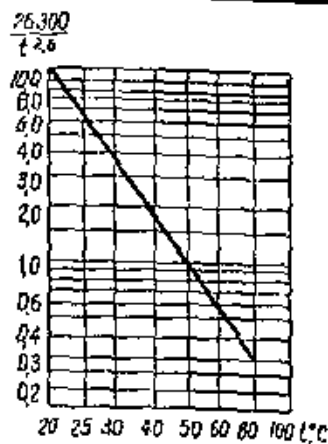


Рис. 17. График для определения величины $\frac{26300}{i^{2.6}}$.

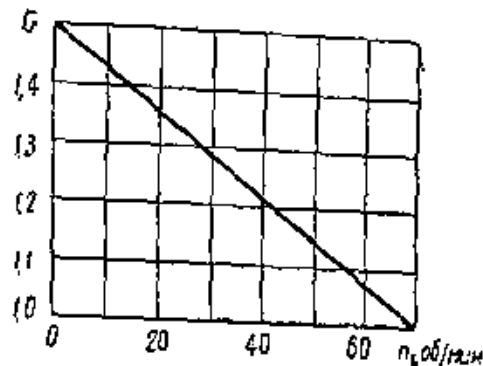


Рис. 18. График для определения величины коэффициента G .

Расчет прочности зубьев на изгиб*

Расчет сводится к определению напряжений изгиба и допускаемых напряжений при расчете на изгиб и к сравнению их между собой.

1. Определение напряжений изгиба:

для передач с цилиндрическими зубчатыми колесами

$$\sigma_1 = \frac{2M_1 K}{B a d_1 m_d Y_1 \Phi_H}; \quad (11)$$

для передач с прямозубыми коническими зубчатыми колесами, оси которых пересекаются под прямым углом,

$$\sigma_1 = \frac{2,26 M_1 K}{B d_1 m_s (1 - q_H) Y_1}; \quad (12)$$

В обоих случаях

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{Y_1}{Y_2}; \quad (13)$$

В этих формулах: σ_1 и σ_2 — напряжения изгиба, кг/см^2 ;

Y_1 и Y_2 — коэффициенты формы зуба.

Для прямозубых зубчатых колес величины Y_1 и Y_2 определяются из графика на стр. 324 в зависимости от z_1 и z_2 для цилиндрических зубчатых колес и в зависимости от приведенных чисел зубьев

$$z'_1 = \frac{z_1}{\cos \varphi_{d1}}, \quad z'_2 = \frac{z_2}{\cos \varphi_{d2}}$$

для конических зубчатых колес.

* Кроме расчета на прочность рабочих поверхностей зубьев и расчета прочности зубьев на изгиб для ответственных скоростных зубчатых передач, необходимо произвести расчет на нагрев. Методика расчета зубчатой передачи на нагрев приведена в [16], стр. 114.

Для косозубых цилиндрических зубчатых колес величины Y_1 и Y_2 определяются по рис. 19 в зависимости от величин z'_{n_1} и z'_{n_2} , получаемых по формулам

$$z'_{n_1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta_d},$$

$$z'_{n_2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta_d}.$$

φ_H — см. стр. 318 (в прямозубых передачах $\varphi_H = 1$).

2. Определение допускаемых напряжений при расчете на изгиб при реверсивной симметричной нагрузке

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{-1} K_{ц.п}}{n_H} \approx \frac{\sigma_{вс} K_{ц.п}}{2n_H}; \quad (14)$$

при нереверсивной нагрузке

$$[\sigma] = \frac{1,5 \sigma_{-1} K_{ц.п}}{n_H} \approx \frac{0,75 \sigma_{вс} K_{ц.п}}{n_H}. \quad (15)$$

Если зубья находятся под действием реверсивной нагрузки, причем в одну сторону действует нагрузка M' , а в другую M'' ($M' > M''$), тогда

$$[\sigma] = \frac{3}{2 + \frac{M''}{M'}} \cdot \frac{\sigma_{-1} K_{ц.п}}{n_H} \approx \frac{1,5}{2 + \frac{M''}{M'}} \cdot \frac{\sigma_{вс} K_{ц.п}}{n_H}. \quad (16)$$

В этих формулах: $[\sigma]$ — допускаемое напряжение при расчете на изгиб, кг/см^2 ;

σ_{-1} — предел выносливости образца из материала сердцевины зуба, кг/см^2 ;

$\sigma_{вс}$ — предел прочности материала сердцевины зуба, кг/см^2 .

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

$$K_{ц.н} = \sqrt[9]{\frac{5 \cdot 10^6}{N_{ц}}} \quad (17)$$

где $N_{ц}$ принимается по формуле (6) при постоянных нагрузке M и скорости n и по формуле (7) при переменных M и n ; если $N_{ц} > 5 \cdot 10^6$, то в формулу (17) подставляется $N_{ц} = 5 \cdot 10^6$ и тогда $K_{ц.н} = 1$; $n_{ц}$ — запас прочности.

Примечания. 1. В ряде случаев данная методика расчета приводит к излишним запасам прочности. В связи с этим, если при расчете напряжения изгиба получаются больше допустимых, следует произвести уточняющий расчет согласно указаниям [32], стр. 70-1. 2. При определении $N_{ц}$ в формулах (6) и (7) не учитываются кратковременные редко действующие перегрузки, которые возможны при отклонениях от нормального режима работы.

Значения $n_{ц}$ для зубчатых колес

Вид заготовки и термообработки	$n_{ц}$			
	чистота поверхности выкружки зуба			
	грубые следы обработки (например, $\nabla 4$ или $\nabla 5$)	незначительные следы обработки (например, $\nabla 6$)	чистая обработка $\nabla 7$	весьма чистая обработка $\nabla 8$ и выше
Поковки и отливки, подвергнутые нормализации, улучшению или отжигу, а также цементации с последующей закалкой. Зубья с закаленными боковыми поверхностями и выкружкой	2,3	2	1,8	1,7
Зубья с закаленными с поверхности боковыми сторонами, а также подвергнутые сплошной закалке	3,5	3	2,7	2,5

Примечание. При расчете передач, подверженных износу зубьев (например, в открытых передачах) сопутствующее ослабление прочности зубьев на изгиб может быть компенсировано увеличением запаса прочности $n_{ц}$ на 20—40% против значений, приведенных в таблице. Запас прочности должен быть также увеличен в тех случаях, когда поломка зубьев может повлечь за собой человеческие жертвы или большой ущерб для производства.

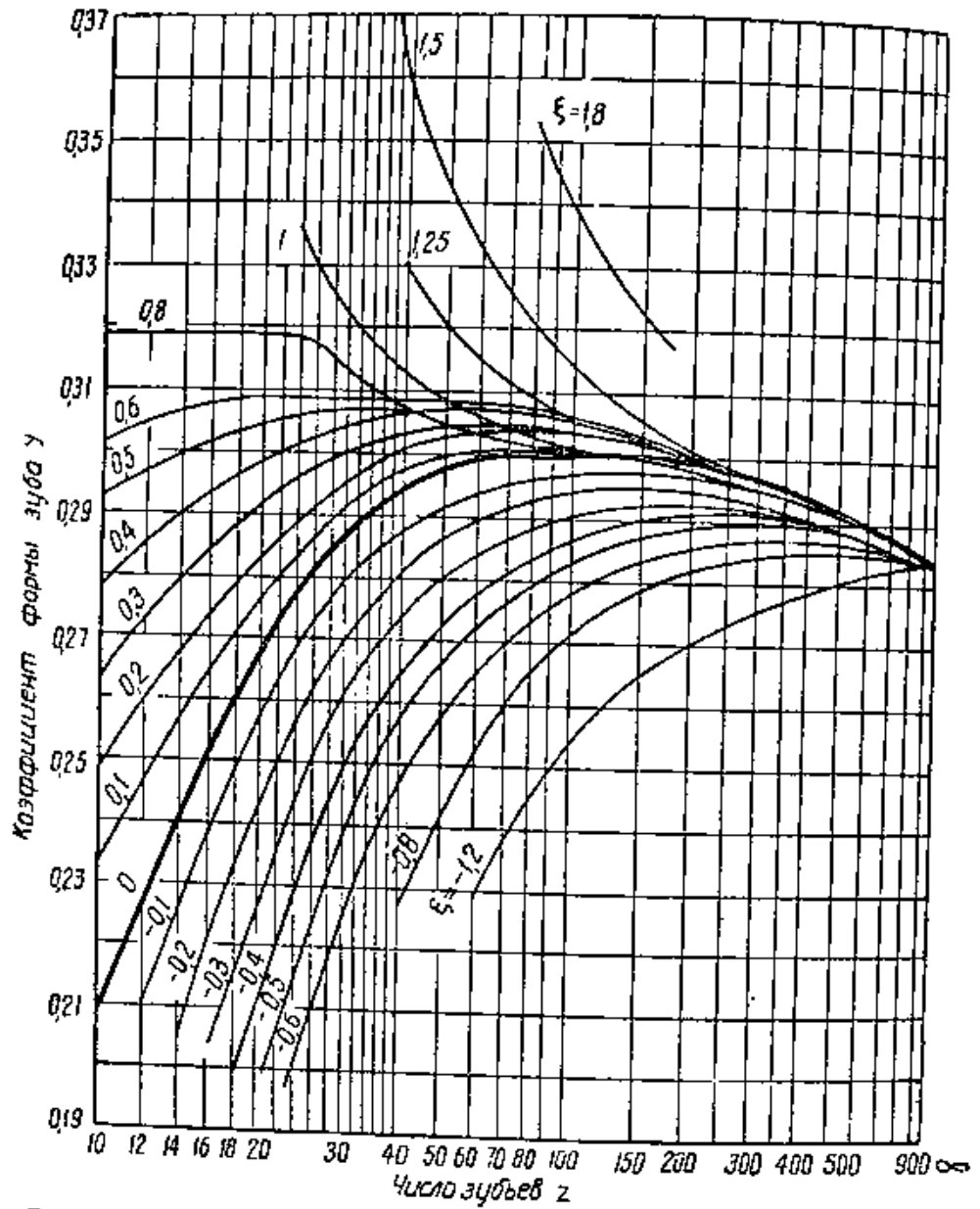


Рис. 19. График для определения коэффициента Y при $h = 2,25 m$.

Примечания. 1. Если $h < 2,25 m$, найденное по графику значение Y надо умножить на $\frac{2,25 m}{h}$. 2. Для колес с внутренними зубьями можно принять $Y=0,35$.

IV. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЕРЕДАЧИ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

Дано. Передача тихоходной ступени редуктора привода каламбда для конденсаторной бумаги. На промежуточном валу постоянно передается мощность $N = 70$ л. с. Срок службы передачи — не менее 12 лет при работе 24 час. в сутки. Нагрузка неререверсивная. Колесо с бандажом из улучшенной стали 40 с твердостью рабочих поверхностей зубьев $HV_0 \geq 200$. Шестерня из стали 40X с $HV_0 \geq 250$. Зубчатые колеса изготовлены по 3-му классу точности ГОСТ 1643—46 (по восьмой степени точности по нормам плавности ГОСТ 1643—56). Чистота обработки поверхности выкружки зуба $\nabla 5$. Передача некорригированная. Вязкость масла при рабочей температуре $E = 12 \div 15^\circ$. Преждевременный выход передачи из строя связан с простоем, вызывающим существенный ущерб для предприятия. Остальные данные приведены на рис. 20.

Произвести проверку прочности передачи

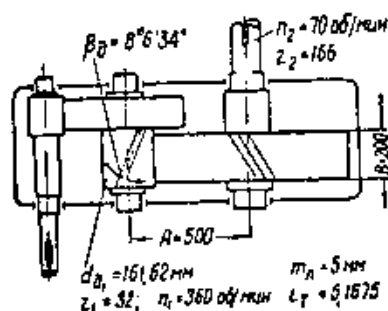


Рис. 20. Схема передачи к примеру расчета.

Решение.

Расчет на прочность рабочих поверхностей зубьев по контактным напряжениям

Определение коэффициента контактных напряжений

1. Определение момента на шестерне.

$$M_1 = 71620 \frac{N}{n} \approx 14000 \text{ кгсм.}$$

2. Определение величины ζ_H .

$$\zeta_H = \frac{B}{d_{D1}} = 1,24.$$

3. Определение величины коэффициента $\theta_{H, p}$.

Из графика на рис. 11 находим, что для тихоходной ступени редуктора, выполненного по схеме на рис. 11, в, $\theta_{H, p} = 1,28$.

4. Определение окружной скорости.

$$v = \frac{d_{D1} n_1}{1900} = \frac{161,62 \cdot 360}{1900} = 3,06 \text{ м/сек.}$$

5. Определение величины коэффициента K_H .

Из графика на рис. 12, а находим, что для случая постоянной нагрузки $K_H \approx 0,05$.

6. Определение величины коэффициента $K_{H.p}$. По формуле (5)

$$K_{H.p} = 1 + (\theta_{H.p} - 1) K_H = 1,014.$$

7. Определение величины коэффициента U .

Из таблицы на стр. 318 находим, что $U = 1,3$.

8. Определение величины коэффициента Π :

$$\Pi = \frac{U v d_{\partial_1} B}{M_1} \sqrt{\frac{A}{l}} = 0,286.$$

9. Определение величины коэффициента K_{∂} .

Из таблицы на стр. 317 находим, что $K_{\partial} = 1 + \Pi = 1,286$.

Проверка: величина

$$1 + \frac{B d_{\partial_1} g}{M_1} = 8,85 > K_{\partial},$$

где $g = 340$ (из таблицы на стр. 318).

10. Определение величины коэффициента K . По формуле (4)

$$K = K_{H.p} K_{\partial} = 1,31.$$

11. Определение величины коэффициента ϑ_K .

Из таблицы на стр. 318 находим, что $\vartheta_K = 1,2$.

12. Определение величины коэффициента φ_K .

Согласно данным на стр. 312, $\varphi_K = 1$.

13. Определение величины коэффициента C_K . По формуле (1)

$$C_K = \frac{2M_1 K (i + 1)}{B d_{\partial_1}^2 i \vartheta_K \varphi_K} = 6,98 \text{ кг/см}^2.$$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Определение эквивалентного числа циклов

1. Определение продолжительности работы за полный срок службы.

Полагая, что в году 300 рабочих дней, находим, что
 $T = 300 \cdot 24 \cdot 12 = 86\ 300$ час.

2. Определение эквивалентного числа циклов изменения напряжений в материале зубьев колеса.

$$N_{ц2} = 60 \sigma_{\text{доп}} T = 60 \cdot 70 \cdot 1 \cdot 86\ 300 = 36 \cdot 10^7 \text{ циклов.}$$

Определение допускаемой величины коэффициента контактных напряжений

1. Определение числа циклов изменения напряжений, соответствующего началу горизонтального участка на кривой усталости.
Из графика на рис. 13 находим, что

$$N_{ц. з_2} = 0,5 \cdot 10^7.$$

2. Определение величины коэффициента $K_{ц}$.

Согласно указаниям на стр. 314, если $N_{ц} > N_{ц. з}$, то $K_{ц} = 1$.
Следовательно,

$$K_{ц_1} = 1 \text{ и } K_{ц_2} = 1.$$

3. Определение величины коэффициента $K_{з}$.

Из графика на рис. 15 принимаем $K_{з} = 0,72$, т. е. близким к его минимальному значению при работе 24 час. в сутки, так как преждевременный выход передачи из строя крайне нежелателен (см. примечание 1 к рис. 15).

4. Определение величины коэффициента $K_{в}$.
Из графика на рис. 16 находим, что $K_{в} = 1$.

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

5. Определение величины коэффициентов $[C_{к. в}]_1$ и $[C_{к. в}]_2$.
Из графика на рис. 14 находим, что

$$[C_{к. в}]_1 = 15 \text{ кг/см}^2,$$

$$[C_{к. в}]_2 = 10 \text{ кг/см}^2.$$

6. Определение величины коэффициентов $[C_k]_1$ и $[C_k]_2$.

$$[C_k]_1 = [C_{к. в}]_1 K_{ц1} K_{э} K_{в} = 10,8 \text{ кг/см}^2,$$

$$[C_k]_2 = [C_{к. в}]_2 K_{ц2} K_{э} K_{в} = 7,2 \text{ кг/см}^2.$$

7. Определение величины коэффициента $[C_k]$.

Согласно примечанию 1 на стр. 315,

$$[C_k] = \frac{[C_k]_1 + [C_k]_2}{2} = 9 \text{ кг/см}^2.$$

Следовательно, $C_k < [C_k]$.

Расчет прочности зубьев на изгиб

Определение напряжений изгиба

1. Определение величины коэффициента K_{∂} .

Из таблицы на стр. 317 находим

$$K_{\partial} = 1 + 2\Gamma = 1,572.$$

2. Определение величины коэффициента K .

$$K = K_{п. р} K_{\partial} = 1,6.$$

3. Определение величин z'_{n_1} и z'_{n_2} .

$$z'_{n_1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta_{\partial}} = 33,$$

$$z'_{n_2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta_{\partial}} = 171.$$

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

4. Определение величин Y_1 и Y_2 .
Из графика на рис. 19 находим:

$$Y_1 = 0,29,$$

$$Y_2 = 0,298.$$

5. Определение величины коэффициента ϕ_H .
Из таблицы на стр. 318 находим, что $\phi_H = 1,3$.

6. Определение напряжений изгиба:

$$\sigma_1 = \frac{2M_1 K}{B d_{o1} m_n Y_1 \phi_H} = 740 \text{ кг/см}^2,$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{Y_1}{Y_2} = 720 \text{ кг/см}^2.$$

Определение допускаемых напряжений при расчете на изгиб

1. Определение величины σ_{bc} .

Согласно указаниям [1], стр. 292, для углеродистой стали $HB = 200$ соответствует $\sigma_s = 7200 \text{ кг/см}^2$, для хромистой стали $HB = 250$ соответствует $\sigma_s = 8700 \text{ кг/см}^2$. В рассматриваемой передаче

$$\sigma_{bc} = \sigma_s.$$

2. Определение величины коэффициента $K_{цн}$.

Так как $N_{ц} > 5 \cdot 10^8$, то $K_{цн} = 1$.

Следовательно,

$$K_{цн1} = 1 \text{ и } K_{цн2} = 1.$$

3. Определение величины n_H .

Из таблицы на стр. 323 находим:

$$n_{H1} = n_{H2} = 2,3.$$

4. Определение допускаемых напряжений. По формуле (15)

$$[\sigma]_1 \approx \frac{0,75 \sigma_{bc1} K_{цн1}}{n_{H1}} = 2840 \text{ кг/см}^2,$$

$$[\sigma]_2 \approx \frac{0,75 \sigma_{bc2} K_{цн2}}{n_{H2}} = 2340 \text{ кг/см}^2.$$

Следовательно,

$$\sigma_1 < [\sigma]_1, \quad \sigma_2 < [\sigma]_2.$$

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

I. ГЕОМЕТРИЯ И КИНЕМАТИКА ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Передачи с цилиндрическими архимедовыми червяками

Обозначения и определения

Обозначения, относящиеся к червяку, отмечаются индексом 1, а к колесу — индексом 2.

Обозначение	Определение
A	Межосевое расстояние для корригированной передачи ($\xi \neq 0$)
A_0	Межосевое расстояние для некорригированной передачи ($\xi = 0$)
B	Рабочая ширина венца червячного колеса
d_0	Диаметр делительного цилиндра
D_e	Диаметр цилиндра выступов
D_f	Диаметр цилиндра впадин
D_n	Наибольший диаметр червячного колеса
L	Длина нарезанной части червяка
m_s	Осевой модуль червяка и торцовый модуль колеса
$v_{ск}$	Скорость скольжения червяка
y	Коэффициент формы зуба
z_1	Число заходов червяка
z_2	Число зубьев колеса
α_d	Угол профиля прямозубой рейки или угол профиля архимедова червяка в осевом сечении
λ_d	Угол подъема винтовой линии по делительному цилиндру
t_s	Шаг винтовой линии (расстояние между соответствующими боковыми сторонами двух смежных витков, измеренное параллельно оси червяка)
$t_s z_1$	Ход винтовой линии (расстояние между соответствующими боковыми сторонами одного и того же витка, измеренное параллельно оси червяка)

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Обозначения и определения (продолжение)

Обозначение	Определение
h	Высота зуба
h_a	Глубина захода
c	Радиальный зазор
i	Передаточное отношение
ξ	Коэффициент коррекции
ξm_s	Смещение червяка

Примечание. Обозначения, относящиеся к расчету на прочность, одинаковы с обозначениями для зубчатых передач.

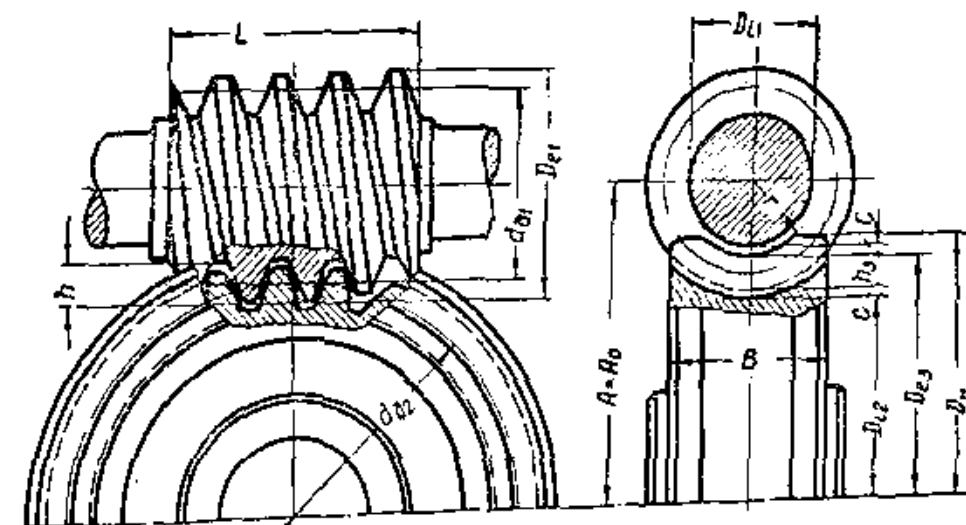


Рис. 1. Червячная передача с архимедовым червяком.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Формулы для определения основных размеров зацепления червячных передач с цилиндрическими архимедовыми червяками *

Обозначение	Формула		
m_s	$m_s = \frac{t_s}{\pi}$		
q	$q = \frac{d_{\partial 1}}{m_s}$		
$d_{\partial 1}$	$d_{\partial 1} = m_s q$		
λ_{∂}	$\lambda_{\partial} = \arctg \frac{z_1}{q}$ (см. стр. 333)		
h	$h = 2,2m_s$		
h_3	$h_3 = 2m_s$		
c	$c = h - h_3 = 0,2m_s$		
D_{e1}	$D_{e1} = d_{\partial 1} + 2m_s$		
D_{i1}	$D_{i1} = d_{\partial 1} - 2,4m_s$		
i	$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$		
$d_{\partial 2}$	$d_{\partial 2} = m_s z_2$		
D_{e2}	$D_{e2} = d_{\partial 2} + 2(1 + \xi)m_s$		
D_H	При z_1	1	$D_H \leq D_{e2} + 2m_s$
		2 или 3	$D_H \leq D_{e2} + 1,5m_s$
		4	$D_H \leq D_{e2} + m_s$
B	При z_1	≤ 3	$B \leq 0,75D_{e1}$
		4	$B \leq 0,67D_{e1}$
A_0	$A_0 = 0,5(d_{\partial 1} + d_{\partial 2}) = 0,5m_s(q + z_2)$		
A	$A = 0,5(d_{\partial 1} + d_{\partial 2}) + m_s \xi = 0,5m_s(q + z_2 + 2\xi)$		
$v_{ск}$	$v_{ск} = \frac{d_{\partial 1} n_1}{1900 \cos \lambda_{\partial}}$		

Примечания. 1. Число зубьев z_2 рекомендуется брать не менее 22 при $z_1 = 1$ и не менее 26 при $z_1 > 1$. 2. Максимальное значение z_2 ограничивается конструктивными соображениями. 3. В формуле для $v_{ск}$: $v_{ск}$ — м/сек; n_1 — об/мин; $d_{\partial 1}$ — см.

* Формулы для эвольвентных червяков см. [35], стр. 749.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Длина нарезанной части червяка

ξ	При $z_1 = 1$ и $z_2 = 2$	При $z_1 = 3$ и $z_2 = 4$
0	$L \geq (11 + 0,06z_2) m_s$	$L \geq (12,5 + 0,09z_2) m_s$
-0,5	$L \geq (8 + 0,06z_2) m_s$	$L \geq (9,5 + 0,09z_2) m_s$
-1	$L \geq (10,5 + z_1) m_s$	$L \geq (10,5 + z_1) m_s$
0,5	$L \geq (11 + 0,1z_2) m_s$	$L \geq (12,5 + 0,1z_2) m_s$
1	$L \geq (12 + 0,1z_2) m_s$	$L \geq (13 + 0,1z_2) m_s$

Примечания: 1. При промежуточном значении коэффициента ξ длина L вычисляется соответственно тому из двух ближайших значений ξ, которое дает большее значение L. 2. Для цилиндрических червяков полученную длину при $m_s < 10$ мм следует увеличить на 25 мм, при $m_s = 10 \div 16$ мм — на 35 ÷ 40 мм и при $m_s > 16$ мм — на 50 мм.

Углы подъема винтовой линии по делительному цилиндру λ_d

z ₁	q					
	13	12	11	10	9	8
1	4°23'55"	4°45'49"	5°11'40"	5°42'38"	6°20'25"	7°07'30"
2	8°44'46"	9°27'44"	10°18'17"	11°18'36"	12°31'44"	14°02'11"
3	12°59'41"	14°02'10"	15°15'18"	16°41'57"	18°26'06"	20°33'22"
4	17°06'10"	18°26'06"	19°58'59"	21°48'05"	23°57'45"	26°33'54"

Коррекция червячных передач

Величина ξ может быть положительной ($A > A_0$) и отрицательной ($A < A_0$).

Смещение червяка

$$\xi m_s = A - A_0 = A - 0,5(d_{a1} + d_{a2}) = A - 0,5m_s(q + z_1).$$

Откуда

$$z_2 = \frac{2A}{m_s} - q - 2\xi.$$

При заданных m_s , A и q , выбирая различные значения ξ, можно изменить величину z_2 и получать различные i .

Отсюда следует, что благодаря коррекции заданный ряд передаточных отношений обеспечивается при минимальном количестве типоразмеров корпусов редукторов.

Примечание. Вследствие отсутствия надежных экспериментальных данных о влиянии величины ξ на нагрузочную способность червячных передач рассмотренная коррекция используется только для указанной выше цели.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Передачи с глобоидными червяками Обозначения и определения

Обозначение	Определение
d_0	Диаметр профилирующей окружности
d_{d1}	Делительный диаметр червяка (диаметр горловины делительного глобоида)
d_{d2}	Диаметр делительной окружности червячного колеса
$2f_0m_s$	Глубина захода
c	Радиальный зазор
A_0	Межосевое расстояние
α_1	Половина угла между боковыми сторонами впадины витка червяка в плоскости осевого сечения
α_2	Половина угла между боковыми сторонами впадины зуба червячного колеса в сечении главной плоскостью
γ	Угловой шаг колеса
x	Число зубьев червячного колеса, охватываемых червяком
s_{d1}	Толщина витков червяка по дуге окружности d_{d2}
s_{d2}	Толщина зубьев червячного колеса по дуге окружности d_{d2}
γ_{d1}	Половина центрального угла, опирающегося на дугу s_{d1}
γ_{d2}	Половина центрального угла, опирающегося на дугу s_{d2}
$D_{н1}$	Наружный диаметр червяка

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

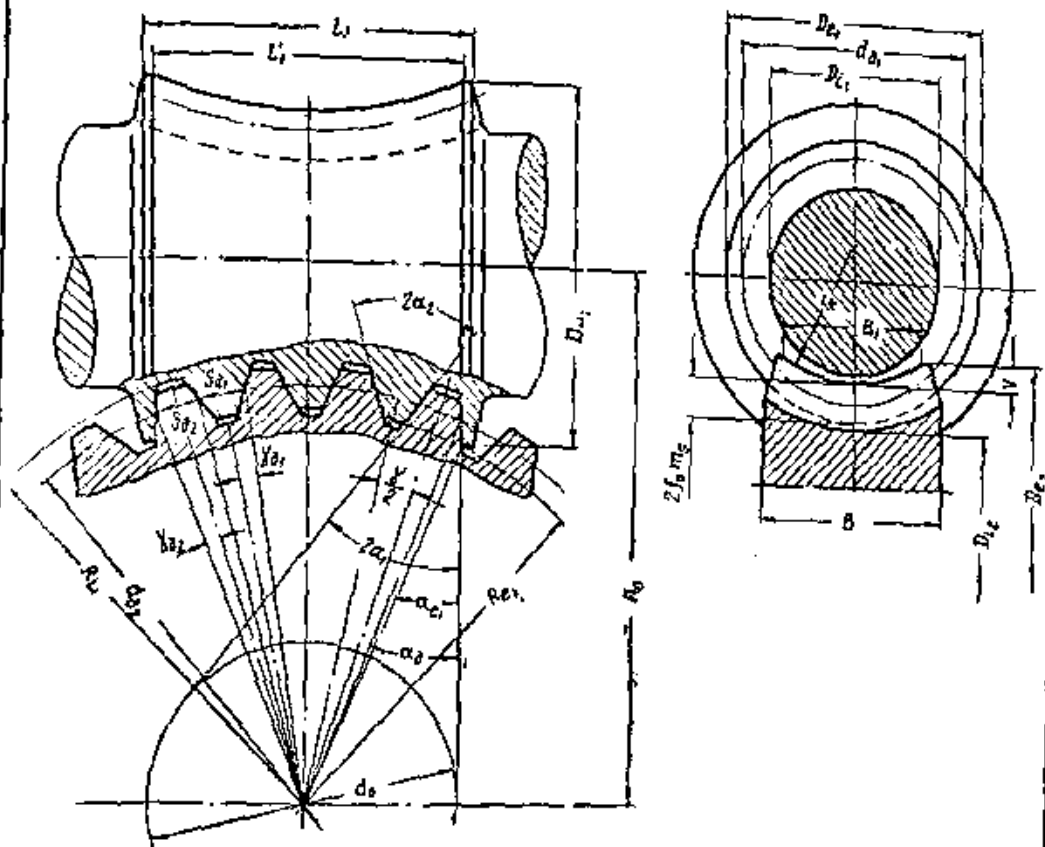


Рис. 2. Червячная передача с глобондным червяком

Формулы для определения основных размеров зацепления червячных передач с глобондным червяком

Обозначение	Формула
q	$q = \frac{d_{d1}}{m_s}$
d_{d1}	$d_{d1} = m_s q$
d_{d2}	$d_{d2} = m_s z_2$

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Формулы (продолжение)

Обозначение	Формула
D_{e1}	$D_{e1} = d_{\partial 1} + 2f_0 m_s$
D_{e2}	$D_{e2} = d_{\partial 2} + 2f_0 m_s$
D_{i1}	$D_{i1} = d_{\partial 1} - 2f_0 m_s - 2c$
D_{i2}	$D_{i2} = d_{\partial 2} - 2f_0 m_s - 2c$
R'_{e1}	$R'_{e1} = 0,5d_{\partial 2} - f_0 m_s$
R'_{i2}	$R'_{i2} = 0,5d_{\partial 2} + f_0 m_s + c$
A_0	$A_0 = 0,5(d_{\partial 1} + d_{\partial 2}) = 0,5m_s(q + z_2)$
c	$c = 0,2m_s$
α_1	$\alpha_1 \approx 20^\circ$
α_2	$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\gamma}{2}$
γ	$\gamma = \frac{360^\circ}{z_2}$
x	См. стр. 338
d_0	$d_0 = d_{\partial 2} \sin \alpha_{\partial}$
α_{∂}	$\alpha_{\partial} = \alpha_1 + \gamma_{\partial 2}$

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Формулы (продолжение)

Обозначение	Формула	
s_{∂_1}	$s_{\partial_1} = d_{\partial_2} \gamma_{\partial_1}$	
s_{∂_2}	$s_{\partial_2} = d_{\partial_2} \gamma_{\partial_2}$	
γ_{∂_2}	$\gamma_{\partial_2} = \gamma_{\partial_1} = \frac{\gamma^*}{4}$	
$D_{н1}$	$D_{н1} = 2(A - R'_e \cos \theta_{e1})$	
θ_{e1}	$\theta_{e1} = \theta_{\partial_1} + \alpha_{e1} - \alpha_{\partial}$	
θ_{∂_1}	При четном значении x	$\theta_{\partial_1} = \frac{x}{2} \gamma - \gamma_{\partial_1}$
	При нечетном значении x	$\theta_{\partial_1} = \frac{x-1}{2} \gamma + \gamma_{\partial_2}$
α_{e1}	$\sin \alpha_{e1} = \frac{d_0}{2R'_e}$	
l'_1	$l'_1 = 2R'_e \sin \theta_{e1}$	
l_1	Назначается конструктивно	

* Это значение γ_{∂_2} действительно при отсутствии бокового зазора и $s_{\partial_1} = s_{\partial_2}$.
 Для увеличения прочности зубьев червячного колеса на изгиб целесообразно принимать угол γ_{∂_2} большим, чем γ_{∂_1} .

Тогда

$$\gamma_{\partial_2} = (1 \div 1,2) \frac{\gamma}{4}, \quad \gamma_{\partial_1} = \frac{\gamma}{2} - \gamma_{\partial_2}$$

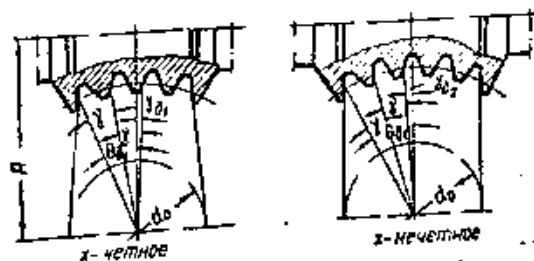


Рис. 3. К определению угла θ_{∂_1} .

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

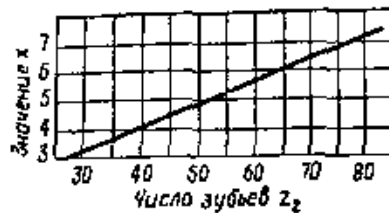


Рис. 4. График для определения числа x зубьев червячного колеса, охватываемых глобоидным червяком.

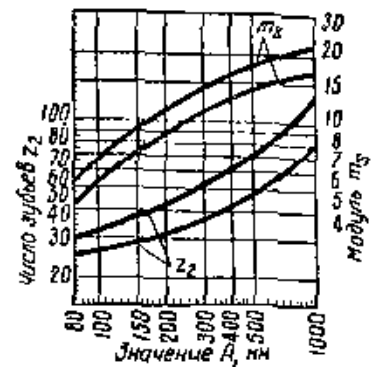
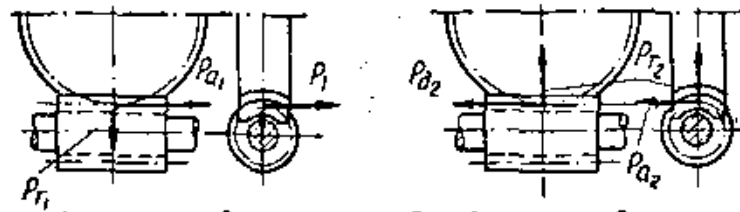


Рис. 5. График для определения z_2 и m_3 в зависимости от межцентрового расстояния A .

II. УСИЛИЯ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ



Силы, действующие на червяк Силы, действующие на колесо

Рис. 6. Схема усилий в зацеплении червячных передач.

Ведущее звено	$P_{a1} = P_{d2}$	$P_1 = P_{d2}$	$P_{r1} = P_{r2}$
Червяк	$\frac{2M_2}{d_{d2}} = P_1 \frac{\eta_{12}}{\operatorname{tg} \lambda_0}$	$\frac{2M_1}{d_{d1}} = P_{d2} \operatorname{tg} (\alpha_d' + \varphi') = P_{d2} \frac{\operatorname{tg} \lambda_d}{\eta_{12}}$	$\frac{P_{d2} \operatorname{tg} \alpha_s}{1 - \operatorname{tg} \lambda_d \operatorname{tg} \varphi'} \approx P_{d2} \operatorname{tg} \alpha_s$
Колесо	$\frac{2M_2}{d_{d2}} = P_{d2} \eta_{21}' \operatorname{tg} \lambda_d$	$\frac{2M_1}{d_{d1}} = P_{d2} \operatorname{tg} (\lambda_d - \varphi') = P_{d2} \eta_{21}' \operatorname{tg} \lambda_d$	$\frac{P_{d2} \operatorname{tg} \alpha_s}{1 + \operatorname{tg} \lambda_d \operatorname{tg} \varphi'} \approx P_{d2} \operatorname{tg} \alpha_s$

Примечания. 1. φ' — угол трения. 2. В передачах с архимедовым червяком по ГОСТ 2144-43 $\alpha_s = \alpha_d = 20^\circ$, в глобоидных передачах $\alpha_s \approx \alpha_1$. 3. η_{12} — к. п. д. при ведущем червяке. η_{21} — к. п. д. при ведущем червячном колесе.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

III. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ

Передачи с цилиндрическими архимедовыми червяками

Исходные данные

1. Назначение, тип и режим работы передачи.
2. Передаваемая мощность и число оборотов червяка.
3. Материал и термообработка червяка и червячного колеса.
4. Класс точности и чистота обработки
5. Основные размеры (межосевое расстояние, модуль, число заходов червяка и число зубьев колеса).

Примечание. В приведенных ниже формулах все линейные величины даны в сантиметрах, окружные скорости в м/сек.

Последовательность поворочного расчета

1. Расчет на прочность рабочих поверхностей зубьев червячного колеса.

Расчет сводится к определению коэффициента контактных напряжений и допускаемой величины коэффициента контактных напряжений и к сравнению их между собой.

Определение коэффициента контактных напряжений.

$$C_k = \frac{1,7M_2 K_{н.р}}{d_{d_2}^2 d_{d_1}}, \quad (1)$$

где C_k — коэффициент контактных напряжений, кг/см²;
 M_2 — крутящий момент, действующий на колесе, кгсм;
 $K_{н.р}$ — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий.

$$K_{н.р} = 1 + \left(\frac{z_2}{\theta}\right)^2 (1 - m_p), \quad (2)$$

где θ — коэффициент деформации червяка (см. стр. 341);
 m_p — отношение среднего по времени крутящего момента к наибольшему.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

$$m_p = \frac{M_{2\text{ср}}}{M_{2\text{мах}}} = \frac{1}{M_{2\text{мах}}} \left(\frac{\sum M_{2i} T_i}{T} \right), \quad (3)$$

где M_{2i} — крутящий момент, действующий на колесе, кгсм;
 T_i — продолжительность работы при действии момента M_{2i} за полный срок службы передачи, час.;
 T — общая продолжительность работы за полный срок службы передачи, час.

Примечания. 1. При нагрузке постоянной или изменяющейся незначительно $K_{н.р} = 1$. 2. Если при переменной нагрузке циклы изменения нагрузки одинаковы, то величины T_i и T надо взять не за полный срок службы, а за один цикл. 3. Если нагрузка не остается постоянной, то величина M_2 принимается равной наибольшему из действующих моментов; при этом не следует учитывать кратковременных редких перегрузок. 4. Формула (1) пригодна для червячных передач с приведенными на стр. 332 соотношениями размеров венца червячного колеса.

Определение эквивалентного числа циклов. При постоянной нагрузке

$$N_{ц} = 60n_2T, \quad (4)$$

где n_2 — число оборотов червячного колеса, об/мин.

При переменной нагрузке эквивалентное число циклов определяется по формуле (7) на стр. 313, в которой $a_p = 1$, $x = 4$ при расчете на прочность рабочих поверхностей зубьев бронзовых колес по контактным напряжениям, $x = 9$ при расчете прочности этих зубьев на изгиб.

Определение допускаемой величины коэффициента контактных напряжений.

$$[C_K] = [C'_K] K_{ц}, \quad (5)$$

где $[C_K]$ — допускаемая величина коэффициента контактных напряжений, кг/см².

$[C'_K]$ — см. стр. 341.

$$K_{ц} = \sqrt[4]{\frac{10^7}{N_{ц}}}. \quad (6)$$

Примечания. 1. При $N_{ц} > 25 \cdot 10^7$ следует принимать $N_{ц} = 25 \cdot 10^7$; в этом случае $K_{ц} = 0,43$. 2. С увеличением $N_{ц}$ величина коэффициента $K_{ц}$ неограниченно возрастает; поэтому во избежание заедания и недопустимых пластических деформаций в тех случаях, когда $K_{ц}$ получается больше 2,5, следует принимать $K_{ц} = 2,5$. Такое большое значение можно принимать только для червячных передач прерывного действия при кратковременных рабочих циклах (например, до 1,5—2 мин.). 3. При весьма тщательном и точном изготовлении червячных передач в наличии полного прилегания витков червяка и зубьев червячного колеса, а также высокой твердости витков червяка, величину $[C_K]$, найденную по формуле (5), можно брать большей на 15—20%. 4. Если в передаче прерывного действия продолжительность рабочей части цикла t_p не превышает 3—4 мин., а продолжительность цикла $t_{ц} > 4t_p$, то $[C_K]$ можно увеличить на 60%. Полученное значение $[C_K]$ не должно превышать $1,5 [C'_K]$.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Значения $[C'_k]$, $[\sigma'_0]$ и $[\sigma'_{-1}]$ для червячных колес из оловянистой бронзы, отлитых в кокиль

Данные материала венца червячного колеса				Значение $[C'_k]$ кг/см ² при твердости рабочих поверхностей витков червяка		Значения	
Марка материала	$\sigma_{вр}$	σ_T	E			$[\sigma'_0]$, кг/см ²	$[\sigma'_{-1}]$, кг/см ²
	кг/см ²			$H_B \leq 340$	$HRC > 45$	нерев- сивная	рев- сивная
	нагрузка						
Бр. ОФ 10-1	2500	1400	10^6	2,4	3,45	550	400
	2600	1500	10^6	2,6	3,72	580	420
Бр. ОНФ	2900	1700	10^6	3,23	4,65	650	460

Значения $[C_k]$, $[\sigma'_0]$ и $[\sigma'_{-1}]$ для червячных колес из Бр. АЖ9-4Л, отлитых в песок ($\sigma_{вр} \approx 4000$ кг/см²)

$[C_k]$, кг/см ²					$[\sigma'_0]$, кг/см ²	$[\sigma'_{-1}]$, кг/см ²
При скорости скольжения $v_{ск}$, м/сек						
0,25	1	2	3	4		
2,6	2,2	2,0	1,8	1,6	780	640

Примечания. 1. Приведенными значениями $[C_k]$ для червячных колес из Бр. АЖ9-4Л можно пользоваться только в том случае, если чистота поверхности витков червяка не ниже $\nabla 7$ и твердость их $HRC > 45$.
2. Для Бр. АЖ9-4Л значение $[C_k]$ не зависит от числа циклов.

Значения коэффициента θ

z_1	q					
	8	9	10	11	12	13
1	72	89	108	127	147	168
2	57	71	86	102	117	134
3	51	61	76	89	103	118
4	47	58	70	82	94	108

2. Расчет прочности зубьев червячного колеса на изгиб.*
 Расчет сводится к определению напряжений изгиба и допускаемых напряжений при расчете на изгиб и к сравнению их между собой.
 Определение напряжений изгиба.

$$\sigma = \frac{2M_2 K_{II} \rho}{d_{a2} d_{a1} m_s Y \cos \lambda_\partial} = \frac{2M_2 K_{II} \rho}{d_{a2} q m_s^2 Y \cos \lambda_\partial} \quad (7)$$

где Y — коэффициент формы зуба.

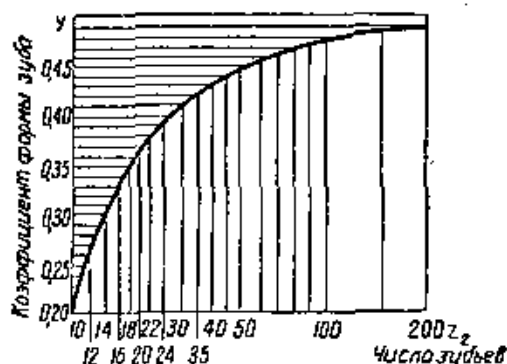


Рис. 7. График для определения коэффициента формы зуба червячного колеса Y .

Примечание. Формула (7) пригодна при ширине зубчатого венца червячного колеса B , взятой в соответствии с приведенными на стр.332 рекомендациями.

Если $B_{действ} < B$, значение σ следует умножить на отношение $\frac{B}{B_{действ}}$.

Определение допускаемых напряжений при расчете на изгиб: при нереверсивной нагрузке

$$[\sigma_0] = [\sigma'_0] \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{ц}}} \quad (8)$$

при реверсивной нагрузке

$$[\sigma_{-1}] = [\sigma'_{-1}] \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{ц}}} \quad (9)$$

Значения $[\sigma'_0]$ и $[\sigma'_{-1}]$ см. стр. 341.

Примечания. 1. При $N_{ц} > 25 \cdot 10^7$ следует принимать $N_{ц} = 25 \cdot 10^7$. 2. Указанные выше допускаемые напряжения при расчете на изгиб можно увеличить на 20%, если колесо работает в паре с червяком, у которого поверхности витков шлифованы, полированы и имеют высокую твердость.

* Кроме расчета на прочность рабочих поверхностей зубьев и расчета прочности зубьев на изгиб, необходимо произвести расчет червячной передачи на нагрев. Методика расчета червячной передачи на нагрев приведена в [32], стр. 761.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Передачи с глобоидными червяками

Мощность, передаваемая червячными передачами с глобоидными червяками, определяется по формуле

$$N_1 = \frac{n_1}{i} C_1 C_2 C_3, \quad (10)$$

- где N_1 — мощность на валу червяка, л. с.;
 n_1 — число оборотов червяка, об/мин;
 i — передаточное отношение;
 C_1 — коэффициент, значения которого следует брать из графика на рис. 8 в зависимости от A ;
 C_2 — коэффициент, значения которого следует брать из графика на рис. 9 в зависимости от i ;
 C_3 — коэффициент, значения которого следует брать из графика на рис. 10 в зависимости от произведения $L n_1$. Значения L следует брать из графика на рис. 11 в зависимости от A и i .

IV. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЕРЕДАЧИ С ГЛОБОИДНЫМ ЧЕРВЯКОМ

Дано: число оборотов червяка $n_1 = 720$ об/мин; передаточное отношение $i = 35$; межосевое расстояние $A = 180$ мм.

Определить передаваемую мощность.

Решение.

1. Определение величины коэффициента C_1 .
Из графика на рис. 8 находим, что при $A = 180$ мм $C_1 = 1,8$.
2. Определение величины коэффициента C_2 .
Из графика на рис. 9 находим, что при $i = 35$ $C_2 = 0,75$.
3. Определение величины L .
Из графика на рис. 11 находим, что при $i = 35$ и $A = 180$ мм $L = 0,0065$.
4. Определение величины коэффициента C_3 .
Из графика на рис. 10 находим, что при $L n_1 = 4,68$ $C_3 = 0,48$.
5. Определение передаваемой мощности:

$$N_1 = \frac{n_1}{i} C_1 C_2 C_3 = 13,3 \text{ л. с.}$$

Примечание. Общепринятой методики расчета червячных передач с глобоидными червяками в настоящее время еще не существует и предлагаемая методика дает только ориентировочные рекомендации.

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

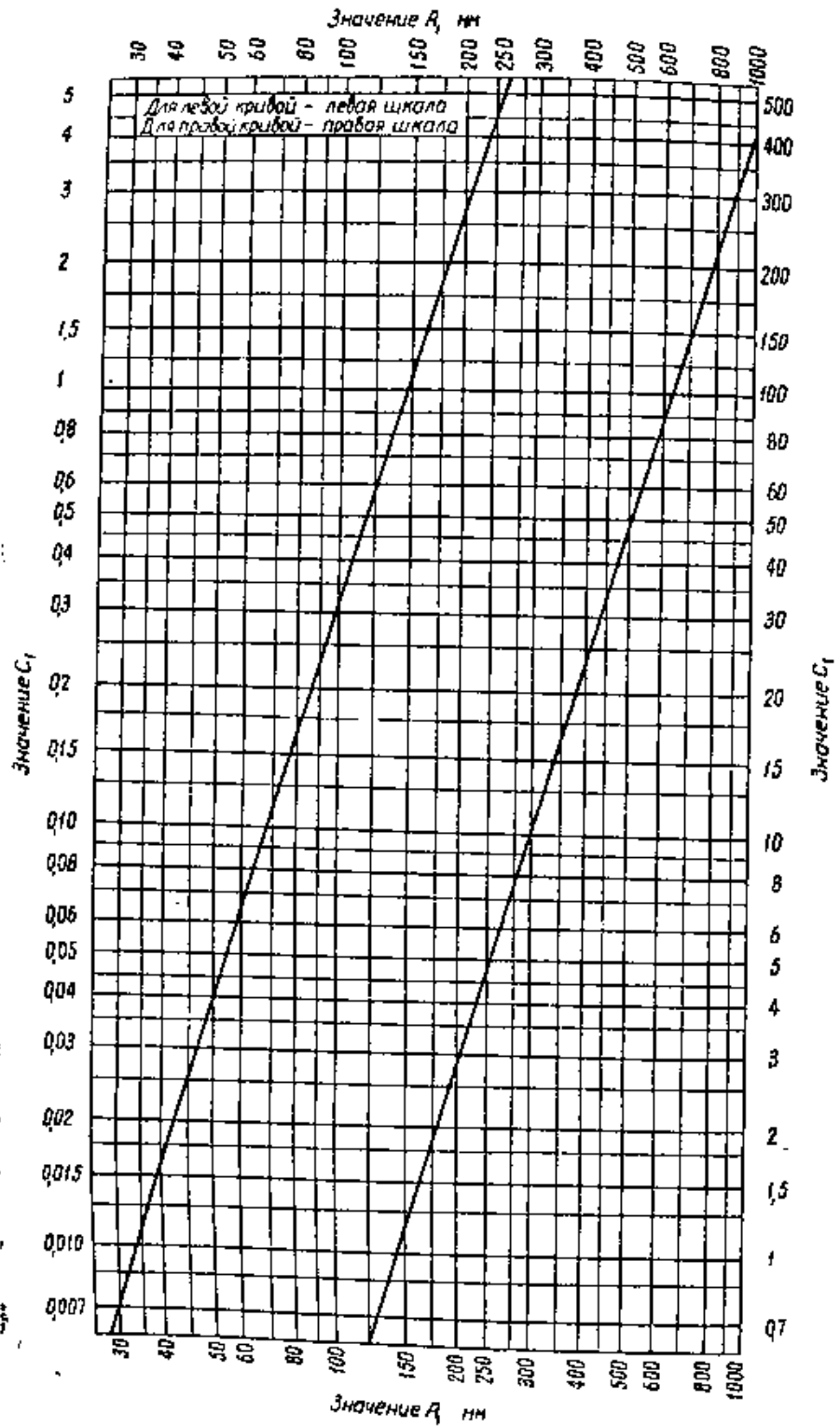


Рис. 8. График для определения коэффициента C_1 .

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

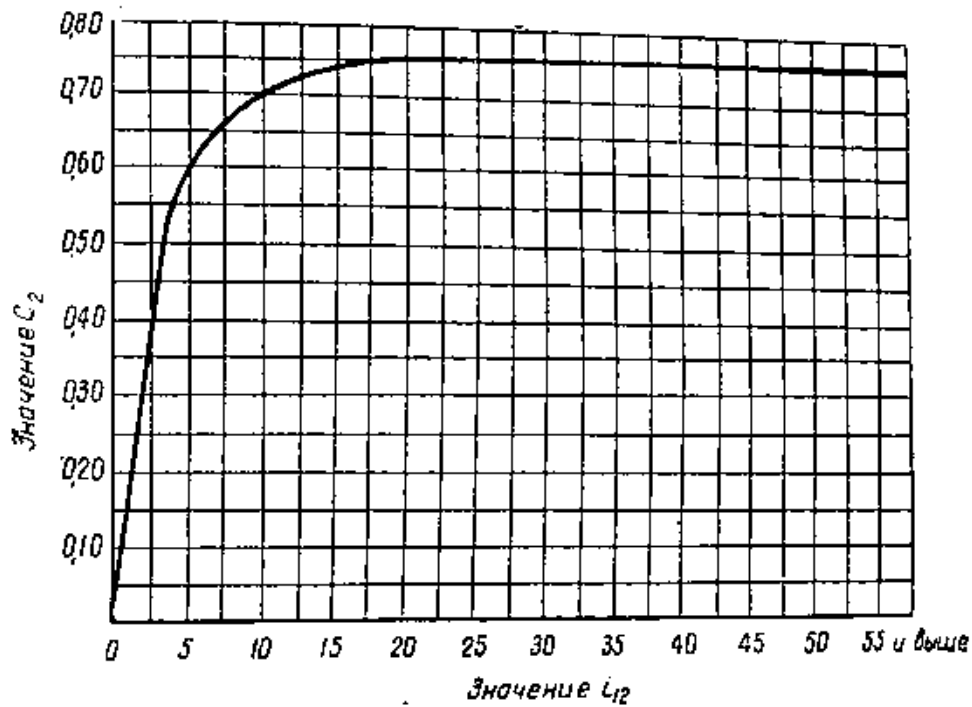


Рис. 9. График для определения коэффициента C_2 .

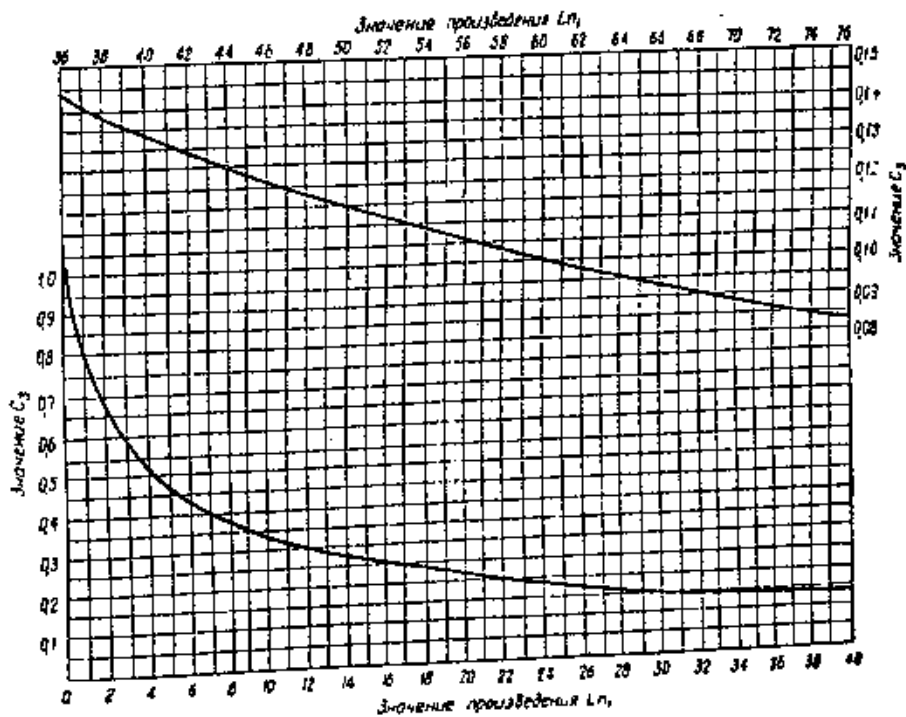


Рис. 10. График для определения коэффициента C_3 .

ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

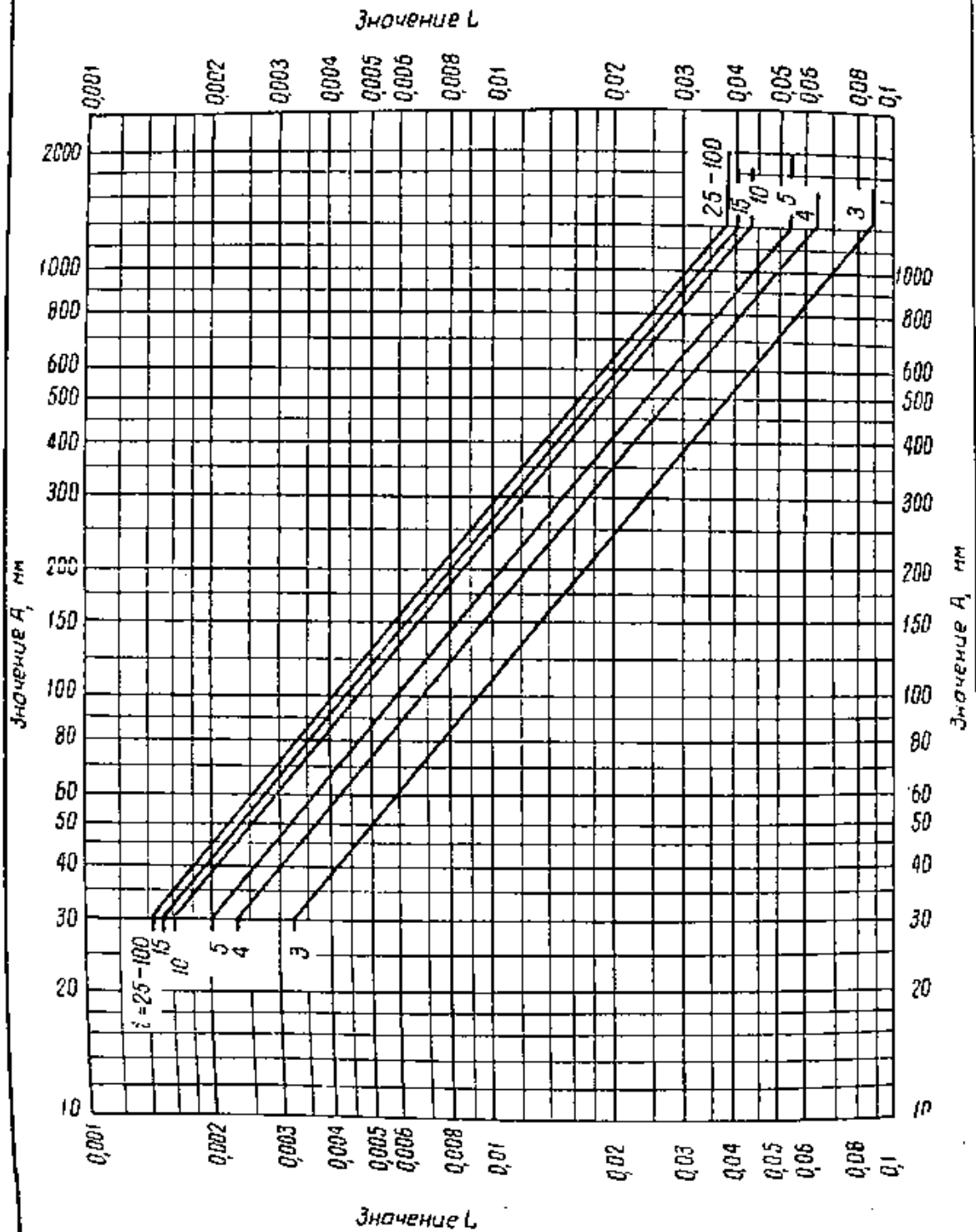


Рис. 11. График для определения величины L .

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

I. МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВОЧНОГО РАСЧЕТА

Исходные данные

1. Назначение передачи и условия работы.
2. Наибольшая передаваемая мощность.
3. Числа оборотов в минуту ведущего и ведомого валов.
4. Межцентровое расстояние.

Последовательность расчета

1. Выбор числа зубьев ведущей звездочки z_1 . Наименьшее допустимое число зубьев звездочки для втулочно-роликовых цепей $z = 9$, для зубчатых цепей $z = 13$; наименьшее рекомендуемое число зубьев $z = 15 \div 17$. При $n > 1000$ об/мин желательно $z = 25 \div 35$.
2. Определение числа зубьев ведомой звездочки.

$$z_2 = iz_1 = \frac{n_1}{n_2} z_1,$$

где z_2 — число зубьев ведущей звездочки;
 i — передаточное число;
 n_1 и n_2 — числа оборотов в минуту ведущей и ведомой звездочки, об/мин.

3. По таблицам на стр. 350 определяем пределы рекомендуемых значений шага цепи при заданном числе оборотов n_1 . Выбор шага производим в этих пределах по формуле

$$t = \frac{A}{30 \div 50},$$

где A — межцентровое расстояние, мм;
 t — шаг цепи, мм.

Примечание. Желательно выбирать меньший размер шага, так как при прочих равных условиях цепи с малым шагом лучше обеспечивают высокую работоспособность цепной передачи, чем цепи с крупным шагом.

4. Проверка достаточности величины межцентрового расстояния при $i \leq 4$.

$$A_{\min} = \left[1,2 \frac{D_1 + D_2}{2} + (30 \div 50) \right],$$

где A_{\min} — наименьшее допустимое межцентровое расстояние, мм;
 D_1 и D_2 — наружные диаметры ведущей и ведомой звездочки, мм.

Наружные диаметры звездочек определяются по формулам: для втулочно-роликовой цепи

$$D_1 = t \left(0,6 + \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{z_1} \right), \quad D_2 = t \left(0,6 + \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{z_2} \right);$$

для зубчатой цепи

$$D_1 = \frac{t}{\operatorname{tg} \frac{180^\circ}{z_1}}, \quad D_2 = \frac{t}{\operatorname{tg} \frac{180^\circ}{z_2}}.$$

Б. Уточнение межцентрового расстояния: определение величины межцентрового расстояния, выраженного в шагах, по формуле

$$A_t = \frac{A}{t};$$

определение вспомогательной расчетной величины

$$C = \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2$$

(значения C см. стр. 350);

определение длины цепи, выраженной в шагах, по формуле

$$L_t = 2A_t + \frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{C}{A_t};$$

определение вспомогательной расчетной величины по формуле

$$e = L_t - \frac{z_1 + z_2}{2};$$

определение окончательного межцентрового расстояния по округленному значению L_t по формуле

$$A_1 = \left(\frac{e + \sqrt{e^2 - 8C}}{4} \right) t,$$

где A_1 — окончательное межцентровое расстояние, мм.

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

6. Определение скорости цепи.

$$v = \frac{z_1 n_1}{60 \cdot 1000},$$

где v — скорость цепи, м/сек.

7. Определение коэффициента эксплуатации.

$$K_9 = K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 K_6$$

(см. стр. 351).

8. Проверка возможности передачи необходимой мощности.

Для втулочно-роликковой цепи

$$N \leq \frac{p d_v (C_v + 2s) v}{102 K_9},$$

где N — передаваемая мощность, кВт;

p — допускаемое удельное давление в шарнир. цепи, кг/мм²
(см. стр. 357);

d_v — диаметр валика, мм (см. стр. 352 и 357);

C_v — расстояние между внутренними пластинами, мм;

s — толщина пластины, мм.

Для зубчатой цепи

$$N \leq \frac{p d_v b v}{135 K_9},$$

где b — ширина цепи, мм (см. стр. 353 и 355).

9. Проверка числа ударов звена.

$$U = \frac{4z_1 n_1}{60 L_t},$$

где U — число ударов звена в секунду; U не должно быть больше указанного в таблице на стр. 357.

10. Определение давления на валы:

$$Q = 1,15P,$$

где Q — давление на валы, кг;

P — усилие, передаваемое цепью, кг.

$$P = \frac{102N}{v}.$$

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

II. НАИБОЛЬШИЕ ДОПУСТИМЫЕ ЧИСЛА ОБОРОТОВ ЗВЕЗДОЧКИ В МИНУТУ

Для втулочно-роликковых цепей										Для зубчатых цепей *					
z	t, мм									t, мм	12,7	15,87	19,05	25,4	31,75
	12	15	20	25	30	35	40	45	50						
15	2300	1900	1350	1150	1000	800	750	650	600	n	3300	2650	2200	1650	1300
19	2400	2000	1450	1200	1050	850	800	700	650						
23	2500	2100	1500	1250	1100	900	800	750	650						
27	2550	2150	1550	1300	1100	900	850	750	700						
30	2600	2200	1550	1300	1100	900	850	750	700						
										* Для z = 17 ÷ 35					

III. ЗНАЧЕНИЯ $C = \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2$

z ₂ -z ₁	C	z ₂ -z ₁	C	z ₂ -z ₁	C	z ₂ -z ₁	C
1	0,025	26	17,12	51	65,9	76	146,3
2	0,101	27	18,47	52	68,5	77	150,2
3	0,228	28	19,86	53	71,2	78	154,1
4	0,405	29	21,3	54	73,9	79	158,1
5	0,633	30	22,8	55	76,6	80	162,1
6	0,912	31	24,3	56	79,4	81	166,2
7	1,24	32	25,9	57	82,3	82	170,3
8	1,62	33	27,6	58	85,2	83	174,5
9	2,05	34	29,3	59	88,2	84	178,7
10	2,53	35	31,0	60	91,2	85	183,0
11	3,07	36	32,8	61	94,3	86	187,3
12	3,65	37	34,7	62	97,4	87	191,7
13	4,28	38	36,6	63	100,5	88	196,2
14	4,97	39	38,5	64	103,8	89	200,6
15	5,70	40	40,5	65	107,0	90	205,2
16	6,49	41	42,6	66	110,3	91	209,8
17	7,32	42	44,7	67	113,7	92	214,4
18	8,21	43	46,8	68	117,1	93	219,1
19	9,14	44	49,0	69	120,6	94	223,8
20	10,13	45	51,3	70	124,1	95	228,5
21	11,17	46	53,6	71	127,7	96	233,4
22	12,26	47	56,0	72	131,3	97	238,3
23	13,40	48	58,4	73	135,0	98	243,3
24	14,59	49	60,8	74	138,7	99	248,3
25	15,83	50	63,3	75	142,5	100	253,3

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

IV. КОЭФФИЦИЕНТЫ K

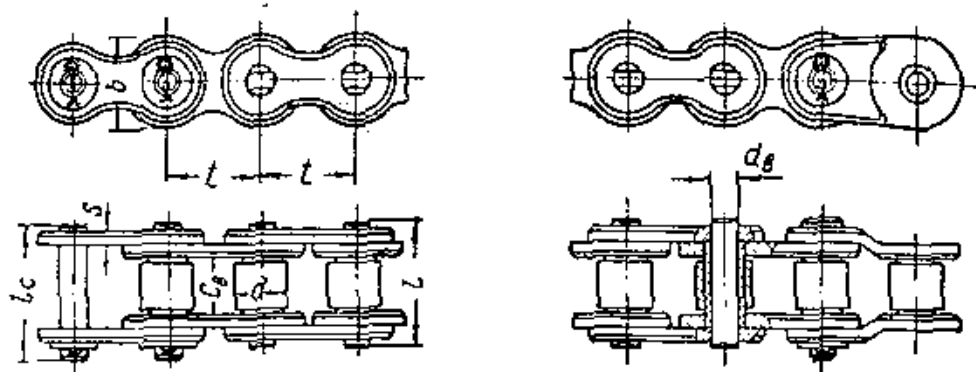
Условия работы передачи	Обозначение и величина коэффициента
Характер нагрузки: спокойная толчкообразная или переменная	K_1 1,0 1,25—1,5
Регулировка расстояния: передвигающиеся опоры оттяжные звездочки (не более трех) или нажимной ролик нерегулируемое (постоянное) расстояние	K_2 1 1,1 1,25
Отношение числа звеньев в цепи (длины цепи в шагах L_f) к сумме зубьев звездочек ($z_1 + z_2$) (приблизленно): при $\frac{L_f}{z_1 + z_2} \leq 1$ и $A_f < 25t$ при $\frac{L_f}{z_1 + z_2} \geq 1,5$ и $A_f = (30 \div 50)t$ при $\frac{L_f}{z_1 + z_2} \geq 2,0$ и $A_f = (60 \div 80)t$	K_3 1,25 1,0 0,8
Положение передачи: наклон линии центров звездочек до 60° к горизонту наклон линии центров звездочек больше 60°	K_4 1,0 1,25
Смазка: непрерывная (масляная ванна или от насоса) капельная или внутришарнирная (регулярная) периодическая (нерегулярная)	K_5 0,8 1,0 1,5
Работа: односменная двухсменная непрерывная	K_6 1,0 1,25 1,5

Примечание. Если получится $K_3 > 3$, рекомендуется улучшить условия работы передачи.

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

V. ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ ВТУЛОЧНО-РОЛИКОВЫХ ЦЕПЕЙ



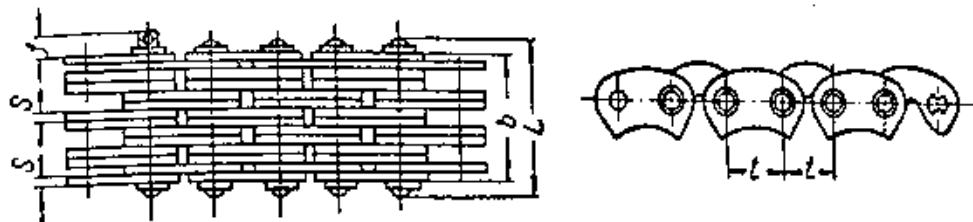
t , мм	Разрушающая нагрузка Q , кг	C_B	d	l	d_B	b	S	l_c	Вес 1 пог. м цепи, кг
8,0	200	3,0	5	11	2	9	1,0	12	0,22
12,7	750	3,4	7,8	10,3	3,6	10	1,0	12	0,45
12,7	1500	5,6/8,2	8,5	13,6/16,2	4,5	11,8	1,5	15,5/18	0,6/0,7
15,875	2000	6,5/9,5	10,16	17/20	5	14,6	2,0	19/22	0,95/1,05
19,05	2500	12,9	12	29,5	6	18,5	3,0	32	1,9
20	2000	13	13	26	5,72	18	2,5	29	1,73
25	3150	16	16	34	9	22	3,0	37	2,68
25,4	5000	16	16	37	9	23,5	4	44	3,2
30	4000	19	19	37	11	27	3	40	3,36
35	5000	22	22	40	12	31	3	44	4,27
38,1	3000	22	16	39	9	21,5	3	44,5	2
40	6300	24	24	44	13	34	3,5	48	4,97
41,3	3500	26	20	43,5	9	28,5	3	50	3,04
45	8000	27	27	51	14	37	4,5	57	6,43
45*	12500	27	27	55	14	37	5,5	61	7,17
50	10000	30	30	54	15	43	4,5	60	7,93

* Усиленная.

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

VI. ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ ЗУБЧАТЫХ ЦЕПЕЙ С БОКОВЫМИ НАПРАВЛЯЮЩИМИ ПЛАСТИНАМИ ТИПА Б



<i>t</i>	<i>b</i>	Разрушающая нагрузка Q , кг	<i>L</i>	<i>l</i>	<i>S</i>	Вес 1 пог. м цепи, кг
мм			мм			
12,7 (1/2")	19,0	1 900	25,0	4,0	1,5	1,13
	23,5	2 350	29,5	4,0	1,5	1,43
	29,5	2 950	35,5	4,0	1,5	1,79
	36,0	3 600	42,0	4,0	1,5	2,19
	42,0	4 200	48,0	4,0	1,5	2,56
	48,5	4 850	54,5	4,0	1,5	2,94
	54,5	5 450	60,5	4,0	1,5	3,32
	69,0	6 900	75,0	4,0	1,5	4,18
	81,5	8 150	87,5	4,0	1,5	4,95
	94,0	9 400	100,0	4,0	1,5	5,71
107,5	10 750	113,5	4,0	1,5	6,45	
15,87 (5/8")	29,5	3 540	35,5	4,5	1,5	2,15
	36,0	4 320	42,0	4,5	1,5	2,57
	42,0	5 040	48,0	4,5	1,5	3,00
	48,5	5 820	54,5	4,5	1,5	3,44
	54,5	6 540	60,5	4,5	1,5	3,85
	69,0	8 280	75,0	4,5	1,5	4,85
	81,5	9 780	87,5	4,5	1,5	5,72
	94,0	11 280	100,0	4,5	1,5	6,60
	107,5	12 900	113,5	4,5	1,5	7,51
	123,0	15 120	132,0	4,5	1,5	8,75

353

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

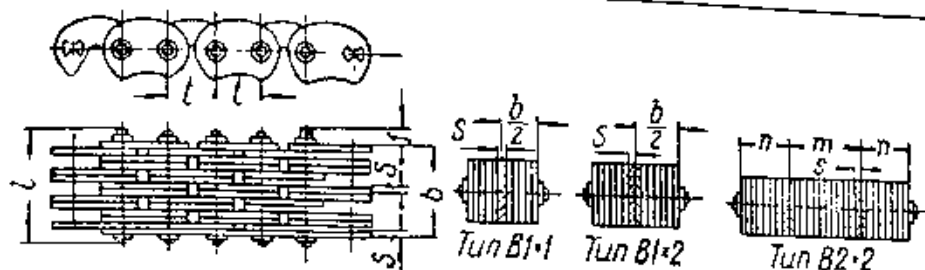
Продолжение

t	b	Разрушающая нагрузка Q, кг	L	f	s	Вес 1 пог. м цепи, кг
мм			мм			
19,05 (3/4")	36,0	5 350	42,0	5,0	1,5	2,97
	42,0	6 250	48,0	5,0	1,5	3,42
	48,0	7 200	54,5	5,0	1,5	3,94
	54,5	8 100	60,5	5,0	1,5	4,42
	69,0	10 250	75,0	5,0	1,5	5,58
	81,5	12 100	87,5	5,0	1,5	6,58
	94,0	14 000	100,0	5,0	1,5	7,58
	107,5	16 100	113,5	5,0	1,5	8,66
	126,0	18 900	132,0	5,0	1,5	10,14
	138,5	20 800	144,0	5,0	1,5	11,14
	151,0	22 300	157,0	5,0	1,5	12,40
	176,0	26 400	182,0	5,0	1,5	14,14
201,5	30 200	207,5	5,0	1,5	16,28	
25,4 (1")	55,5	9 400	63,5	6,0	2,0	7,04
	80,5	13 600	88,5	6,0	2,0	10,16
	97,5	16 400	105,0	6,0	2,0	12,22
	105,0	17 700	113,0	6,0	2,0	13,22
	125,0	21 200	133,0	6,0	2,0	16,16
	158,5	26 800	166,5	6,0	2,0	19,91
	183,5	31 000	191,5	6,0	2,0	23,03
	208,5	35 200	216,5	6,0	2,0	26,16
	257,5	43 500	265,5	6,0	2,0	30,90
31,75 (1 1/4")	82,0	20 500	90,0	7,0	2,0	13,18
	107,5	26 900	115,5	7,0	2,0	17,26
	126,5	31 600	134,5	7,0	2,0	20,30
	152,0	38 000	160,0	7,0	2,0	24,38
	203,0	50 800	211,0	7,0	2,0	32,54
	253,0	63 200	261,0	7,0	2,0	40,54
	278,5	69 500	286,5	7,0	2,0	44,62

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

VII. ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ ЗУБЧАТЫХ ЦЕПЕЙ С ВНУТРЕННИМИ НАПРАВЛЯЮЩИМИ ПЛАСТИНАМИ ТИПА В



f	b	Разрушающая нагрузка Q, кг	Тип цепи	мм					Вес 1 пог. м цепи, кг	
				l	f	s	n	m		
12,7 (1/2")	20,5	2 050	В1×1	26,5	4,0	1,5			1,3	
	26,5	2 650		32,5	4,0	1,5			1,7	
	33,0	3 300		39,0	4,0	1,5			2,1	
	39,0	3 900		45,0	4,0	1,5	—	—	2,4	
	45,5	4 550		51,5	4,0	1,5			2,8	
	51,5	5 150		57,5	4,0	1,5			3,2	
	63,0	6 300		69,0	4,0	1,5			4,0	
		78,5	7 850	В1×2	84,5	4,0	1,5			4,8
		91,0	9 100		97,0	4,0	1,5	—	—	5,6
		104,5	10 450		110,5	4,0	1,5			6,3
15,87 (5/8")	26,5	3 180	В1×1	32,5	4,5	1,5			1,9	
	33,0	3 960		39,0	4,5	1,5			2,3	
	39,0	4 680		45,0	4,5	1,5			2,7	
	45,5	5 460		51,0	4,5	1,5	—	—	3,2	
	51,5	6 180		57,5	4,5	1,5			3,6	
	63,0	7 560		69,0	4,5	1,5			4,6	
		78,5		9 420	В1×2	84,5	4,5	1,5		
		91,0	10 920	97,0		4,5	1,5	—	—	6,3
		104,5	12 540	110,5		4,5	1,5			7,2

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

t	b	Разрушающая нагрузка Q, кг	Тип цепи	l	j	S	n	m	Вес 1 поз. ж цепи, кг	
				мм						
19,05 (3/4")	33,0	4 900	B1×1	32,0	5,0	1,5	—	—	2,7	
	39,0	5 800		45,0	5,0	1,5			3,1	
	45,5	6 800		51,5	5,0	1,5			3,7	
	51,5	7 700		57,5	5,0	1,5			4,1	
	63,0	9 445		69,0	5,0	1,5			5,3	
	78,5	11 700	B1×2	84,5	5,0	1,5	—	—	6,3	
	91,0	13 600		97,0	5,0	1,5			7,3	
	104,5	15 600		110,5	5,0	1,5			8,4	
	25,4 (1")	51,5	8 700	B1×1	59,5	6,0	2,0	—	—	6,4
		76,5	13 000		84,5	6,0	2,0			9,6
93,0		15 800	101,0		6,0	2,0	11,6			
101,0		17 100	109,0		6,0	2,0	12,6			
121,0		20 500	B2×2	129,0	6,0	2,0	35,5	50,0	15,6	
154,5		26 200		162,0	6,0	2,0	44,0	66,5	19,3	
179,5		30 500		187,5	6,0	2,0	48,0	83,5	22,4	
204,5		34 700		212,5	6,0	2,0	60,5	83,5	25,6	
253,5		43 000		261,5	6,0	2,0	76,75	100,0	30,3	
31,75 (1 1/4")		78,0	19 500	B1×1	86,0	7,0	2,0	—	—	12,5
		103,5	25 800		111,5	7,0	2,0			16,6
	122,5	30 600	B2×2	130,5	7,0	2,0	36,0	50,5	19,6	
	148,0	37 000		156,0	7,0	2,0	40,25	67,5	23,7	

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

**VIII. РАСЧЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ УДЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ p (кг/мм²)
ДЛЯ ВТУЛОЧНО-РОЛИКОВЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ $K_s = 1$ (для $z = 15 \div 30$)**

t , мм	n , об/мин										
	< 50	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000	2400	2800
12—15 (12,7—15,87)	3,5	3,15	2,87	2,62	2,42	2,24	2,10	1,85	1,66	1,50	1,37
20—25 (19,05—25,4)	3,5	3,00	2,62	2,34	2,10	1,90	1,75	1,50	—	—	—
30—35 (31,75—38,1)	3,5	2,87	2,42	2,10	1,85	1,66	1,50	—	—	—	—
40—50 (44,45—50,8)	3,5	2,62	2,10	1,75	1,50	—	—	—	—	—	—

Примечание. Для цепей повышенной точности и прочности значения p , данные в таблице, можно повысить в пределах 30—40%.

**IX. РАСЧЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ УДЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ p (кг/мм²)
ДЛЯ ЗУБЧАТЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ $K_s = 1$ (для $z = 17 \div 35$)**

t , мм	n , об/мин											
	< 50	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000	2400	2800	3200
12,7—15,87	2	1,80	1,64	1,50	1,40	1,32	1,20	1,05	0,95	0,86	0,78	0,72
19,05—25,4	2	1,70	1,50	1,32	1,20	1,10	1,00	0,86	0,72	—	—	—
31,75	2	1,64	1,40	1,20	1,05	0,95	0,72	—	—	—	—	—

X. ДИАМЕТРЫ ВАЛИКОВ ЗУБЧАТЫХ ЦЕПЕЙ

t , мм	12,7	15,87	19,05	25,4	31,75
d_B , мм	3,5	4,0	5,0	6,0	8,0

**XI. НАИБОЛЬШЕЕ ДОПУСТИМОЕ ЧИСЛО УДАРОВ ЗВЕНА ЦЕПИ
В СЕКУНДУ U**

Наименование цепи	t , мм							
	12—12,7	15—15,87	19,05—20	25—25,4	30—31,75	38,1—40	44,45—47	50—50,8
Зубчатая	80	65	50	30	25	—	—	—
Втулочно-ролик- вая	60	50	35	30	25	20	15	15

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

XII. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЕРЕДАЧИ ЗУБЧАТОЙ ЦЕПЬЮ

Дано. Передача от электродвигателя токарного станка; работа трех-
 сменная; нагрузка с толчками; смазка цепи насосом; угол наклона к гори-
 зонту 50° ; мощность двигателя $N = 14 \text{ кВт}$; число оборотов $n_1 = 1440 \text{ об/мин}$;
 передаточное число $i = 2,8$; межцентровое расстояние $A = 720 \text{ мм}$ (регу-
 лируемое перемещающимися опорами).

Определить основные параметры передачи.

Решение.

1. Выбор числа зубьев ведущей звездочки.

Принимаем $z_1 = 25$.

2. Определение числа зубьев ведомой звездочки.

$$z_2 = iz_1 = 2,8 \cdot 25 = 70.$$

3. Выбор шага цепи.

По таблице на стр. 350 определяем, что шаг может быть выбран
 в пределах от 12,7 до 25,4 мм.

Исходя из формулы

$$t = \frac{A}{30 + 50},$$

принимаем

$$t = \frac{A}{45} = \frac{720}{45} \approx 15,87 \text{ мм.}$$

4. Проверка достаточности величины межцентрового расстояния.

$$A \geq A_{\min} = \left[1,2 \frac{D_1 + D_2}{2} + (30 + 50) \right],$$

$$D_1 = \frac{t}{\operatorname{tg} \frac{180^\circ}{z_1}} = \frac{15,87}{\operatorname{tg} 7^\circ 12'} = 126 \text{ мм,}$$

$$D_2 = \frac{15,87}{\operatorname{tg} 2^\circ 34'} = 352 \text{ мм,}$$

$$A_{\min} = 1,2 \frac{126 + 352}{2} + 40 = 327 \text{ мм,}$$

$$A > A_{\min}.$$

5. Уточнение межцентрового расстояния;
 определение величины межцентрового расстояния, выраженного
 в шагах, по формуле

$$A_t = \frac{A}{t} = \frac{720}{15,87} \approx 45;$$

ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

определение вспомогательной расчетной величины C . По таблице на стр. 350 $C = 51,3$;
определение длины цепи, выраженной в шагах, по формуле

$$L_t = 2A_t + \frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{C}{A_t} = 2 \cdot 45 + \frac{25 + 70}{2} + \frac{51,3}{45} = 138,64;$$

примем $L_t = 138$;

определение вспомогательной расчетной величины по формуле

$$e = L_t - \frac{z_1 + z_2}{2} = 138 - 47,5 = 90,5;$$

определение окончательного межцентрового расстояния по формуле

$$A_t = \left(\frac{e \pm \sqrt{e^2 - 8C}}{4} \right) t = \frac{90,5 + \sqrt{90,5^2 - 8 \cdot 51,3}}{4} \cdot 15,87 = 710 \text{ мм.}$$

6. Определение скорости цепи.

$$v = \frac{z_1 n_1 t}{60 \cdot 1000} = \frac{25 \cdot 1440 \cdot 15,87}{60 \cdot 1000} = 9,5 \text{ м/сек}$$

7. Определение коэффициента эксплуатации.

$$K_9 = K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 K_6$$

По таблице на стр. 351

$$K_9 = 1,35 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1,5 = 1,62.$$

8. Определение ширины цепи:

$$b \geq \frac{135 K_9 N}{P d_9 v} = \frac{135 \cdot 1,62 \cdot 14}{1,12 \cdot 4 \cdot 9,5} = 72 \text{ мм}$$

По таблице на стр. 355 выберем цепь типа В1х2,2 внутренними направляющими пластинами шириной 78,5 мм.

9. Проверка числа ударов звена.

$$U = \frac{4z_1 n_1}{60 L_t} = \frac{4 \cdot 25 \cdot 1440}{60 \cdot 138} = 17.$$

По таблице на стр. 357

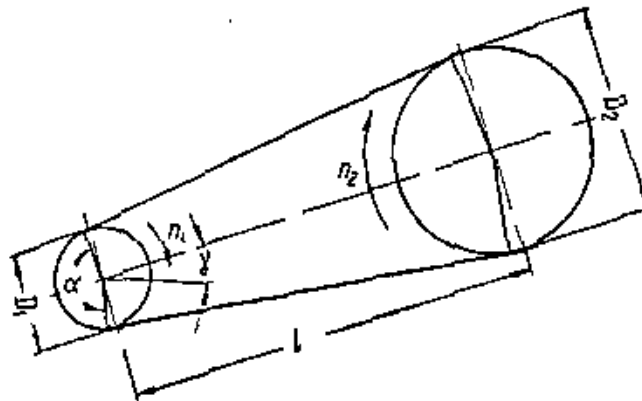
$$U_{\text{доп}} = 65.$$

10. Определение давления на валы.

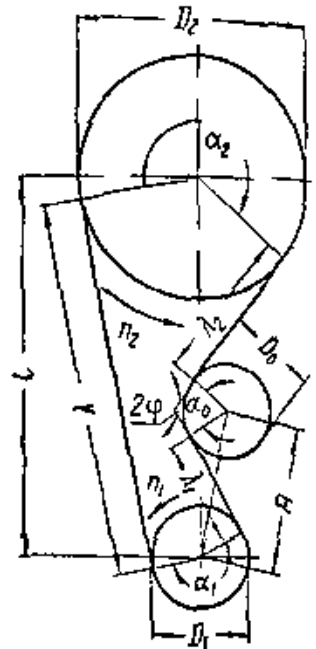
$$Q = 1,15P = \frac{1,15 \cdot 102 \cdot N}{v} = \frac{1,15 \cdot 102 \cdot 14}{9,5} = 170 \text{ кг.}$$

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

1. ПЛОСКОРЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ Методика проектировочного расчета *



Открытая передача.



Передача с натяжным роликом.

Исходные данные

1. Вид передачи (открытая или с натяжным роликом).
2. Назначение передачи, род двигателя и режим работы.
3. Наибольшая передаваемая мощность.
4. Числа оборотов в минуту ведомого и ведущего валов

Последовательность расчета

1. Выбор материала ремня в зависимости от условий работы (см. стр. 363)

2. Определение диаметров шкивов.

Меньший диаметр определяется по ориентировочной формуле

$$D_1 = (1150 \div 1400) \sqrt[3]{\frac{N}{n_1}}$$

где D_1 — диаметр меньшего шкива, мм;

N — наибольшая передаваемая мощность, кВт;

n_1 — число оборотов в минуту меньшего шкива, об/мин (см. также таблицу на стр. 367).

Больший диаметр определяется по формуле

$$D_2 = i D_1 = \frac{n_1}{n_2} D_1$$

* Изложенная ниже методика применима для передач со скоростями $v \leq 25$ м/сек. Расчет б. строходных передач ($v > 25$ м/сек) см. [2].

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

где D_2 — диаметр большого шкива, мм;
 i — передаточное число;

n_2 — число оборотов в минуту большого шкива, об/мин.

Диаметр натяжного ролика $D_0 = D_1$ (в крайнем случае $0,8 D_1$).
 Диаметры шкивов и ролика округляют по ГОСТ 1655 (см. стр. 365), D_1 и D_0 — в большую сторону, D_2 — в меньшую.

3. Корректировка n_2 с учетом округления диаметров шкивов, а также с учетом скольжения.

$$n_2 = (1 - \epsilon) \frac{D_1}{D_2} n_1,$$

где ϵ — коэффициент скольжения (0,01 — для прорезиненных и текстильных и 0,015 — для кожаных ремней).

4. Определение скорости ремня.

$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{1000 \cdot 60},$$

где v — скорость ремня, м/сек.

5. Определение минимально допустимой длины ремня.

$$L_{\min} = \frac{1000v}{u_{\max}},$$

где L_{\min} — минимально допустимая длина ремня, мм;

u_{\max} — наибольшее допустимое число пробогов ремня (двойных изгибов для открытых передач и тройных изгибов для передач с натяжным роликом).

Для открытых передач $u_{\max} \leq 3$ (в крайнем случае ≤ 5) в секунду; для передач с натяжным роликом $u_{\max} \leq 2$ (в крайнем случае ≤ 3) в секунду.

6. Определение минимально допустимого межцентрового расстояния. Для открытых передач, исходя из L_{\min} .

$$l_{\min} = \frac{e + \sqrt{e^2 - 8\Delta^2}}{4},$$

где l_{\min} — минимально допустимое межцентровое расстояние, мм;

$$e = L_{\min} - \pi D_{\text{ср}}, \quad D_{\text{ср}} = \frac{D_2 + D_1}{2}, \quad \Delta = \frac{D_2 - D_1}{2}.$$

Полученное l_{\min} следует сопоставить с l_{\min} , определяемым по эмпирической формуле

$$l_{\min} \geq 2(D_2 + D_1).$$

Для передач с натяжным роликом

$$l_{\min} \geq (D_2 + D_1).$$

7. Определение геометрической длины ремня, т. е. без учета натяжения, провисания, соединения концов (после корректировки l_{\min} , произведенной исходя из конструктивных и габаритных условий).

Для открытых передач

$$L = 2l + \frac{\pi}{2} (D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4l}$$

где L — геометрическая длина ремня, мм;
 l — межцентровое расстояние, мм.
 Для передач с натяжным роликом

$$L = \alpha_1 \frac{D_1}{2} + \alpha_2 \frac{D_2}{2} - (\pi - 2\varphi) \frac{D_0}{2} + \lambda + \lambda_1 + \lambda_2$$

где $\alpha_1, \alpha_2, 2\varphi$ — углы в радианах;
 $\lambda, \lambda_1, \lambda_2$ — длины прямолинейных участков ремня, определенные из чертежа с учетом масштаба.

8. Определение угла обхвата на малом шкиве для открытых передач.

$$\alpha_1 = 180^\circ - \frac{D_2 - D_1}{l} 60^\circ$$

где α_1 — угол обхвата на малом шкиве; $\alpha_1 \geq \alpha_{\min} = 150^\circ$.

9. Определение полезного напряжения.

$$k = \left(a - w \frac{\delta}{D_1} \right) C_0 C_1 C_2 C_3$$

где k — полезное напряжение, кг/см²;
 a — коэффициент, зависящий от материала ремня и от напряжения в ремне σ_0 , кг/см² (см. стр. 366);
 w — коэффициент, зависящий от материала ремня, кг/см² (см. стр. 366);
 δ — толщина ремня, мм (см. стр. 367);
 C_0 — коэффициент, зависящий от рода и расположения передачи (см. стр. 366 и рисунок на стр. 360).
 C_1 — коэффициент, учитывающий влияние угла α_1 ; $C_1 = 1 - 0,003 (180^\circ - \alpha_1)$;
 C_2 — коэффициент, учитывающий влияние центробежной силы: для открытых передач $C_2 = 1,04 - 0,0004 v^2$; для передач с натяжным роликом $C_2 = 1$;
 C_3 — коэффициент, зависящий от назначения передачи, рода двигателя и режима работы (см. стр. 370).

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

10. Определение ширины ремня.

$$b = \frac{100P}{k\delta} = \frac{10\ 200N}{v k \delta}$$

где b — ширина ремня, мм;
 P — окружное усилие, кг.

11. Округление найденной ширины ремня до ближайшей большей стандартной ширины и проверка ее соответствия выбранной толщине ремня.

12. Определение ширины шкивов и ролика по ОСТ 1655 и проверка ее.

$$B \leq D_1 \text{ (в крайнем случае } \leq 1,5 D_1);$$

$$6 \leq \frac{D_2}{B} \leq 12.$$

13. Определение давлений на валы:
 для открытых передач

$$Q = 0,03\sigma_0 b \delta \sin \frac{\alpha_1}{2}, *$$

где Q — давление на вал, одинаковое для обоих валов, кг;
 σ_0 — принятое в расчете натяжения ремня, кг/см² (см. стр. 366);
 для передач с натяжным роликом

$$Q = 0,02\sigma_0 b \delta \sin \frac{\alpha}{2},$$

где α — угол охвата шкива (α_1 или α_2).

Выбор приводного ремня в зависимости от условий работы

Условия работы	Виды приводных ремней			
	кожаные	прорезиненные	хлопчатобумажные тканые	шерстяные тканые
Передаваемые мощности	Малые, средние	Малые, средние, крупные	Малые, средние	Малые, средние (крупные)
Удельная тяговая способность	Высокая	Высокая	Средняя	Низкая
Наибольшая скорость обикновенных ремней, м/сек	40	Тип А-30, тип Б-20, тип В-15	20	30

* В формуле учтен полуторный запас натяжения после перетяжки ремня.

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Условия работы	Виды приводных ремней			
	кожаные	прорезиненные	хлопчатобумажные тканые	шерстяные тканые
Быстроходные передачи	Хромоновые специального изготовления	Маслостойкие специального изготовления	Особые бесконечные льняные тканые	Шелковые специального изготовления
Допускаемый диаметр меньшего из шкивов	Средний (растительного дубления), малый (хромового дубления)	Средний	Малый	Малый
Реакция колебания рабочей нагрузки (удары)	Весьма пригодны	Не рекомендуются	Допустимы	Весьма пригодны
Допускаемые кратковременные перегрузки	На 40—50%	На 20—30%	На 30—40%	На 40—50%
Сохраняют начальное натяжение	Удовлетворительно	Хорошо	Недостаточно удовлетворительно	Удовлетворительно
Перекрестные передачи, отводки, шкивы ступенчатые или с закраинами (ребордами)	Весьма пригодны (растительного дубления)	Пригодны (без обкладок)	Непригодны	Непригодны
Допускаемая повышенная температура, °С	До 50° (растительного и хромо-растительного дубления и до 70° хромового дубления)	Колебания до 60° (без обкладок)	Устойчивая до 50°	Колебания до 60°
Повышенная влажность	Хорошо прожированные, склеенные специальным водостойким клеем	С двусторонней обкладкой	Недопустимы	Пригодны
Водяной пар	Пригодны (хромового дубления)	Пригодны с обкладками	Непригодны	Пригодны
Едкие пары, газы	Непригодны	Пригодны с двусторонней обкладкой	Непригодны	Пригодны

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Основные размеры шкивов

Диаметр	Допускаемое отклонение	Диаметр	Допускаемое отклонение	Ширина	Допускаемое отклонение	Стрела выпуклости обода	Применять при ширине ремня
50	± 1	560	± 4	40	- 2	1	30
63		630		50	- 2	1	40
80		710		60	- 2	1	50
		800		70	- 2	1,5	60
		900		85	- 2	1,5	(70) и 75
90	± 2	1000	100	- 4	1,5	8), 85 и 90	
100			125	- 4	2	100	
112			150	- 4	2	125	
125			175	- 6	2,5	150	
140			200	- 6	2,5	175	
160		1120	225	- 6	2,5	200	
180		1250	250	- 8	2,5	225	
200		1400	300	- 8	3	250 и 275	
		1600	350	- 8	3	300	
		1800	400	- 10	3	350	
225	± 3	2000	450	- 10	4	400	
		2250	500	- 10	4	450	
		2500	600	- 10	4	500 и 550	
			2800	± 8	3200	3600	4000
			3200				
360	3600						
400	4000						

Примечание. Все размеры даны в миллиметрах.

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Коэффициенты a и w

Натяжение ремня σ_0 , кг/см ²	a , кг/см ² , для ремней			
	кожаных	прорезинен- ных	хлопчатобу- мажных тканых	шерстяных тканых
16	27	23	20	17
18	29	25	21	18
20	31	27	22	19
w , кг/см ²	300	100	150	150

Примечание. $\sigma_0 = 16$ кг/см² для передач с $l = \text{const}$ при коротком межцентровом расстоянии, либо при почти вертикальном расположении привода; $\sigma_0 = 18$ кг/см² для передач с $l = \text{const}$, но при значительном межцентровом расстоянии и при угле наклона привода к горизонту не более 60°, а также при $l = \text{var}$, но когда ремень периодически подтягивается; $\sigma_0 = 20$ кг/см² для передач с автоматически регулируемым натяжением как при $l = \text{const}$ (натяжной ролик), так и при $l = \text{var}$ (самонатяжные приводы).

Коэффициенты C_0

Род передачи	C_0 при угле γ		
	0—60°	60—80°	80—90°
Самонатяжные передачи (с автоматическим натяжением ремня)	1,0	1,0	1,0
Натяжные и простые открытые передачи (с периодическим подтягиванием или перешивкой ремня)	1,0	0,9	0,8

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Минимальные диаметры шкивов для разных приводных ремней

Виды ремней	δ	Число слоев (слойность)	D ₁		
			рекомендуемый	допускаемый	
Кожанные	Однорядные	3	—	100	80
		3,5	—	125	100
		4	—	160	125
		4,5	—	180	140
		5	—	200	160
		5,5	—	225	180
	Двойные	7,5	—	360	280
		9	—	500	400
		9,5	—	560	450
	Прорезиненные	Из бельтинга Б-820	2	—	100
3			—	160	125
4			—	225	180
5			—	280	250
6			—	360	320
7			—	450	400
8			—	560	500
9			—	710	630
Из бельтингов ОПБ-5, ОПБ-12 и из уточной шнуровой ткани			3	—	160
		4	—	225	200
		5	—	320	280
		6	—	450	400
		8	—	900	800
Текстильные		Хлопчатобумажные тканые	4,5	4	125
	6,5		6	200	180
	8,5		8	320	280
	Шерстяные тканые	6	3	180	160
		9	4	320	280
		11	5	450	400

Примечания. 1. Прорезиненные ремни из бельтинга Б-820 с резиновыми прослойками и без них допускают применение шкивов одинаковых диаметров. Поэтому отношение $\frac{D_{\text{min}}}{\delta}$ для ремней без прослоек можно принимать приблизительно на 20% больше, чем для ремней с прослойками (более гибких). 2. δ ремня не обязательно должна соответствовать δ по таблице, а может быть взята меньшей (но не большей) из ряда стандартных толщин. 3. Все размеры даны в миллиметрах.

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Стандартные ширины приводных ремней

Кожаные		Прорезиненные			Текстиль- ные		Кожаные		Прорезиненные			Текстиль- ные	
					х/б	шерстяные	одинарные	двойные	типа А	типа Б	типа В	х/б	шерстяные
одинарные	двойные	типа А	типа Б	типа В									
20	—	20	20	20	—	—	115	115	(115)	—	—	115	115
25	—	25	25	25	—	—	—	—	(120)	—	—	—	—
30	—	30	30	30	30	—	125	125	125	—	125	—	125
35	—	—	—	—	—	—	150	150	150	150	150	150	150
40	—	40	40	40	40	—	175	175	(175)	—	—	175	175
45	—	45	45	—	—	—	200	200	200	200	200	200	200
50	—	50	—	50	50	50	225	225	225	—	—	225	225
60	—	60	—	60	60	60	250	250	250	250	250	250	250
—	—	(65)	—	(65)	—	—	300	300	300	300	300	—	300
70	—	70	—	70	—	—	—	—	—	—	—	—	350
75	—	75	—	75	75	75	—	—	—	375	375	—	—
80	80	80	—	80	—	—	—	—	400	400	400	—	400
85	85	85	—	85	—	—	—	—	—	425	425	—	—
90	90	90	—	90	90	90	—	—	450	450	450	—	450
95	95	—	—	—	—	—	—	—	500	500	500	—	500
100	100	100	—	100	100	100	—	—	(550)	—	—	—	—

Ремень прорезиненный типа А предусмотрен также шириной от 600 до 1200 включительно (через 100), причем размер 1200 — не рекомен-
дуемый.

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Стандартные толщины (и слэйнность) приводных ремней

Кожаные		Прорезиненные					
δ	b	Число про- кладок	b для ти- па А	δ^* для типа А и Б (с прослой- ками)	b для ти- па Б	δ^* для ти- па Б и В (без про- слоек)	b для ти- па В
одинарные		из бельтинга Б-820					
$\geq 3,0$	20—30	2	—	3,0	20—45	2,5	—
$\geq 3,5$	35—50	3	20—100	4,5	—	3,75	20—100
		4	(20—350)	6,0	150—300	5,0	50—300
$\geq 4,0$	60—80	5	20—500	7,5	150—500	6,25	50—500
$\geq 4,5$	85—115	6	80—500	9,0	150—500	7,5	80—500
		7	250—500	10,5	250—500	8,75	250—500
$\geq 5,0$	125—150	8	250—500	12,0	250—500	10,0	250—500
$\geq 5,5$	175—300	9	500	13,5	500	11,25	500
двойные		из бельтинга ОПБ-5, ОПБ-12 и уточной шнуровой ткани					
$\geq 7,5$	100—115	3	(115)—500	6			
		4	400—500	8			
$\geq 9,0$	125—150	5	(550)—(1200)	10			
		6	800—(1200)	12			
		7	1000—(1200)	14			
$\geq 9,5$	175—300	8	800—(1200)	16			
Текстильные							
хлопчатобумажные тканые (ГОСТ 6982—54)				шерстяные тканые (ОСТ НКТП 3157)			
число слоев	δ	b		число слоев	δ	b	
4	4,5	30—100		3	6,0	50—90	
6	6,5	30—175		4	9,0	100—175	
8	8,5	50—250		5	11,0	200—500	

Примечания. 1. В скобках — нерекондуемые размеры. 2. Все размеры даны в миллиметрах.

* Толщины даны без обкладок.

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Коэффициенты C_2

Приводимые в движение машины		Род двигателя на ведущем валу					
Характер нагрузки	Наименование рабочих машин	группа А			группа Б		
		I	II	III	I	II	III
Легкая пусковая— до 120% нормальной. Почти постоянная рабочая нагрузка	Небольшие вентиляторы и воздуходувки. Насосы и компрессоры центробежные и ротационные. Токарные, сверлильные и шлифовальные станки. Динамомашинны (генераторы). Ленточные транспортеры	1,0	0,9	0,8	0,9	0,8	0,7
Пусковая — до 150% нормальной. Незначительные колебания рабочей нагрузки	Легкие трансмиссионные приводы. Станки фрезерные, зубофрезерные и револьверные. Поршневые насосы и компрессоры с относительно тяжелыми маховиками. Пластинчатые транспортеры	0,9	0,8	0,7	0,8	0,7	0,6
Пусковая — до 200% нормальной. Значительные колебания рабочей нагрузки	Реверсивные приводы. Станки строгальные, долбежные и зубодолбежные. Поршневые насосы и компрессоры с относительно легкими маховиками. Транспортеры винтовые и скребковые. Элеваторы. Винтовые и эксцентрикковые прессы с относительно тяжелыми маховиками. Станки ткацкие, прядильные, банкаброши, ватера	0,8	0,7	0,6	0,7	0,6	0,5
Пусковая — до 300% нормальной. Весьма неравномерная или ударная рабочая нагрузка	Подъемники, экскаваторы, драги. Бегуны, глиномялки. Лесопильные рамы. Мельницы жерновые, шаровые, вальцовые. Эксцентрикковые и винтовые прессы с относительно легкими маховиками. Ножицы, молоты, дробилки	0,7	0,6	0,5	0,6	0,5	0,4

Примечания. 1. Группа А — электродвигатели постоянного тока, переменного тока однофазные, переменного тока асинхронные с короткозамкнутым ротором, турбины водяные и паровые; группа Б — электродвигатели переменного тока синхронные, переменного тока асинхронные с контактными кольцами, двигатели внутреннего сгорания и паровые машины, трансмиссионные валы. I — одноменная работа, II — двухменная, III — трехменная (непрерывная). 2. Для передач с периодической нагрузкой или с редко используемой максимальной мощностью двигателя значения C_2 можно повысить на ~ 20%. 3. Если уточнен вопрос о перегрузке и расчет ведется не по номинальной (средней), а по максимальной мощности, то следует или $C_2 = 0,9 \div 0,8 \div 0,7$ (группа Б).

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

II. КЛИНОРЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Методика проекторочного расчета

Исходные данные

1. Назначение передачи, род двигателя и режим работы.
2. Наибольшая передаваемая мощность.
3. Число оборотов в минуту ведомого и ведущего валов.

Последовательность расчета *

1. Определение сечения ремня (см. стр. 374).
2. Определение расчетных диаметров шкивов.

Меньший диаметр определяется по таблице на стр. 374, но не меньше чем:

Сечение ремня	0	А	Б	В	Г	Д	Е
D_1 , мм	63	90	125	200	315	500	800

Больший диаметр определяется по формуле

$$D_2 = iD_1 = \frac{n_1}{n_2} D_1.$$

Диаметры натяжных роликов: при установке ролика снаружи ремня (плоский ролик) $D_0 \geq 1,5D_1$; при установке ролика внутри ремня (желобчатый ролик) $D_0 \geq D_1$.

Диаметр большого шкива и желобчатого ролика округляют по таблице на стр. 374, плоского ролика — по таблице на стр. 365.

3. Корректировка n_2 с учетом округления диаметров шкивов, а также с учетом скольжения:

$$n_2 = (1 - \epsilon) \frac{D_1}{D_2} n_1,$$

где $\epsilon = 0,01$ — для клиновых ремней кордшнуровой конструкции (при малых шкивах);

$\epsilon = 0,02$ — для клиновых ремней кордканевой конструкции (при больших шкивах).

4. Определение скорости ремня.

$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{1000 \cdot 60}.$$

*. Обозначения в формулах те же, что и для плоскоременной передачи.

5. Определение наименьшего допустимого межцентрового расстояния.

$$l_{\min} = 0,55(D_2 + D_1) + h,$$

где h — высота сечения ремня, мм (см. стр. 375).
Рекомендуемое межцентровое расстояние:

l	1	2	3	4	5	≥ 6
$\frac{l}{D_2}$	1,5	1,2	1,0	0,95	0,90	0,85

Наибольшее рекомендуемое расстояние

$$l_{\max} = 2(D_2 + D_1).$$

6. Определение длины ремня.

$$L = 2l + \frac{\pi}{2}(D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4l}.$$

Для передач с натяжным роликом L определяется так же, как и для передач без ролика, с той целью, чтобы ролик лишь незначительно отклонял ремень и чтобы влияние дополнительного изгиба было наименьшим.

При выборе стандартной длины ремня L , если $\alpha < 140^\circ$, необходимо проверить взаимное соответствие L и l по формуле

$$L = 2l \cos \gamma + \frac{\pi}{2}(D_2 + D_1) + \frac{\pi \gamma}{180^\circ}(D_2 - D_1),$$

где $\gamma = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

В случае невыполнения этого равенства следует изменить величину l .

7. Округление длины ремня до ближайшей стандартной (см. стр. 375).

8. Проверка числа пробегов ремня.

$$U = \frac{1000v}{L},$$

U не должно быть более 20.

9. Определение окончательного межцентрового расстояния.

$$l = \frac{e + \sqrt{e^2 - 8\Delta^2}}{4}.$$

10. Определение угла обхвата на малом шкиве для открытых передач.

$$\alpha_1 = 180^\circ - \frac{D_2 - D_1}{l} 60^\circ.$$

11. Определение наибольшей допускаемой мощности на один клиновой ремень, см стр. 376. Указанные в таблице мощности относятся к $\alpha_1 = 180^\circ$ и к равномерной и спокойной нагрузке передачи. Для других условий вводятся коэффициенты K_1 (см стр. 374) и K_2 (см. стр. 380).

12. Определение числа ремней в передаче.

$$z = \frac{N}{N_0 K_1 K_2}.$$

где N_0 — мощность, передаваемая одним ремнем, *квт.*

13. Определение давлений на валы.

$$Q = 2S_0 z \sin \frac{\alpha_1}{2},$$

где S_0 — натяжение на одну ветвь ремня в покое, *кГ* (см. таблицу на стр. 374).

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Сечения ремней в зависимости от мощности и скорости

Передаваемая мощность, <i>квт</i>	Рекомендуемые сечения при скорости ремня v , м/сек		
	до 5	свыше 5 до 10	свыше 10
До 1	0, А	0, А	0
Свыше 1 до 2	0, А, Б	0, А	0, А
« 2 до 4	А, Б	0, А, Б	0, А, Б
« 4 до 7,5	Б, В	А, Б	А, Б
« 7,5 до 15	В	Б, В	Б, В
« 15 до 30	—	В, Г	В, Г
« 30 до 60	—	Г, Д	В, Г, Д
« 60 до 120	—	Д	Г, Д
« 120 до 200	—	Д, Е	Г, Д
« 200	—	—	Д, Е

Примечание. Из возможных для данной мощности сечений следует, как правило, выбирать меньшее, так как отношение $\frac{D}{n}$ получается большим и ремень долговечнее.

Расчетные диаметры шкивов, мм

63	112	200	355	630	1120	2000	3550
71	125	224	400	710	1250	2240	4000
80	140	250	450	800	1400	2500	
90	160	280	500	900	1600	2800	
100	180	315	560	1000	1800	3150	

Натяжение на одну ветвь ремня в покое S_0

	Сечения													
	0	А		Б		В		Г		Д		Е		
Расчетные диаметры шкивов, мм	63—80	≥ 90	90—112	≥ 125	125—160	≥ 180	200—224	≥ 250	315	≥ 355	500	≥ 560	800—900	≥ 1000
Натяжение S_0 , кг	5,5	7	10	12	16,5	21	27,5	35	58	70	85	105	140	175

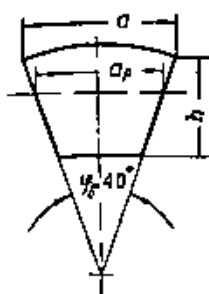
Коэффициенты K_1

α_1 , град	180	170	160	150	140	130	120	110	100	90	80	70
K_1	1,00	0,98	0,95	0,92	0,89	0,86	0,83	0,79	0,74	0,68	0,62	0,56

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Размеры сечений ремней



Расчетная ширина ремня a_p , мм	Сечения						
	0	A	Б	В	Г	Д	Е
	8,5	11	14	19	27	32	42
a , мм	10	13	17	22	32	39	50
h , мм	6	8	10,5	13,5	19	23,5	30

Стандартные длины клиновых ремней (по ГОСТ 1284—57)

Внутренняя длина, мм	Сечения	Расчетная длина, мм	Сечения	Расчетная длина, мм	Сечения
500 530 560 600	0, А	1700	0, А, Б	6300	Б, В, Г, Д, Е
		1800 1900 2000 2120 2240 2360 2500	0, А, Б, В	6700 7100 7500 8000 8500 9000	В, Г, Д, Е
630 670 710 750	0, А, Б	2650 2800 3000	А, Б, В	9500 10000 10600 11200	Г, Д, Е
800 850 900 950		3150 3350 3550 3750 4000	А, Б, В, Г	11500 12500 13200 14000	Д, Е
1000 1060 1120 1180		4250	Б, В, Г		
1250 1320 1400 1500 1600		4500 4750 5000 5300 5600 6000	Б, В, Г, Д		

Примечание. Внутренняя длина ремня — длина, измеренная по внутренней окружности; расчетная длина — длина на уровне расчетной ширины ремня. Для ремней длиной до 1600 мм включительно номинальной является внутренняя длина, измеренная без натяжения. Для ремней длиной 1700 мм и более номинальной является расчетная длина, измеренная под натяжением.

Разность между расчетной и внутренней длиной, мм	Сечения ремня						
	0	A	Б	В	Г	Д	Е
	25	33	40	55	76	96	130

РЕМЕННЫЕ

Мощность, передаваемая

v, м/сек	0				А	
	Расчетный диаметр					
	63	71	80	≥ 90	90	100
1	0,07*	0,08*	0,09*	0,10*	0,13*	0,15*
2	0,13*	0,15*	0,17*	0,19*	0,24*	0,28*
3	0,19*	0,21*	0,24*	0,26*	0,36*	0,41*
4	0,25*	0,27*	0,31*	0,34*	0,47*	0,54
5	0,31	0,33	0,38	0,42	0,59	0,66
6	0,36	0,40	0,46	0,50	0,69	0,78
7	0,42	0,47	0,52	0,58	0,77	0,89
8	0,48	0,54	0,60	0,66	0,86	0,99
9	0,53	0,60	0,67	0,74	0,95	1,10
10	0,59	0,66	0,74	0,82	1,04	1,13
11	0,65	0,73	0,78	0,88	1,12	1,26
12	0,71	0,79	0,85	0,95	1,19	1,33
13	0,77	0,85	0,92	1,02	1,25	1,40
14	0,83	0,91	0,93	1,08	1,20	1,45
15	0,88	0,96	1,04	1,11	1,32	1,51
16	0,93	1,02	1,00	1,20	1,33	1,55
17	0,97	1,07	1,15	1,26	1,34	1,57
18	1,01	1,10	1,20	1,31	1,34	1,59
19	1,04	1,14	1,25	1,36	1,34	1,62
20	1,07	1,18	1,20	1,40	1,33	1,64
21	1,09	1,21	1,22	1,43	1,31	1,65
22	1,07	1,18	1,32	1,46	1,23	1,65
23	1,05	1,15	1,32	1,43	1,25	1,62
24	1,03	1,12	1,23	1,40	1,23	1,59
25	1,01	1,09	1,27	1,33	1,20	1,55

* Для передачи этих мощностей натяжения должно быть увеличено на 20% против

ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

одним ремнем, кВт

А

Б

меньшего шкива, мм

112	≥125	125	140	160	≥180
0,17*	0,20*	—	—	—	—
0,32*	0,36*	0,43*	0,48*	0,53*	0,58*
0,46*	0,52*	0,63*	0,70*	0,77*	0,83*
0,60*	0,67*	0,83*	0,91*	1,01*	1,08*
0,74	0,81	1,02	1,12	1,25	1,32
0,87	0,95	1,21	1,31	1,45	1,54
0,99	1,11	1,35	1,50	1,65	1,75
1,10	1,24	1,52	1,69	1,85	1,97
1,21	1,36	1,68	1,83	2,05	2,19
1,32	1,47	1,84	2,06	2,23	2,41
1,41	1,56	2,00	2,24	2,41	2,59
1,49	1,65	2,14	2,43	2,59	2,77
1,56	1,73	2,25	2,57	2,77	2,91
1,63	1,80	2,36	2,69	2,94	3,11
1,69	1,87	2,43	2,80	3,08	3,28
1,76	1,95	2,50	2,90	3,19	3,44
1,82	2,03	2,56	2,98	3,29	3,58
1,87	2,10	2,58	3,05	3,38	3,72
1,92	2,16	2,58	3,10	3,47	3,83
1,96	2,21	2,58	3,10	3,54	3,94
1,99	2,25	2,54	3,10	3,60	4,03
1,99	2,28	2,50	3,05	3,64	4,08
1,96	2,25	2,43	2,95	3,60	4,04
1,92	2,23	2,35	2,85	3,56	4,01
1,88	2,21	2,20	2,75	3,52	3,93

указанного на стр. 374.

377

РЕМЕННЫЕ

Мощность, передаваемая

v, м/сек	В				Г		
	Расчетный диаметр						
	200	224	250	≥ 280	315	355	400
2	0,88*	1,03*	1,18*	1,29*	—	—	—
3	1,25*	1,40*	1,59*	1,75*	—	—	—
4	1,62*	1,77*	2,00*	2,22*	—	—	—
5	1,98	2,14	2,41	2,67	3,98	4,55	5,07
6	2,30	2,50	2,82	3,12	4,58	5,30	5,89
7	2,62	2,87	3,24	3,58	5,18	6,03	6,70
8	2,94	3,24	3,64	4,04	5,78	6,75	7,50
9	3,27	3,60	4,05	4,50	6,40	7,45	8,30
10	3,60	3,98	4,45	4,95	7,00	8,15	9,10
11	3,88	4,30	4,86	5,40	7,55	8,75	9,85
12	4,16	4,60	5,26	5,80	8,00	9,30	10,5
13	4,40	4,90	5,63	6,16	8,45	9,80	11,1
14	4,61	5,19	5,89	6,48	8,90	10,2	11,7
15	4,80	5,41	6,14	6,77	9,20	10,7	12,3
16	4,98	5,63	6,36	7,04	9,50	11,1	12,8
17	5,15	5,81	6,56	7,22	9,75	11,5	13,3
18	5,30	5,98	6,74	7,41	9,90	11,8	13,7
19	5,40	6,10	6,88	7,56	9,95	12,0	14,1
20	5,52	6,25	7,00	7,72	9,95	12,1	14,4
21	5,52	6,30	7,10	7,88	9,82	12,2	14,6
22	5,50	6,25	7,10	8,00	9,70	12,2	14,7
23	5,45	6,15	7,05	7,95	9,50	12,1	14,7
24	5,35	6,05	7,00	7,92	9,30	12,0	14,6
25	5,15	5,95	6,95	7,88	9,10	11,8	14,3
26	—	—	—	—	—	11,5	14,0
27	—	—	—	—	—	11,1	13,7
28	—	—	—	—	—	—	13,4
29	—	—	—	—	—	—	13,1
30	—	—	—	—	—	—	12,8

ПЕРЕДАЧИ

одним ремнем, квт

Продолжение

Продолжение

Д

Е

меньшего шкива, мм

> 450	500	560	630	> 710	800	900	> 1000
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—
5,45	6,25	7,20	7,95	8,45	10,0	11,0	12,1
6,35	7,45	8,40	9,20	9,85	11,8	13,1	14,4
7,25	8,62	9,60	10,5	11,3	13,6	15,2	16,7
8,15	9,80	10,8	11,7	12,7	15,4	17,3	19,0
9,05	10,9	11,9	13,0	14,1	17,2	19,3	21,3
10,0	11,9	13,0	14,2	15,5	19,0	21,3	23,6
10,7	12,8	14,0	15,3	16,5	20,8	23,2	25,7
11,4	13,6	14,9	16,3	17,5	22,4	25,0	27,7
12,1	14,4	15,7	17,2	18,5	23,8	26,8	29,6
12,7	15,0	16,4	18,1	19,5	25,2	28,1	31,0
13,3	15,6	17,1	18,9	20,5	26,4	29,3	32,4
13,8	16,1	17,8	19,7	21,4	27,6	30,5	33,7
14,4	16,6	18,5	20,5	22,3	28,8	31,6	35,6
14,7	17,0	19,1	21,3	23,2	29,4	32,6	36,2
15,1	17,3	19,7	22,1	24,0	30,2	33,6	37,3
15,4	17,7	20,2	22,8	24,8	31,0	34,6	38,3
15,7	17,7	20,4	23,1	25,3	31,8	35,5	39,3
15,8	17,7	20,6	23,3	25,6	32,5	36,2	40,2
15,9	17,7	20,6	23,4	25,9	33,1	36,9	41,1
15,9	17,7	20,6	23,5	26,2	33,5	37,5	41,9
15,8	17,7	20,6	23,5	26,5	33,8	38,1	42,6
15,6	17,7	20,6	23,6	26,8	34,1	38,6	43,0
15,3	—	20,6	23,7	27,0	34,4	39,0	44,3
15,0	—	20,6	23,8	27,0	34,5	39,1	44,5
14,7	—	—	23,8	27,0	34,6	39,1	44,5
14,3	—	—	23,9	27,0	34,6	39,1	44,5

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

Коэффициенты K_2

Рабочая машина		Вид двигателя								
Характер нагрузки	Наименование машины	группа А			группа Б			группа В		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
		Легкая пусковая — до 120% нормальной. Почти постоянная рабочая нагрузка	Электрические генераторы легкие; насосы и компрессоры центробежные и ротационные; ленточные транспортеры; станки токарные, сверлильные, шлифовальные; веялки; сепараторы, легкие грохоты	1,00	0,87	0,72	0,92	0,80	0,66	0,84
Пусковая—до 150% нормальной. Незначительные колебания рабочей нагрузки	Электрические генераторы; поршневые насосы и компрессоры с тремя и более цилиндрами; вентиляторы и воздухоловки; цепные транспортеры, элеваторы; станки фрезерные, зубофрезерные, револьверные, дисковые (для дерева); трансмиссии; прядильные, бумагопрядильные и кондитерские машины; тяжелые грохоты, агрануционные печи	1,50	1,81	1,66	0,84	0,73	0,60	0,78	0,66	1,56
Пусковая — до 200% нормальной. Значительные колебания рабочей нагрузки	Поршневые насосы и компрессоры с одним или двумя цилиндрами; вентиляторы и воздухоловки тяжелого типа; транспортеры винтовые, скребковые; децистраторы; станки строгальные, долбежные, заточные, прессы винтовые и эксцентриковые с относительно тяжелым маховиком; ткацкие машины, банкабросы, ватеры; хлопкоочистительные машины	0,84	0,76	0,60	0,76	0,68	0,56	0,71	0,62	0,51
Пусковая — до 300% нормальной. Весьма неравномерная и ударная рабочая нагрузка	Подъемники, экскаваторы, драги; прессы винтовые и эксцентриковые с относительно легким маховиком, ножицы, молоты, бегуны, глиномялки, мельницы шаровые, жерновые, вальцовые; дробилки, лесопильные пилы	1,78	1,61	1,51	1,71	1,61	0,51	0,61	0,53	0,44

Примечания. I. Группа А — электродвигатель переменного тока однофазный, трехфазный с пуском через автотрансформатор или с переключением со звезды на треугольник, электродвигатель постоянного тока шунтовой, паровая машина или двигатель внутреннего сгорания с четырьмя и более цилиндрами, турбина; группа Б — электродвигатель переменного тока с высоким пусковым моментом, электродвигатели постоянного тока компаундные, паровая машина или двигатель внутреннего сгорания с двумя или тремя цилиндрами; группа В — электродвигатель переменного тока короткозамкнутый с прямым пуском или с двойной величиной клеткой, электродвигатель постоянного тока серийный, одноцилиндровый двигатель внутреннего сгорания. I — односменная работа. II — двухсменная. III — трехсменная. При переиспользовании, частом пуске, повышенной влажности и наличии натяжного ролика на валу значение коэффициента K_2 берется из третьей колонки вне зависимости от вида двигателя.

Пример расчета клиноременной передачи

Дано. Передача от электродвигателя постоянного тока (шунтового) к червячному редуктору; работа двухсменная; незначительные колебания рабочей нагрузки; мощность двигателя $N = 20$ *квт*; число оборотов $n_1 = 960$ *об/мин*; передаточное число $i = 2,5$.

Определить основные параметры передачи.

Решение.

1. Определение сечения ремня.

По таблице на стр. 374 определяем, что можно применять сечения В или Г. Дальнейший расчет ведем в двух вариантах.

В Г

2. Определение диаметров шкивов, *мм*.

Меньший диаметр D_1 определяется по таблице на стр. 374. 250 400

Диаметр большего шкива

$$D_2 = iD_1 = \quad 625 \quad 1000$$

Округление диаметров шкивов, *см*, стр. 374. 630 1000

3. Определение n_2 .

$$n_2 = (1 - \epsilon) \frac{D_1}{D_2} n_1 = \quad 377 \quad 380$$

4. Определение скорости ремня, *м/сек*.

$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{1000 \cdot 60} = \quad 12,5 \quad 20$$

5. Определение наименьшего допустимого межцентрового расстояния, *мм*.

$$l_{\min} = 0,55 (D_2 + D_1) + h \quad 498 \quad 790$$

6. Рекомендуемое межцентровое расстояние, *мм*, (см. стр. 372).

$$l = 1,1D_2 \quad 695 \quad 1103$$

7. Определение расчетной длины ремня, *мм*.

$$L = 2l + \frac{\pi}{2} (D_2 + D_1) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4l} = \quad 2820 \quad 4480$$

Округляем длины ремней до ближайших стандартных (см. стр. 375). 2800 4500

РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Продолжение

	В	Г
8. Проверка числа пробегов ремня. $U = \frac{1000v}{L} =$	4,5 < 20	4,5 < 20
9. Определение окончательного межцентрового расстояния, мм. $e = L - \pi D_{\text{ср}} =$	1418	2295
$D_{\text{ср}} = \frac{D_2 + D_1}{2} =$	440	700
$\Delta = \frac{D_2 - D_1}{2} =$	190	300
$l = \frac{e + \sqrt{e^2 - 8\Delta^2}}{4}$	685	1110
10. Определение угла обхвата на малом шкиве (град.). $\alpha_1 = 180^\circ - \frac{D_2 - D_1}{l} 60^\circ.$	147 > 120	147 > 120
11. Определение наибольшей допускаемой мощности на один ремень N_0 , квт. (см. стр. 378).	5,45	14,4
12. Определение числа ремней в передаче. $z = \frac{N}{N_0 K_1 K_2} =$	5	2
13. Определение давлений на валы, кг. $Q = 2S_0 z \sin \frac{\alpha_1}{2} =$	335	270

С точки зрения работоспособности оба варианта более или менее равноценны; окончательное решение должно быть принято в зависимости от условий размещения передачи.

ВАЛЫ И ОСИ

При проектировании вала или оси сначала устанавливаются размеры основных элементов вала (например, длина вала или расстояние между подшипниками, диаметр подшипниковых шеек и мест посадки сопряженных деталей, диаметр внутренней полости и т. п.) на основании конструктивных соображений или ориентировочных расчетов с применением конструктивных формул сопротивления материалов. Затем, после конструктивной проработки, вал или ось подвергаются проверочному расчету на прочность (выносливость) и жесткость. При этом определяются фактические запасы прочности или деформации и сравниваются с допустимыми в каждом конкретном случае.

I. РАСЧЕТНАЯ СХЕМА ВАЛА

1. Вал рассматривается как балка, лежащая на шарнирных подвижных опорах и подверженная изгибу и кручению (в отдельных случаях, кроме того, продольному растяжению или сжатию). Такая схема достаточно точна лишь для валов на подшипниках качения по одному в опоре или при самоустанавливаемости опор.

2. Если два подшипника качения установлены в одной опоре так, что рассчитывать на самоустанавливаемость нельзя, то при составлении расчетной схемы вала следует отбросить внешние подшипники, приняв за шарнирные опоры внутренние.

3. Для длинных опор скольжения по концам вала (рис. 1) условные шарниры следует располагать на расстоянии $0,5d$, но не менее $0,25-0,35l$ от кромки подшипника со стороны пролета, где d и l — диаметр и длина подшипниковой шейки.

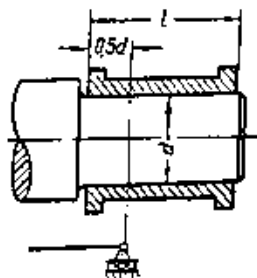


Рис. 1. Расчетная схема опоры скольжения.

4. При необходимости уточненного расчета следует учитывать опорные моменты. В случае нескольких подшипников качения в одной опоре вал рассматривается как балка на упругих опорах, а в случае длинных подшипников скольжения — как балка на упругих основаниях, соответствующих длинам подшипников [28], [35].

5. Расчетные нагрузки, распределенные по длине зубьев зубчатых колес, пальцев упругих муфт, вкладышей подшипников скольжения, вдоль шпонок, зубьев шлицевых участков вала и т. п., при составлении расчетной схемы вала принимаются за сосредоточенные силы, приложенные по средним длинам элементов, передающих силы или моменты.

При уточненных расчетах сосредоточенные силы можно заменить распределенными, если известен закон распределения.

II. РАСЧЕТ ВАЛА (ОСИ)

Общая схема и порядок расчета

1. Исходные данные:
 основные размеры вала;
 материал, диаметр заготовки, термическая обработка и связанные с ними значения механических характеристик материала;
 конструкция опор;
 характер изменения рабочих нагрузок во времени;
 специальные условия работы вала (работа в условиях агрессивной среды, ударных нагрузок и т. п.).
 2. Составить схему нагрузок на детали, связанные с валом, отдельно для нагрузок, неподвижных относительно вала (вращающихся вместе с валом и вызывающих напряжения в одних и тех же волокнах вала, например, центробежные силы), и для нагрузок, вращающихся относительно вала (вызывающих напряжения попеременно в разных волокнах вала).
 3. Привести нагрузки на детали связанные с валом, к нагрузкам, непосредственно воспринимаемым валом, и составить расчетную схему вала.
 4. Разложить нагрузки на вал по двум взаимно-перпендикулярным направлениям, определить составляющие опорных реакций и суммарные реакции в опорах вала.
 5. Построить эпюры изгибающих моментов:
 в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях, отдельно от вращающихся и невращающихся нагрузок в соответствии с разложением сил по пункту 4;
 суммарных моментов отдельно от вращающихся и невращающихся нагрузок путем геометрического суммирования;
 результирующих моментов от вращающихся и невращающихся нагрузок путем арифметического суммирования абсолютных величин ординат.
 6. Построить эпюру крутящих моментов.
 7. Выбрать подшпунники вала, уточнить размеры шеек вала.
 8. Вычертить конструктивный эскиз вала и путем сопоставления его с эпюрами моментов установить опасные сечения. Опасные сечения по условиям статической прочности могут не совпадать с таковыми по условиям выносливости.
 9. Определить номинальные напряжения в опасных сечениях, отдельно от изгиба, от кручения и, в отдельных случаях, от действия продольной и перерезывающей сил.
 10. Определить в опасных сечениях коэффициенты запаса статической прочности и выносливости и сравнить их с минимальными запасами, допустимыми для данного конкретного случая.
 11. В случае необходимости откорректировать размеры и конструктивные формы отдельных элементов вала (или выбрать материал с необходимыми механическими характеристиками) и произвести повторный расчет.
 12. При проверке вала на жесткость определяются прогибы или углы поворота отдельных сечений вала, сравниваются с допустимыми для данного конкретного случая и в случае необходимости корректируются поперечные размеры вала из условий жесткости.
- Приведенные выше схему и порядок расчета следует рассматривать как рекомендуемые. В некоторых случаях может оказаться рациональным опустить отдельные этапы расчета или изменить их порядок.

Расчет вала на статическую прочность

Расчет валов и осей на статическую прочность производится по наименьшей кратковременной нагрузке, повторяемость которой настолько мала, что не может вызвать усталостного разрушения. Расчетное значение этой нагрузки определяется с учетом динамических и ударных нагрузок. Для большинства практических случаев (пластичный материал) условием прочности является условие недопущения пластических деформаций и за опасное напряжение принимается предел текучести материала вала.*

Расчет ведется по формуле

$$n_T = \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}} \geq [n_T],$$

где n_T — фактический общий запас прочности;
 $n_{T\sigma}$, $n_{T\tau}$ — запасы прочности по нормальным и касательным напряжениям;
 $[n_T]$ — допускаемое значение запаса прочности (см. стр. 225).

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma}; \quad n_{T\tau} = \frac{\tau_T}{\tau}$$

где σ_T , τ_T — пределы текучести при растяжении — сжатии и кручении, $кг/см^2$;
 σ , τ — действующие нормальные и касательные напряжения, $кг/см^2$;

$$\sigma = \frac{M}{W} \pm \frac{N}{F}, \quad \tau = \frac{M_K}{W_K}$$

где M , M_K — изгибающий и крутящий моменты, вызванные комбинацией сил для расчета вала на статическую прочность, $кгсм$;
 N — то же, продольная сила, $кг$;
 W , W_K — моменты сопротивления при изгибе и при кручении, вычисленные по нетто-сечению, $см^3$;
 F — площадь нетто-сечения, $см^2$.

Расчет вала на выносливость

Расчет валов и осей на выносливость производится по длительно действующим (повторяемость не менее 10^4 циклов за срок службы) нагрузкам с учетом режима нагружения (см. ниже). Расчет можно вести по наибольшей из этих нагрузок, к которой приводятся остальные.

Если наибольшая кратковременная и наибольшая длительно действующая нагрузки пропорциональны одному параметру или если отсутствуют неврашающиеся относительно вала нагрузки, эпюры изгибающих моментов для длительно действующих нагрузок удобно получать умножением эпюр для кратковременных нагрузок на соответствующий коэффициент. В противном случае следует построить эпюры моментов от длительно действующих нагрузок.

* Расчет валов из хрупких материалов (высокопрочная закаленная сталь, чугун и т. п.) см. [30], гл. XIV.

Расчет ведется по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq [n],$$

где n — общий запас выносливости;
 n_σ, n_τ — запасы выносливости по нормальным и касательным напряжениям;
 $[n]$ — допускаемый запас выносливости (см. стр. 225).

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta \epsilon_\sigma} (\sigma_a)_{np} + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\beta \epsilon_\tau} (\tau_a)_{np} + \psi_\tau \tau_m},$$

где σ_{-1}, τ_{-1} — пределы выносливости материала вала при симметричном цикле, $кг/см^2$;

$(\sigma_a)_{np}, (\tau_a)_{np}$ — приведенные амплитуды напряжений, $кг/см^2$;

σ_m, τ_m — средние напряжения цикла от наибольшей длительно действующей нагрузки, $кг/см^2$;

$\epsilon_\sigma, \epsilon_\tau$ — коэффициенты влияния абсолютных размеров;

β — коэффициент влияния состояния поверхности и поверхностного упрочнения;

k_σ, k_τ — эффективные коэффициенты концентрации напряжений;

ψ_σ, ψ_τ — коэффициенты чувствительности материала к асимметрии цикла.

При действии нескольких источников концентрации следует принимать те из них, которые дают наименьшие (с учетом β) значения n_σ и n_τ .

Значения коэффициентов ψ_σ и ψ_τ принимаются по табличным данным или вычисляются по формулам

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}, \quad \psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0},$$

где σ_0, τ_0 — пределы выносливости материала при пульсирующем цикле. Приведенные амплитуды напряжений определяются по формулам

$$(\sigma_a)_{np} = (\sigma_a)_{max} k_{долг}^\sigma, \quad (\tau_a)_{np} = (\tau_a)_{max} k_{долг}^\tau,$$

где $(\sigma_a)_{max}, (\tau_a)_{max}$ — амплитуды напряжений от действия наибольшей длительно действующей нагрузки;

$k_{долг}^\sigma, k_{долг}^\tau$ — коэффициенты долговечности по нормальным и касательным напряжениям.

Коэффициенты долговечности определяются по формулам

$$k_{долг}^\sigma = \sqrt[m]{\sum \frac{n_i}{N_0} \left[\frac{(\sigma_a)_i}{(\sigma_a)_{max}} \right]^m}, \quad k_{долг}^\tau = \sqrt[m]{\sum \frac{n_i}{N_0} \left[\frac{(\tau_a)_i}{(\tau_a)_{max}} \right]^m},$$

где $(\sigma_a)_i, (\tau_a)_i$ — амплитуды напряжений от действия i -ой длительно действующей нагрузки;

n_i — число циклов действия i -ой нагрузки;

m, N_0 — определяются по таблице;

ВАЛЫ И ОСИ

Продолжение

Значения показателя m и абсциссы N_0 при изгибе для
конструкционных сталей
(N_0 — число циклов, соответствующее перелому кривой усталости)

Характеристика условий испытания	m	N_0
Образцы без концентрации напряжений, полированные	9—18	$1-4 \cdot 10^6$
Образцы с концентрацией напряжений, полированные	6—10	$1-4 \cdot 10^6$
Вал или ось с напрессовкой	6—10	$6-10 \cdot 10^6$
При наличии поверхностного упрочнения	18—20	$1-5 \cdot 10^6$

Примечания: 1. Поверхностное упрочнение деталей (обдужка дробью, обкатка роликами) увеличивает значение m . 2. Понижение концентрации напряжений снижает значение показателя m . 3. При отсутствии данных по значениям показателя m при кручении можно принимать в случае кручения значения, приведенные для изгиба. 4. При наличии экспериментальных данных для деталей или подобных им моделей величины m и N_0 следует определять непосредственно по экспериментально полученным кривым усталости.

При установленном режиме длительно действующих нагрузок

$$k_{\text{долг}}^{\sigma} = \sqrt{\frac{m}{\sum \frac{n_i}{N_0}}}, \quad k_{\text{долг}}^{\tau} = \sqrt{\frac{m}{\sum \frac{n_i}{N_0}}}$$

Среднее напряжение и амплитуда цикла длительно действующей нагрузки определяются по формулам

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2},$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2}, \quad \tau_a = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2},$$

где σ_{\max} , τ_{\max} , σ_{\min} , τ_{\min} — наибольшее и наименьшее по алгебраической величине (с учетом знака) напряжения цикла, кг/см².

Во многих случаях σ_a соответствует изгибающим моментам от вращающихся нагрузок, а σ_m — от невращающихся.

Расчет валов на жесткость

Расчет на жесткость производится в тех случаях, когда деформации вала могут влиять на работоспособность узла, а также когда число оборотов вала близко к критическому (см. [30], гл. XI), и сводится к определению прогибов, углов поворота (изгиб) или закручивания (кручение) и сопоставлению их с допустимыми (см. ниже).

Расчет ведется по формулам сопротивления материалов, см. стр. 155. В случае валов сложной конфигурации, когда расчет по формулам сопротивления материалов становится слишком громоздким, см. [31], стр. 140.

Допускаемые деформации при расчете валов на жесткость

Вид деформации	Допускаемые значения деформаций для валов					
	передающих движение	в местах расположения зубчатых колес	в местах установки подшипников качения			
			роликовых		шариковых	
			с цилиндрическими роликами	с коническими роликами	однорядных	сферических
Прогиб . . .	0,0001—0,0005 пролета	0,01—0,03 модуля	—	—	—	—
Угол поворота в радианах . .	—	0,001—0,002	0,0025	0,0016	0,005	0,05

Допускаемые прогибы рабочих валов технологических машин назначаются с учетом специфических условий их работы.

Расчет многоопорных валов

Расчет многоопорных валов сводится к расчету статически неопределимых балок, лежащих на нескольких опорах (см. [30], гл. II). Существенное влияние на напряженное состояние вала оказывает монтажное повышение или понижение опор или их неравномерный износ. Если эти факторы невозможно установить расчетом, то достоверность расчета многоопорного вала снижается; в этом случае многоопорный вал рассматривается как статически определимый, разрезанный над опорами, что обычно идет в зачет надежности расчета.

ВАЛЫ И ОСИ

Продолжение

Расчет трансмиссионных валов

Трансмиссионные валы рассчитываются по условиям жесткости на кручение по формуле

$$d \approx 5,2 \sqrt[4]{\frac{M_k}{[\varphi]}}$$

где d — диаметр вала, мм;

M_k — крутящий момент, кгсм;

$[\varphi]$ — допускаемый угол закручивания вала в градусах на 1 м длины; обычно принимают $[\varphi] = 0,25 \div 0,50$.

Расчет коленчатых валов

См. [17], [31], [35].

Расчет гибких проволочных валов

См. [31].

III. СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА

Материалы и их механические характеристики

Общие замечания

Для валов и осей чаще всего используются углеродистые и легированные стали, реже — стальное литье и литье из модифицированных чугунов и чугунов со сферондальным графитом в литой структуре.

Из углеродистых сталей чаще всего применяются стали марок 30, 40, 45 и 50 (ГОСТ 1050—60), подвергающиеся обычно улучшению. Неответственные и малонагруженные валы и оси, а также трансмиссионные валы можно изготавливать из стали марок Ст. 3, Ст. 4 и Ст. 5 (ГОСТ 380—60).

Легированные стали используются при необходимости ограничить вес и габариты вала, повысить стойкость зубчатых (шлицевых) соединений или удовлетворить другим особым конструктивным требованиям.

Требования, предъявляемые к валу в отношении его жесткости при изгибе и при кручении при нормальной рабочей температуре, на выбор марки стали практически не влияют.

Основные характеристики механической прочности некоторых сталей

Марка стали	Диаметр заготовки, мм	Твердость НВ по ниж	σ_B кг/см ²	σ_T кг/см ²	τ_T кг/см ²	σ_{-1} кг/см ²	τ_{-1} кг/см ²	ψ_σ	ψ_τ
Ст. 5	Любой	190	5200	2800	1500	2200	1300	0	0
45	Любой До 120 80	200	5600	2800	1500	2500	1500	0	0
		240	8000	5500	3000	3500	2100	0,1	0
		270	9000	6500	3900	3800	2300	0,1	0,05

ВАЛЫ И ОСИ

Продолжение

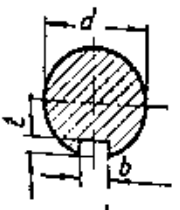
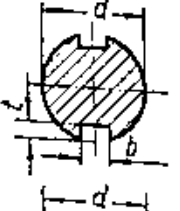
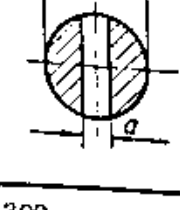
Марка стали	Диаметр заготовки, мм	Твердость НВ все ниже	σ_B , кг/см ²	σ_T , кг/см ²	τ_T , кг/см ²	σ_{-1} , кг/см ²	τ_{-1} , кг/см ²	ψ_σ	ψ_τ
40X	Любой	200	7300	5000	2800	3200	2000	0,1	0,05
	До 200	240	8000	6500	3900	3600	2100		
	„ 120	270	9000	7500	4500	4100	2400		
40XH	Любой	240	8200	6500	3900	3600	2100	0,1	0,05
	До 200	270	9200	7500	4500	4200	2500		
20	До 60	145	4000	2400	1200	1700	1000	0	0
20X	„ 120	197	6500	4000	2400	3000	1600	0,05	0
12XH3A	„ 120	260	9500	7000	4900	4200	2100	0,1	0,05
12X2H4A	„ 120	300	11000	8500	5950	5000	2500	0,15	0,1
18XГТ	„ 60	330	11500	9500	6650	5200	2800	0,15	0,1
30XГТ	Любой	270	9500	7500	5200	4500	2600	0,1	0,05
	„	320	11500	9500	6650	5200	3100	0,15	0,1
	До 80	415	15000	12000	8400	6500	3300	0,2	0,1

При отсутствии табличных данных по пределам выносливости легированных сталей можно пользоваться следующими приближенными соотношениями:

$$\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B} = 0,45 \div 0,55; \quad \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} = 0,5 \div 0,65; \quad \frac{\sigma_{-1p}}{\sigma_{-1}} = 0,7 \div 0,9.$$

Геометрические характеристики некоторых сечений

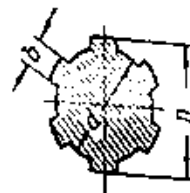
Моменты сопротивлений и площади нетто-сечений валов, ослабленных шпоночными канавками и поперечными отверстиями

Форма сечения	Площадь сечения F , см ²	Моменты сопротивления	
		при изгибе W , см ³	при кручении W_K , см ³
	$F = \frac{\pi d^2}{4} - bt$	$W = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$	$W_K = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$
	$F = \frac{\pi d^2}{4} - 2bt$	$W = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$	$W_K = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$
	$F = \frac{\pi d^2}{4} - da$	$W = \frac{\pi d^3}{32} \left(1 - 1,54 \frac{a}{d}\right)$	$W_K = \frac{\pi d^3}{16} \left(1 - \frac{a}{d}\right)$

ВАЛЫ И ОСИ

Продолжение

Моменты сопротивления шлицевых валов
некоторых типоразмеров



$z \times d \times D$	b	W	W _к	$z \times d \times D$	b	W	W _к
мм		см ³		мм		см ³	
Легкая серия				Средняя серия			
6×23×26	6	1,37	2,73	6×16×20	4	0,52	1,03
6×26×30	6	1,97	3,93	6×18×22	5	0,74	1,48
6×28×32	7	2,48	4,96	6×21×25	5	1,03	2,16
8×32×36	6	3,63	7,26	6×23×28	6	1,50	3,00
8×36×40	7	5,13	10,26	6×26×32	6	2,10	4,20
8×42×46	8	8,0	16,0	6×28×34	7	2,66	5,32
8×46×50	9	10,5	20,9	8×32×38	6	3,87	7,74
8×52×58	10	15,5	31,1	8×36×42	7	5,66	11,32
9×56×62	10	18,9	37,9	8×42×48	8	8,41	16,82
8×62×68	12	25,8	51,6	8×52×60	10	16,13	32,26
10×72×78	12	40,3	80,6	8×56×65	10	17,1	34,2
10×82×88	12	57,8	115,6	8×62×72	12	27,6	55,2
10×92×98	14	81,3	162,6	10×72×82	12	43,0	86,0
10×102×108	16	85,8	171,6	10×82×92	12	60,5	121,0
10×112×120	18	148,8	297,6	10×112×125	18	156,3	312,6
Тяжелая серия							
10×16×20	2,5	0,52	1,05	16×52×60	5	16,1	32,2
10×18×23	3	0,79	1,58	16×56×65	5	19,9	39,8
10×21×26	3	1,13	2,26	16×62×72	6	27,6	55,2
10×26×32	4	2,19	4,38	16×72×82	7	42,3	84,6
10×28×35	4	2,72	5,44	20×82×92	6	56,6	113,2
10×32×40	5	4,19	8,38	20×102×115	8	119,2	238,4
10×36×45	5	5,71	11,42	20×112×125	9	156,6	313,2
10×42×52	6	8,22	16,44				

Примечание. z — число зубьев.

Пример расчета

Дано. Приставной вал дизельной установки с размерами по рис. 2, а, на который насажены маховик, ротор генератора и ротор возбуждателя; вес маховика $Q_1 = 4500$ кг, вес ротора генератора $Q_2 = 3180$ кг и вес ротора возбуждателя $Q_3 = 250$ кг; мощность дизеля 600 л. с., скорость вращения приставного вала $n = 300$ об/мин; вал выполнен из стали 45.

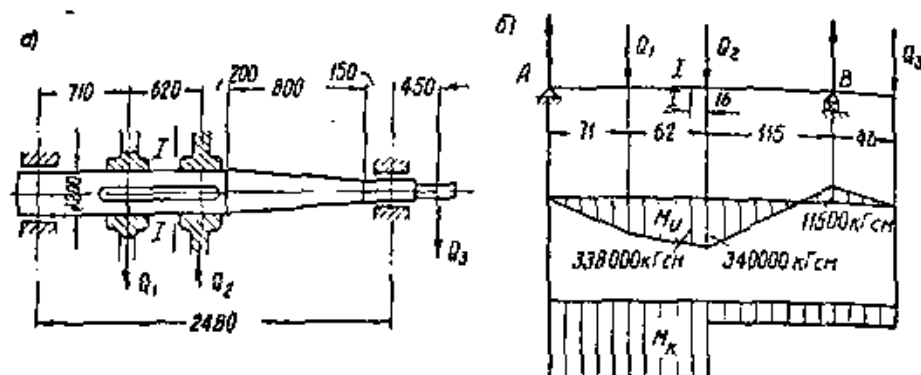


Рис. 2. Приставной вал дизельной установки и эпюры изгибающего и крутящего (постоянная часть) моментов при установившемся движении.

Определить фактический запас выносливости вала.

Решение.

1. Определение реакций опор, изгибающих и крутящего моментов:

опорная реакция

$$A = \frac{Q_1 \cdot 177 + Q_2 \cdot 115 - Q_3 \cdot 45}{248} = 4650 \text{ кг};$$

изгибающие моменты:

под силой Q_1

$$M_1 = 4650 \cdot 71 = 330\,000 \text{ кгсм};$$

под силой Q_2

$$M_2 = A \cdot 133 - Q_1 \cdot 62 = 340\,000 \text{ кгсм};$$

под опорой B

$$M_3 = Q_3 \cdot 45 = 11\,500 \text{ кгсм};$$

крутящий момент

$$M_k = 71\,620 \frac{N}{n} = 71\,620 \frac{600}{300} = 143\,200 \text{ кгсм}.$$

2. Из рис. 2, б, на котором даны эпюры изгибающих и крутящего моментов, видно, что опасным сечением является сечение I—I, где существует концентрация напряжений от напрессовки втулки (влияние которой больше, чем влияние шпонки) и значительный крутящий и изгибающий моменты.

3. Величина и концентрация действующих напряжений;
изгибающий момент

$$M = 4650 \cdot 117 - 4500 \cdot 46 = 338\,000 \text{ кгсм};$$

номинальное напряжение (амплитуда) от изгиба

$$\sigma_a = \frac{32M}{\pi d^3} = \frac{338000 \cdot 32}{3,14 \cdot 20^3} = 430 \text{ кг/см}^2;$$

коэффициент концентрации от напрессовки (см. рис. 7, стр. 239)
при изгибе для диаметра 200 мм при $\sigma_s = 65 \text{ кг/мм}^2$ составит (кривая 1)

$$\frac{k_\sigma}{\beta_{\sigma a}} = \left(\frac{k_\sigma}{\beta_{\sigma a}} \right)_0 \xi' \xi'' = 3,5 \cdot 1,17 \cdot 1 = 4,1;$$

крутящий момент (постоянный) дает напряжение

$$\tau_m = \frac{M_k}{W_k} = \frac{143200}{1572} = 91 \text{ кг/см}^2;$$

при тернографировании вала было установлено, что в опасном сечении от крутильных колебаний возникают касательные напряжения $\tau_a = 200 \text{ кг/см}^2$;

коэффициент концентрации напряжений принимаем по графикам на стр. 239 (рис. 7):

$$\frac{k_\tau}{\beta_{\tau a}} = 1 + 0,6 \left[\frac{k_\sigma}{\beta_{\sigma a}} - 1 \right] = 1 + 0,6 (4,1 - 1) = 2,86.$$

4. Определение запаса прочности. Для стали 45 (стр. 389)
 $\sigma_{-1} = 2500 \text{ кг/см}^2$, $\psi_\sigma = \psi_\tau = 0$; $\tau_{-1} = 1500 \text{ кг/см}^2$;

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\beta_{\sigma a}} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{2500}{4,1 \cdot 430} = 1,42,$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\beta_{\tau a}} \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{1500}{2,86 \cdot 200} = 2,62,$$

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{1,42 \cdot 2,62}{\sqrt{1,42^2 + 2,62^2}} = 1,25.$$

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

I. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫБОРУ ПОДШИПНИКОВ

Выбор подшипников качения (при числе оборотов $n > 10$ об/мин) производится по условной радиальной нагрузке Q , заданному числу оборотов в минуту n и расчетному сроку службы (долговечности) в часах h по формуле

$$C = Q (nh)^{0,3},$$

где C — коэффициент работоспособности подшипника, указанный в каталогах подшипников. При $n = 1 \div 10$ об/мин C подсчитывается, как для 10 об/мин. При $n < 1$ об/мин подшипник выбирается по статической нагрузке, указанной в каталогах подшипников.

II. ВЫБОР РАДИАЛЬНЫХ ШАРИКО- И РОЛИКОПОДШИПНИКОВ

Радиальные шарикоподшипники

$$Q = (K_k R + mA) K_6 K_T,$$

$$C = (K_k R + mA) K_6 K_T (nh)^{0,3},$$

где K_k — коэффициент, учитывающий влияние вращения внутреннего или наружного кольца подшипника на долговечность (см. стр. 395);

R — радиальная нагрузка, кг;

m — коэффициент, учитывающий неодинаковое влияние радиальной и осевой нагрузок на долговечность (см. стр. 395);

A — осевая нагрузка, кг;

K_6 — коэффициент, учитывающий влияние характера нагрузки на долговечность (см. стр. 396);

K_T — коэффициент, учитывающий влияние температурного режима работы подшипника на долговечность (см. стр. 395).

Радиальные роликоподшипники с цилиндрическими роликами

$$Q = Q K_k K_6 K_T,$$

$$C = R K_k K_6 K_T (nh)^{0,3}.$$

Примечание. Эти подшипники должны устанавливаться, как правило, в узлы машины, воспринимающие только радиальные нагрузки.

Пример выбора радиального шарикоподшипника

Дано. Радиальная нагрузка $R = 600$ кг, осевая нагрузка $A = 160$ кг, число оборотов $n = 800$ об/мин, диаметр вала $d = 100$ мм; опора испытывает легкие толчки и вибрацию; рабочая температура подшипника до 125°C ; вращается наружное кольцо подшипника; желательная долговечность $h = 10\,000$ час.; угловые перемещения осей вала и корпуса отсутствуют.

Определить тип и номер подшипника.

Решение.

Так как осевая нагрузка относительно мала и угловые перемещения осей вала и корпуса отсутствуют, выбираем радиальный однорядный подшипник. Тогда

$$m = 1,5, K_k = 1,35, K_6 = 1,2, K_T = 1,05,$$

$$(nh)^{0,3} = (800 \cdot 10\,000)^{0,3} = 117.$$

Требуемый коэффициент работоспособности

$$C = (1,35 \cdot 600 + 1,5 \cdot 160) \cdot 1,2 \cdot 1,05 \cdot 117 = 155\,000.$$

Этому коэффициенту работоспособности соответствует радиальный однорядный шарикоподшипник № 320 с внутренним диаметром $d = 100$ мм.

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

Коэффициенты m

Тип подшипника	Обозначение типа и серии	Внутренний диаметр, мм	m	
Шарикоподшипники радиальные однорядные	200, 300, 400	Любой	1,5	
Шарикоподшипники радиальные сферические	легкой серии 1200, 11 200	≤ 17 20 ± 40 ≥ 45	2,5 3,5 4,5	
	средней серии 1300, 11 300	≤ 30 ≥ 35	3 4	
	широких серий 1500, 1600 11 500, 11 600	Любой	2,5	
Роликоподшипники радиальные сферические	легкой серии 3500, 13 500		4,5	
	средней серии 3600, 13 600		3,5	
Шарикоподшипники радиально-упорные однорядные	36 000 46 000 66 000		Любой	1,5 0,7 0,5
Шарикоподшипники магнетные	6000			3
Роликоподшипники конические	особо легкой и легкой серии 7200 7500		1,5	
	средних серий 7300 7600		1,8	
	с большим углом конуса 27 300		0,7	

Примечания. Значения m в таблице даны для отношения $\frac{R}{A} > 2$; при $\frac{R}{A} \approx 2$ значеные m надо увеличить на 15%, при $\frac{R}{A} \approx 1$ — на 25%, при чисто осевой нагрузке на 35% (это не относится к подшипникам серий 46 000, 66 000 и 27 300). При $\frac{R}{A} > 5$ осевую нагрузку на радиальные однорядные и радиально-упорные шарикоподшипники, а также на конические роликоподшипники можно не учитывать.

Коэффициенты K_K

Коэффициенты K_T

Какое кольцо вращается	K_K	Рабочая температура подшипника, °C	K_T
Внутреннее	1	125	1,05
Наружное: для сферических подшипников	1,1	150	1,1
		175	1,15
		200	1,25
		225	1,35
		250	1,4
для прочих подшипников	1,35		

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

Коэффициенты K_6

Характер нагрузки на подшипник	Коэффициент безопасности K_6	Примеры применения
Спокойная нагрузка, толчки отсутствуют	1	Легкие трансмиссионные валы. Мелкие водяные насосы. Ленточные транспортеры, работающие под крышей. Блоки
Легкие толчки. Кратковременные перегрузки до 125% от нормальной (расчетной) нагрузки	1—1,2	Металлсрезающие станки (токарные, сверлильные, шлифовальные и фрезерные). Машины для обработки хлопка, льна и шерсти. Вентиляторы и воздуходувки. Элеваторы и отводящие рольганги мелких прокатных станков. Внутрицеховой транспорт. Зубчатые колеса со шлифованными зубьями (нижний предел K_6 при работе в масляной ванне)
Умеренные толчки. Вибрация нагрузки. Кратковременная перегрузка до 150% от нормальной (расчетной) нагрузки	1,3—1,5	Редукторы. Центрифуги. Компрессоры. Валки мелкосортных станков. Электродвигатели. Тележки кранов. Зубчатые колеса с фрезерованными зубьями (нижний предел K_6 при работе в масляной ванне)
	1,5—1,8	Двигатели внутреннего сгорания. Строгальные и долбежные станки. Крановые крюки. Грохоты. Трепальные машины. Зубчатые колеса с грубообработанными зубьями (нижний предел K_6 при работе в масляной ванне)
Нагрузка со значительными толчками и вибрацией. Кратковременные перегрузки до 200% от нормальной (расчетной) нагрузки	1,8—2,5	Рабочие рольганги среднесортных станков. Барабаны для очистки окалины. Дробилки для руды. Машины для обработки глины. Дробилки для камней. Копры. Мелкие ковочные машины
Нагрузка с сильными ударами и кратковременные перегрузки до 300% от нормальной (расчетной) нагрузки	2,5—3,0	Тяжелые ковочные машины. Рабочие рольганги у крупносортных станков, блюмингов, слябингов. Рольганги у пожниц и манипуляторов. Лесопильные рамы (лышла). Подшипники в оборудовании, работающем под водой

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

Значения $(nh)^{0,3}$

n, час.	n, об/мин												
	10	16	20	25	32	40	50	63	80	100	125	160	200
100	8,0	9,2	9,8	10,5	11,2	12,0	13,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5
125	8,5	9,8	10,5	11,2	12,0	13,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0
160	9,2	10,5	11,2	12,0	13,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4
200	9,8	11,2	12,0	13,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0
250	10,5	12,0	13,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7
320	11,2	13,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5
400	12,0	13,8	14,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5
500	13,0	16,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0
630	13,8	16,0	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0
800	14,8	17,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3
1000	16,0	18,2	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0
1250	17,0	19,5	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7
1600	18,2	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7
2000	19,5	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0
2500	21,0	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3
3200	22,4	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0
4000	24,0	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0
5000	25,7	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0
6300	27,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6
8000	29,5	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5
10000	32,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7
12500	34,0	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2
16000	36,3	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0
20000	39,0	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5
25000	41,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102
32000	44,7	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110
40000	48,0	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117
50000	51,3	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126
63000	55,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135
80000	59,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

Значения $(nh)^{0,3}$

Продолжение

h, час	n, об/мин													
	250	320	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3200	4000	5000
100	21,0	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3
125	22,4	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0
160	24,0	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0
200	25,7	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0
250	27,5	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6
320	29,5	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5
400	32,0	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7
500	34,0	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2
630	36,3	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0
800	39,0	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5
1000	41,7	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102
1250	44,7	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110
1600	48,0	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117
2000	51,3	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126
2500	55,0	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135
3200	59,0	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145
4000	63,0	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145	155
5000	67,6	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145	155	166
6300	72,5	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145	155	166	178
8000	77,7	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145	155	166	178	191
10000	83,2	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145	155	166	178	191	204
12500	89,0	95,5	102	110	117	126	135	145	155	166	178	191	204	219
15000	95,5	102	110	117	126	135	145	155	166	178	191	204	219	235
20000	102	110	117	126	135	145	155	166	178	191	204	219	235	251
25000	110	117	126	135	145	155	166	178	191	204	219	235	251	269
32000	117	126	135	145	155	166	178	191	204	219	235	251	269	289
40000	126	135	145	155	166	178	191	204	219	235	251	269	289	309
50000	135	145	155	166	178	191	204	219	235	251	269	289	309	331
63000	145	155	166	178	191	204	219	235	251	269	289	309	331	355
80000	155	166	178	191	204	219	235	251	269	289	309	331	355	380

Примечание. При подсчетах условно принято, что $100,3 = 2$.

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

III. ВЫБОР РАДИАЛЬНО-УПОРНЫХ ШАРИКО- И РОЛИКОПОДШИПНИКОВ

Общие указания

$$Q = Q_{пр} K_k K_b K_T,$$

$$C = Q_{пр} K_k K_b K_T (nh)^{0,3}.$$

$Q_{пр}$ — приведенная радиальная нагрузка на подшипник, определяемая по формулам на стр. 400 и 401 в зависимости от соотношений между R , A и осевой составляющей S , возникающей под действием R .

$$S \approx 1,3R \operatorname{tg} \beta,$$

где β — угол контакта тел качения с дорожкой качения наружного кольца подшипника.

Примерные значения β :

шарикоподшипники радиально-упорные типа 36 000 — 12° , типа 46 000 — 26° ; типа 66 000 — 36° ;

роликподшипники конические типа 7000 — $11 \div 15^\circ$, типа 27 000 — $25 \div 29^\circ$.

Пример выбора радиально-упорного шарикоподшипника

Дано. В узле устанавливаются два радиально-упорных шарикоподшипника по схеме, указанной на стр. 401; радиальные нагрузки: $R_1 \approx 100$ кг; $R_2 = 210$ кг; осевая нагрузка $A = 90$ кг; число оборотов $n = 5000$ об/мин; диаметр вала $d = 40$ мм; узел испытывает умеренные толчки с вибрацией нагрузки; рабочая температура подшипника до 60°C ; вращается внутреннее кольцо; желательная долговечность $h = 2000$ час.

Определить номер подшипника.

Решение. Так как осевая нагрузка относительно велика, выбираем подшипник типа 46 000.

$$R_1 < R_2, A > 0,$$

следовательно,

$$Q_{1пр} = R_1 + m[A + (S_2 - S_1)],$$

$$m = 0,7; S_2 = 1,3 \cdot 210 \cdot 0,487 = 133 \text{ кг},$$

$$S_1 = 1,3 \cdot 100 \cdot 0,487 = 63 \text{ кг},$$

$$Q_{1пр} = 100 + 0,7[90 + (133 - 63)] = 212 \text{ кг},$$

$$Q_{2пр} = R_2 = 210 \text{ кг}.$$

Коэффициент работоспособности 1-го подшипника

$$C_1 = Q_{1пр} K_k K_b K_T (nh)^{0,3} = 212 \cdot 1 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot (5000 \cdot 2000)^{0,3} = 40 000.$$

Коэффициент работоспособности 2-го подшипника

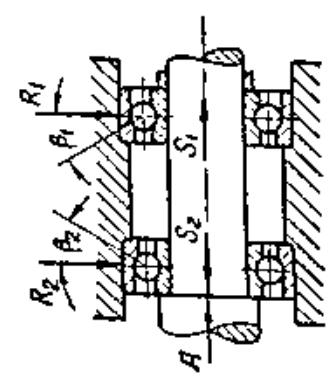
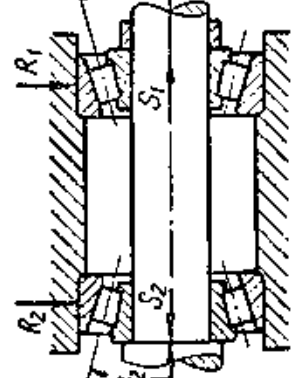
$$C_2 = 210 \cdot 1 \cdot 1,5 \cdot 1 \cdot (5000 \cdot 2000)^{0,3} = 40 000.$$

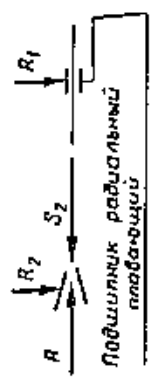
Этому коэффициенту работоспособности соответствует радиально-упорный шарикоподшипник № 46 208 с внутренним диаметром $d = 40$ мм (см. [3]).

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

Формулы приведенных нагрузок для радиально-упорных шарико- и роликоподшипников

Схема расположения подшипников и действующих усилий	Соотношение усилий		Формулы для определения приведенной радиальной нагрузки
	$A \geq 0$	$A \leq S_2$	$Q_{1пр} = m(S_2 - A), Q_{2пр} = R_2$
	$A > 0$	$A \geq S_2$	$Q_{1пр} = 0, Q_{2пр} = R_2 + m(A - S_2)$
	$A \geq 0$	При любом соотношении A и S_1	$Q_{1пр} = R_{1r}$ $Q_{2пр} = m(A + S_1)$
$R_1 = R_2$	$A \geq 0$	—	$Q_{1пр} = R_{1r}$ $Q_{2пр} = R_2 + mA$
$R_1 > R_2$	$A \geq 0$	При любом соотношении A и $(S_2 - S_1)$	$Q_{2пр} = R_2 + m[A + (S_2 - S_1)]$
$R_1 < R_2$	$A \geq 0$	$A \leq (S_2 - S_1)$	$Q_{1пр} = R_1 + m[(S_2 - S_1) - A],$ $Q_{2пр} = R_2$
	$A > 0$	$A > (S_2 - S_1)$	$Q_{1пр} = R_{1r},$ $Q_{2пр} = R_2 + m[A - (S_2 - S_1)]$
Любое соотношение R_2 и R_1	$A > 0$	$A > S_2$	$Q_{1пр} = R_{1r}$ $Q_{2пр} = R_2 + m(A - S_2)$

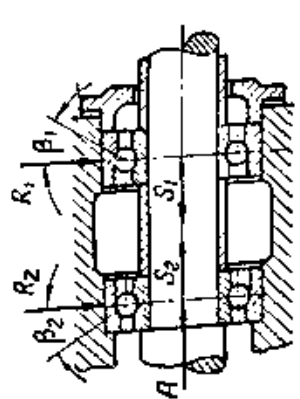
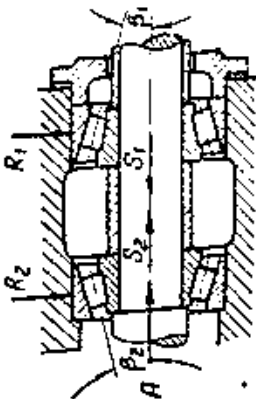
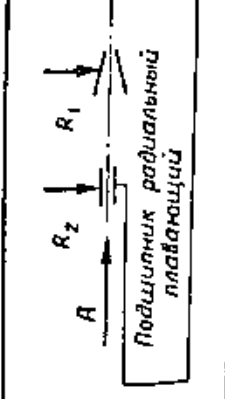
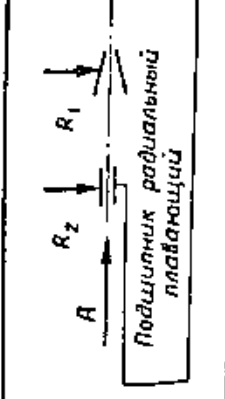


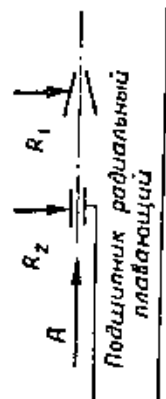
ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

формулы приведенных нагрузок для радиально-упорных шарико- и роликоподшипников

Продолжение

	$R_1 = 0,$ $R_2 \neq 0$	$A \geq 0$	При любом соотношении A и S_1	$Q_{1np} = m(A + S_2),$ $Q_{2np} = R_2$
	$R_1 \neq 0,$ $R_2 = 0$	$A \geq 0$	$A \leq S_1$	$Q_{1np} = R_1,$ $Q_{2np} = m(S_1 - A)$
		$A > 0$	$A > S_1$	$Q_{1np} = R_1 + m(A - S_1),$ $Q_{2np} = 0$
	$R_1 = R_2$	$A \geq 0$	—	$Q_{1np} = R_1 + mA,$ $Q_{2np} = R_2$
	$R_1 > R_2$	$A \geq 0$	$A < (S_1 - S_2)$	$Q_{1np} = R_1,$ $Q_{2np} = R_2 + m[(S_1 - S_2) - A]$
	$R_1 < R_2$	$A > 0$	$A > (S_1 - S_2)$	$Q_{1np} = R_1 + m[A - (S_1 - S_2)],$ $Q_{2np} = R_2$
		$A \geq 0$	При любом соотношении A и $(S_2 - S_1)$	$Q_{1np} = R_1 + m[A + (S_2 - S_1)],$ $Q_{2np} = R_2$
Любое соотношение R_1 и R_2	$A > 0$	$A > S_1$	—	$Q_{1np} = R_1 + m(A - S_1),$ $Q_{2np} = R_2$



IV. ВЫБОР УПОРНЫХ ПОДШИПНИКОВ

$$Q = AK_0K_T,$$

$$C = AK_0K_T (nh)^{0,3}.$$

V. ВЫБОР ПОДШИПНИКОВ, РАБОТАЮЩИХ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКЕ И ПЕРЕМЕННОМ ЧИСЛЕ ОБОРОТОВ

Общие указания

Выбор подшипников производится по эквивалентной нагрузке $Q_{\text{эк}}$ и эквивалентному числу оборотов $n_{\text{эк}}$. Например, подшипник работает при нагрузках $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ и соответствующих им числах оборотов $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$; продолжительность его работы при каждом режиме относительно общего срока службы h в долях единицы составляет $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, т. е.

$$\alpha_1 = \frac{h_1}{h}; \quad \alpha_2 = \frac{h_2}{h}; \quad \alpha_3 = \frac{h_3}{h}, \dots, \alpha_n = \frac{h_n}{h}.$$

Задаваясь условным числом оборотов $n_{\text{эк}}$, которое обычно принимается равным числу оборотов преобладающего режима, имеем

$$\beta_1 = \frac{n_1}{n_{\text{эк}}}, \quad \beta_2 = \frac{n_2}{n_{\text{эк}}}, \quad \beta_3 = \frac{n_3}{n_{\text{эк}}}, \dots, \beta_n = \frac{n_n}{n_{\text{эк}}}.$$

Эквивалентная нагрузка*

$$Q_{\text{эк}} = \sqrt[3,33]{\alpha_1\beta_1Q_1^{3,33} + \alpha_2\beta_2Q_2^{3,33} + \alpha_3\beta_3Q_3^{3,33} + \dots + \alpha_n\beta_nQ_n^{3,33}}.$$

Для облегчения подсчетов на стр. 404 даны числовые значения

$$Q^{3,33} \text{ и } \sqrt[3,33]{Q}.$$

Условная нагрузка, по которой производится выбор подшипника,

$$Q = Q_{\text{эк}}K_KK_0K_T,$$

$$C = Q_{\text{эк}}K_KK_0K_T(n_{\text{эк}}h)^{0,3}.$$

* Для всех подшипников, кроме подшипников винтыми роликами.

ПОДШИПНИК КАЧЕНИЯ

Продолжение

Пример выбора подшипника, работающего при переменной нагрузке и переменном числе оборотов

Дано. Подшипник шариковый радиальный однорядный; режимы: $Q_1 = 120$ кг, $n_1 = 1600$ об/мин, $h_1 = 4800$ час.; $Q_2 = 200$ кг, $n_2 = 1200$ об/мин, $h_2 = 2400$ час.; $Q_3 = 250$ кг, $n_3 = 800$ об/мин, $h_3 = 800$ час.; $K_k = 1$, $K_c = 1,2$, $K_T = 1$; диаметр вала $d = 40$ мм.
 Определить номер подшипника.

Решение.

1. Определение общего срока службы: $h = 4800 + 2400 + 800 = 8000$ час.

2. Определение относительной продолжительности работы при каждом режиме.

$$\alpha_1 = \frac{h_1}{h} = \frac{4800}{8000} = 0,6, \quad \alpha_2 = \frac{h_2}{h} = \frac{2400}{8000} = 0,3,$$

$$\alpha_3 = \frac{h_3}{h} = \frac{800}{8000} = 0,1.$$

3. Условное число оборотов $n_{эк}$ принимаем равным числу оборотов при преобладающем режиме $n_1 = 1600$ об/мин.

4. Обозначим

$$\beta_1 = \frac{n_1}{n_{эк}} = \frac{1600}{1600} = 1, \quad \beta_2 = \frac{1200}{1600} = 0,75, \quad \beta_3 = \frac{800}{1600} = 0,5.$$

5. Определение эквивалентной нагрузки.

$$Q_{эк} = \sqrt[3,33]{0,6 \cdot 1 \cdot 120^{3,33} + 0,3 \cdot 0,75 \cdot 200^{3,33} + 0,1 \cdot 0,5 \cdot 250^{3,33}} =$$

$$= 10 \sqrt[3,33]{0,6 \cdot 1 \cdot 12^{3,33} + 0,3 \cdot 0,75 \cdot 20^{3,33} + 0,1 \cdot 0,5 \cdot 25^{3,33}} = 157 \text{ кг}.$$

6. Определение условной нагрузки по которой производится выбор подшипника.

$$Q = Q_{эк} K_k K_c K_T = 157 \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot 1 = 188 \text{ кг}.$$

7. Определение коэффициента работоспособности.

$$C = Q (n_{эк} h)^{0,3} = 188 (1600 \cdot 8000)^{0,3} = 25 \cdot 400.$$

Этому коэффициенту работоспособности соответствует радиальный шарикоподшипник № 203 с внутренним диаметром $d = 40$ мм.

ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Продолжение

Числовые значения $Q^{3,33}$ и $\sqrt[3,33]{Q}$

Q	Q ^{3,33} в тыс.	3,33 √ ^Q	Q	Q ^{3,33} в тыс.	3,33 √ ^Q	Q	Q ^{3,33} в тыс.	3,33 √ ^Q
1	0,001	1	36	154	2,93	71	1480	3,59
2	0,01	1,23	37	169	2,95	72	1550	3,60
3	0,039	1,39	38	185	2,98	73	1630	3,62
4	0,1	1,51	39	201	3,00	74	1700	3,64
5	0,214	1,62	40	219	3,03	75	1780	3,66
6	0,392	1,71	41	238	3,05	76	1860	3,67
7	0,656	1,80	42	258	3,07	77	1940	3,68
8	1	1,87	43	278	3,09	78	2040	3,69
9	1,52	1,93	44	301	3,11	79	2120	3,70
10	2,16	2,00	45	324	3,13	80	2200	3,72
11	2,96	2,05	46	349	3,16	81	2300	3,73
12	3,96	2,11	47	375	3,18	82	2400	3,74
13	5,17	2,16	48	402	3,20	83	2500	3,76
14	6,61	2,20	49	431	3,22	84	2600	3,78
15	8,32	2,26	50	461	3,24	85	2700	3,80
16	10	2,30	51	492	3,26	86	2800	3,81
17	12,7	2,34	52	525	3,28	87	2920	3,82
18	15,3	2,38	53	559	3,29	88	3020	3,83
19	18,3	2,41	54	595	3,31	89	3150	3,84
20	21,7	2,46	55	633	3,33	90	3270	3,86
21	25,6	2,50	56	672	3,34	91	3390	3,87
22	29,8	2,53	57	713	3,36	92	3520	3,88
23	34,6	2,56	58	755	3,38	93	3650	3,89
24	40,5	2,60	59	800	3,40	94	3780	3,90
25	45,7	2,63	60	846	3,42	95	3910	3,92
26	52	2,66	61	894	3,43	96	4050	3,93
27	59,1	2,69	62	943	3,44	97	4200	3,94
28	66,7	2,72	63	1000	3,46	98	4340	3,96
29	75	2,75	64	1050	3,48	99	4490	3,98
30	83,9	2,78	65	1110	3,50	10 ²	4640	4,00
31	93,6	2,80	66	1160	3,51	10 ³	—	8,00
32	104	2,83	67	1220	3,52	10 ⁴	—	16,00
33	115	2,86	68	1280	3,54	10 ⁵	—	32,00
34	127	2,88	69	1350	3,56	10 ⁶	—	64,00
35	140	2,90	70	1410	3,58			

ПОДШИПНИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ

Для подшипников, работающих при режиме полужидкостного или полусухого трения, производится условный поверочный расчет, при котором определяются удельные давления, окружные скорости и показатели удельной работы трения и сравниваются с допускаемыми их значениями, определенными опытным путем.

Характеристики	Радиальный подшипник	Упорный подшипник
Удельное давление	$q = \frac{P}{Dl}$	$q = \frac{4P}{\pi (D_1^2 - D_2^2)}$
Скорость	$v = \frac{\pi D n}{6000}$	$v_{\text{ср}} = \frac{\pi (D_1 + D_2) n}{12000}$
Показатель удельной работы трения	$qv = \frac{\pi P n}{6000l}$	$qv_{\text{ср}} = \frac{P n}{3000(D_1 - D_2)}$
Момент трения на валу	$M_{\tau} = \frac{P l D}{2}$	$M_{\tau} = \frac{1}{3} P l \frac{D_1^3 - D_2^3}{D_1^2 - D_2^2}$

В этих формулах: q — удельное давление, кг/см^2 ;
 P — нагрузка на подшипник, кг ;
 D — диаметр шипа, см ;
 l — длина шипа, см ;
 D_1 — наружный диаметр пяты, см ;
 D_2 — внутренний диаметр пяты, см ;
 v — окружная скорость шипа, м/сек ;
 n — число оборотов шипа или пяты, об/мин ;
 $v_{\text{ср}}$ — средняя окружная скорость пяты, м/сек .
 $qv, qv_{\text{ср}}$ — показатели удельной работы трения, $\text{кг}\cdot\text{м/см}^2\cdot\text{сек}$;
 M_{τ} — момент трения на валу, $\text{кг}\cdot\text{см}$;
 f — коэффициент трения.

Значения $[q]$, $[v]$ и $[qv]$ см. на следующей странице.

ПОДШИПНИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ

Продолжение

Ориентировочные предельные значения допускаемых $[q]$, $[p]$ и $[q_0]$

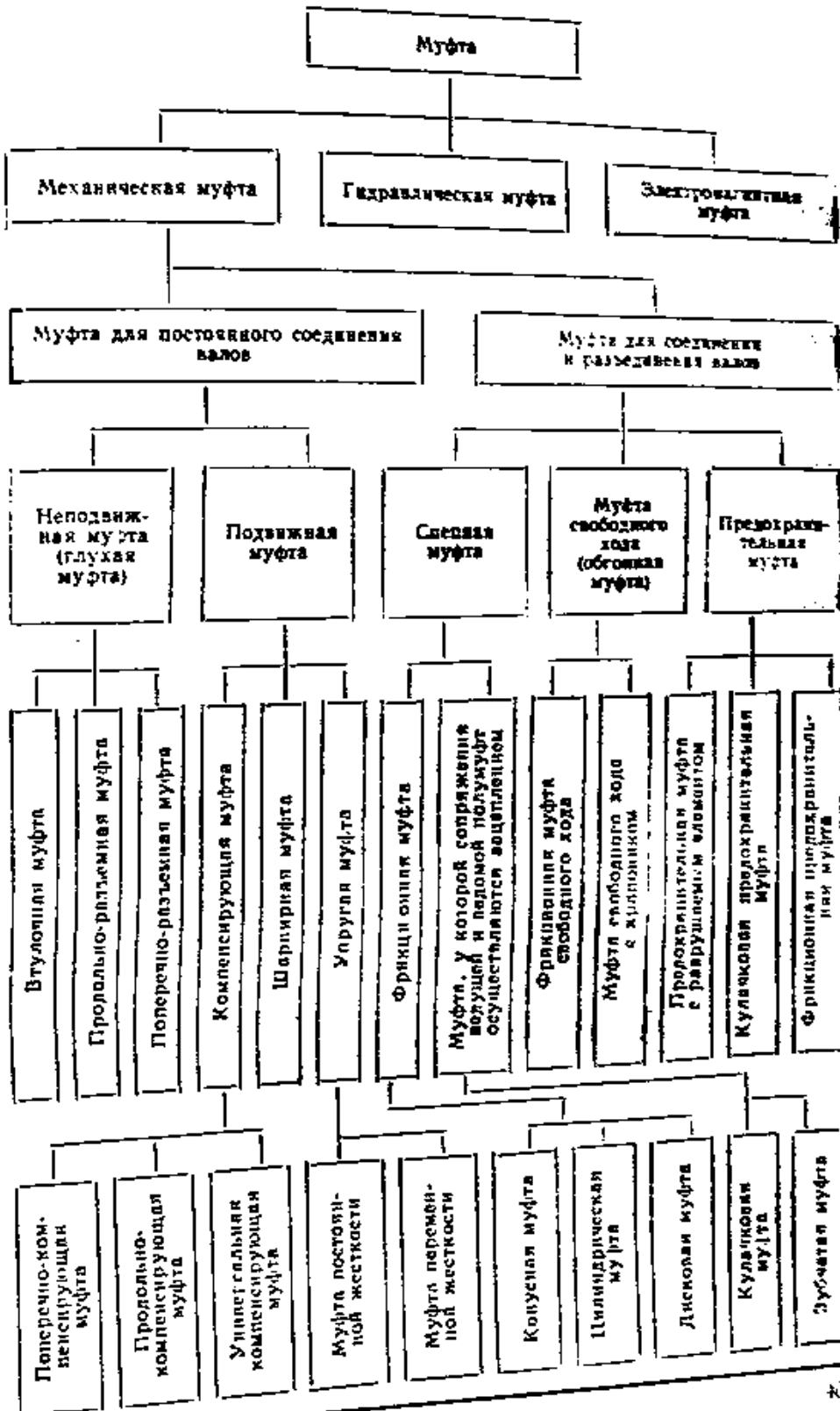
Материал	$[q]$ МПа	$[p]$ МПа	$[q_0]$ МПа	Примечания	
Бронзы Бр. ОФ10—1, ГОСТ 613—50; Бр. С30, ГОСТ 493—54; Бр. ОЦС5—5—5, ГОСТ 613—50; Бр. ОЦС 6—6—3, ГОСТ 613—50; Бр. АЖ9—4, ГОСТ 493—54	100	10	100	При подшипниках из Бр. АЖ 9—4 применение закаленных шпилек не рекомендуется	
	50	5	80		
Баббиты ББ9 и ББ2, ГОСТ 1320—55; ББ6 и ББН, ГОСТ 1320—55	150 130	10 10	— 100	—	
Чугуны СЧЦ-1 и СЧЦ-2, ГОСТ 1585—57	120 50 30 18 8	0,1 0,5 1 2 3	— — — — —	Динамические нагрузки не допускаются. Шпиль должен быть тверже подшипника	
Алюминий АК	20	5	50		—
Сплав ЦАМ 10—5	100	1	80		При густой смазке
Железографит (пористостью 22—28%)	70	0,5	—		При температуре 20°С, спокойной нагрузке в достаточной смазке (~ 3 капли в минуту на 1 см ² поверхности трения). Для подшипников пористостью 1—20% q может быть повышено на 20—30%
	65	1,0	—		
	60	1,5	—		
	55	2	—		
	50	2,5	—		
	35	3	—		
18	3,5	—			
8	4	—			

Примечание. Указанные в таблице значения $[q]$, $[p]$ и $[q_0]$ действительны для стальных закаленных шпилек или стержней, при твердости не менее HRC = 4, а в случае q_0 ниже V7. При незакаленных шпильках указанные значения следует уменьшать на 1,5 раза.

Расчет подшипников, работающих при режиме жидкостного трения, см [26], [31], [32], [38]

МУФТЫ

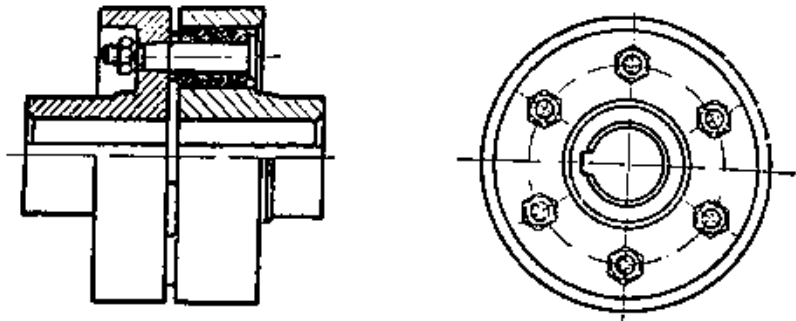
I. КЛАССИФИКАЦИЯ МУФТ



МУФТЫ

II. МУФТЫ СОЕДИНИТЕЛЬНЫЕ УПРУГИЕ ВТУЛОЧНО-ПАЛЬЦЕВЫЕ ТИПА МУВП ПО ГОСТ 2229-55

Полумуфта I Полумуфта II



Основные данные

№ муфт	Допустимые		Маховой момент муфты, кгм ²	
	крутящий момент, кгм	число оборотов в минуту	чугунной	стальной
Муфты нормальные				
МН1	12,8	4700	0,031	0,034
МН2	23,5	4000	0,061	0,067
МН3	46,6	3300	0,169	0,183
МН4	72,5	3000	0,273	0,296
МН5	110	2600	0,533	0,579
МН6	206	2200	1,19	1,29
МН7	412	1700	3,97	4,30
МН8	848	1400	11,82	12,0
МН9	1538	1100	31,84	34,47
Муфты облегченные				
МО1	6,7	5400	0,013	0,015
МО2	11	4700	0,027	0,030
МО3	17,2	3900	0,062	0,069
МО4	31	3300	0,161	0,176
МО5	62,7	2800	0,353	0,385
МО6	123	2350	0,78	0,85
МО7	186,6	1750	1,96	2,14
МО8	361	1600	5,49	5,98
МО9	716	1500	16,37	17,83

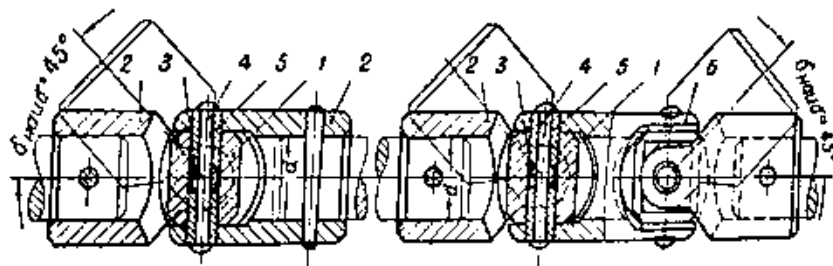
МУФТЫ

Продолжение

Указания по выбору муфт

1. Наибольший длительно передаваемый муфтой крутящий момент не должен быть больше допустимого момента.
2. Редкая кратковременная перегрузка (возникающая, например, в период пуска) не должна быть больше двукратной величины допустимого крутящего момента.
3. Допустимый крутящий момент определен из условия одновременной работы всех резиновых упругих втулок с напряжением смятия 20 кг/см^2 (на площади, определяемой как произведение диаметра пальца на длину упругой втулки) и исходя из напряжения кручения в валах для нормальных муфт $\tau = 220 \text{ кг/см}^2$ и облегченных $\tau = 100 \text{ кг/см}^2$ (при наибольшем диаметре полумуфты II).
4. Металлические детали муфт должны изготовляться из материалов прочностью не ниже:
 - полумуфты — чугуна литья марки СЧ 21—40, ГОСТ 1412—54 или поковок стали 30, ГОСТ 1050—60, в нормализованном состоянии, или стального литья марки 35Л—II ГОСТ 977—58, в отожженном или нормализованном состоянии;
 - пальцы — стали 45, ГОСТ 1050—60, в нормализованном состоянии.
5. Облегченные муфты рекомендуются для соединения валов электродвигателей с валами различных машин, а нормальные муфты — для всех других машин.

III. МУФТЫ ШАРНИРНЫЕ ПО ГОСТ 5147—49



Номинальный размер муфты d , мм	Разрушающий момент M_p (не менее), кг·м	Допускаемый крутящий момент $M_{доп}$, кг·м
10	8	2,5
12	12	4
16	25	8
20	50	16
25	100	32
32	200	64
40	400	128

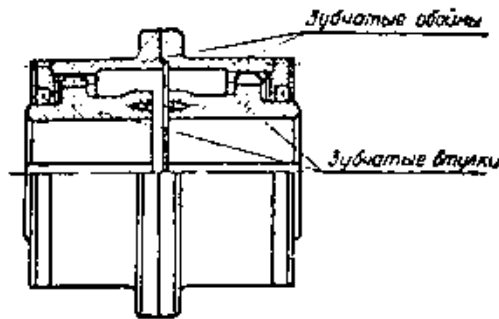
Примечания. 1. Технические характеристики и показатели даны для шарнирной муфты в выпрямленном положении (угол δ между ведомым и ведущим валами равен нулю). При δ , не равном нулю, табличные значения M_p и $M_{доп}$ должны быть умножены на $\cos \delta$. 2. Материал деталей: 1 — крестовина, 2 — вилка, 3 — палец, 4 — втулка — сталь 40Х, ГОСТ 4543—7, $H_{RC} = 45 \div 53$; 5 — вилка — сталь 20Х ГОСТ 4543—57, $H_{RC} = 56 \div 62$; 6 — вилка с разрезом — сталь 20 ГОСТ 1050—63.

МУФТЫ

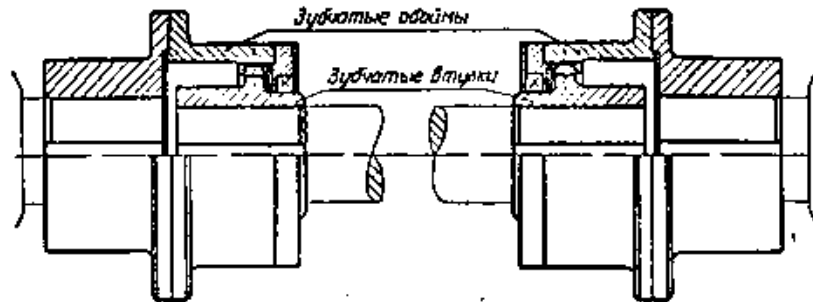
Продолжение

IV. МУФТЫ ЗУБЧАТЫЕ ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ ПО ГОСТ 5006—55

Муфты типа МЗ
(для непосредственного соединения валов)



Муфты типа МЗП
(для соединения валов с применением промежуточного вала)



Основные данные

№ муфт	Наибольшие		Маховой момент муфт, кгм ²		№ муфт	Наибольшие		Маховой момент муфт, кгм ²	
	крутящий момент, кгм	число оборотов в минуту	МЗ	МЗП		крутящий момент, кгм	число оборотов в минуту	МЗ	МЗП
1	71	6300	0,12	0,24	11	7 100	1250	55	75
2	140	5000	0,21	0,47	12	10 000	1120	85	100
3	315	4000	0,42	0,87	13	15 000	1000	160	230
4	560	3350	0,85	1,8	14	20 000	900	215	340
5	800	2800	1,8	3,5	15	25 000	800	325	500
6	1180	2500	2,8	6,0	16	37 500	710	600	960
7	1900	2120	4,6	10,0	17	56 000	630	1140	1800
8	2360	1900	8,3	16,5	18	75 000	560	1600	2600
9	3000	1700	14,2	20,5	19	100 000	500	2700	4550
10	5000	1400	28	40,0					

Примечания. 1. Значения крутящего момента приняты для муфт, в которых зубчатые втулки и обоймы изготовлены из сталей марки 40, ГОСТ 1050—60 или марки 45Л—П ГОСТ 977—58. При применении материалов с более высокими механическими свойствами значения крутящего момента могут быть увеличены до пределов устанавливаемых расчетным путем. 2. Маховые моменты определены для муфт с наибольшими размерами без учета отверстий во втулках, для случая соединения обойм болтами с открытыми головками и гайками. Для муфт типа МЗП маховые моменты определены без учета промежуточных валов. 3. При назначении размеров промежуточного вала необходимо соблюдать условие, чтобы частота его собственных поперечных колебаний превышала число оборотов вала не менее чем на 15%.

МУФТЫ

Продолжение

Указания по выбору муфт

Муфты предварительно выбираются по наибольшему диаметру концов соединяемых валов.* Затем производится проверка прочности муфты по формуле

$$\frac{M_m}{M_{\text{раб}}} \geq K_1 K_2,$$

где M_m — наибольший крутящий момент, который способна передавать муфта, кгм;

$M_{\text{раб}}$ — наибольший длительно действующий на соединяемых валах крутящий момент, кгм;**

K_1 — коэффициент, учитывающий степень ответственности передачи;

K_2 — коэффициент, учитывающий условия работы муфты.

Степень ответственности передачи	K_1	Режим работы механизма	K_2
Поломка муфты вызывает: остановку машины	1,0	Спокойная работа равномерно нагруженных механизмов	1
аварию машины	1,2	Работа неравномерно нагруженных механизмов	1,1—1,3
аварию ряда машин	1,5	Тяжелая работа с ударами неравномерно нагруженных и реверсивных механизмов	1,3—1,5
человеческие жертвы	1,8		

* При расчете валов, соединяемых зубчатой муфтой, следует учитывать дополнительный изгибающий момент, возникающий от трения в зубчатом сопряжении и воздействующий на валы. Этот дополнительный изгибающий момент равен $0,1M_{\text{раб}}$ и действует в плоскости, проходящей через ось валов.

** Кратковременные наибольшие моменты не должны превышать двукратной величины M_m .

Пример выбора зубчатой муфты

Дано. Муфта установлена на входном валу редуктора механизма подъема мостового крана; поломка муфты может вызвать человеческие жертвы; нагрузка неравномерная, без ударов; $M_{\text{раб}} = 120$ кгм; $n = 580$ об/мин.

Определить номер зубчатой муфты.

Решение.

Муфта должна передавать момент

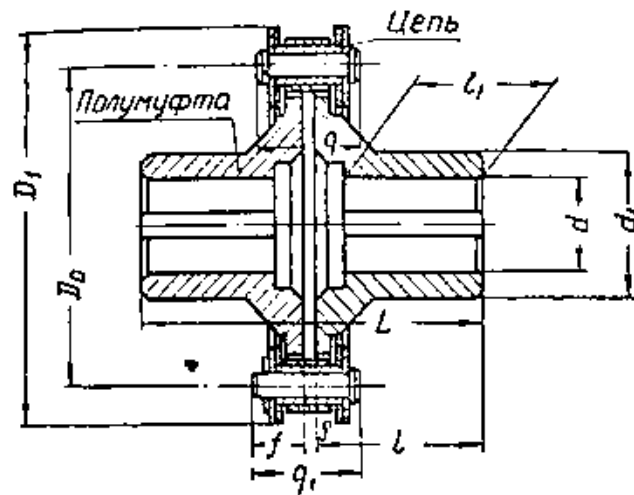
$$M_{\text{раб}} K_1 K_2 = 120 \cdot 1,8 \cdot 1,2 = 260 \text{ кгм.}$$

Этот момент может передать муфта № 3, у которой

$$M_m = 315 \text{ кгм} > M_{\text{раб}} K_1 K_2.$$

V. МУФТЫ ЦЕПНЫЕ ПО НОРМАЛИ

Муфта типа А

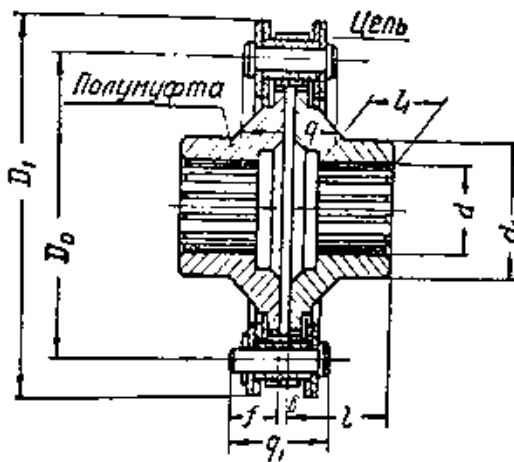


Основные

d не более	D_0	Цепь		D_1	d_1		L		l	
		шаг t	число звеньев z		тип А	тип Б	тип А	тип Б	тип А	тип Б
30	98,14	25,4	12	122	45	45	111,5	81,5	55	40
35					52	52	127,5	91,5	63	45
40	114,15		14	138	58	58	149,5	101,5	74	50
45					65	65	161,5	121,5	80	60

ВНИИПТМаш К81—57

Муфта типа Б



данные

l_1		δ	q	Соединительное звено		$M, \text{ кг см}$	Вес, кг	
тип А	тип Б			q_1	f		тип А	тип Б
42	27	1,5	37,5	42	23,4	1800	2,24	2,04
50	32					2900	2,46	2,12
60	36					4100	3,33	2,76
66	46					5700	3,77	3,16

d не более	D_0	Цепь		D_1	d_1		L		l	
		шаг f	число звеньев z		тип А	тип Б	тип А	тип Б	тип А	тип Б
50	171,74	44,45	12	214	75	75	185,5	131,5	92	65
55					85	80	205,5	141,5	102	70
60	199,76		14	242	90	90	225,5	151,5	112	75
65					95	95	245,5	161,5	122	80
70	196,28	50,8	12	242	102	102	274	182	136	90
75					110	110	291	192	146	95
80	228,30		14	274	130	115	306	202	152	100
85					130	125	326	212	162	105

Примечание. Все размеры даны в миллиметрах.

ТЫ

Продолжение

l_1		δ	q	Соединительное звено		$M, \text{ кг см}$	Вес, кг	
тип А	тип Б			q_1	l		тип А	тип Б
75	48	1,5	55	60,4	—	8 000	10,13	9,14
85	53					10 800	11,58	10,64
95	58					14 000	14,33	12,32
105	63					17 900	15,38	12,90
115	69	2	71,6	74	38,5	22 300	20,58	17,14
125	74					27 600	22,05	17,89
130	78					33 200	31,32	21,22
140	83					40 100	32,46	24,02

Указания по выбору муфт

1. Муфты цепные применяются для соединения соосных валов при числах оборотов, соответствующих скорости на начальной окружности не более 6 м/сек, и устанавливаются на машинах непрерывного действия. Перекос осей полумуфт не более $0^{\circ}30'$, несоосность не более 1 мм.

2. Муфты типа А предназначаются для соединения цилиндрических валов со шпонками, типа Б — со шлицами.

3. Профиль зуба полумуфт — по ГОСТ 591—55; допуски на элементы звездочек — нормальной точности по ГОСТ 7615—55.

4. Муфты предварительно выбираются по наибольшему диаметру концов соединяемых валов, а затем проверяются по формуле

$$M \geq M_{\text{раб}}K,$$

где M — наибольший крутящий момент, который способна передавать муфта, кгсм;

$M_{\text{раб}}$ — наибольший длительно действующий на соединяемых валах крутящий момент, кгсм;

K — коэффициент, учитывающий условия работы муфты.

При этом коэффициент запаса прочности цепи

$$n = \frac{Q}{P} \geq 4,5,$$

где Q — разрушающая нагрузка цепи, кг;

P — окружное усилие, передаваемое цепью, кг

При тяжелых условиях работы допускается изготовление полумуфт из стали 20Х, ГОСТ 4543—57, с цементацией рабочих поверхностей зубьев и закалкой их до $H_{RC} \approx 56 \div 62$.

Режим работы механизмов	K
Спокойная работа равномерно нагруженных механизмов	1,0
Работа неравномерно нагруженных механизмов	1,1—1,3
Тяжелая работа с ударами неравномерно нагруженных и реверсивных механизмов	1,3—1,5

ПРУЖИНЫ

I. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ О РАСЧЕТАХ

Многообразие форм пружин (витые цилиндрические, тарельчатые, фасонные), различный характер изменения формы под нагрузкой (растяжение, сжатие), конструктивные особенности (круглое сечение проволоки, прямоугольное, составные пружины и многожильные), разнообразие условий нагружения (статическое, вибрационное), а также условий среды (температура, коррозионная активность) и степень ответственности пружины приводят к необходимости проведения расчета пружин и выбора допустимых напряжений с полным учетом условий работы пружины и ее конструктивных особенностей. На стр. 418—430 помещены данные по расчету и выбору допустимых напряжений для витых цилиндрических пружин растяжения—сжатия, а в помещенной ниже таблице указаны источники, по которым можно выполнять расчеты для случаев, не предусмотренных данным справочником.

II. УКАЗАНИЯ ИСТОЧНИКОВ ПО РАСЧЕТУ ПРУЖИН

Вид пружин или особые условия работы	Источники (см. стр. 445)
Цилиндрические пружины сжатия—растяжения (витые) — „завоевливание“	[32], т. 2, стр. 862; [27], т. 1, стр. 734
То же, многожильные	[27], т. 1, стр. 794; [32], т. 2, стр. 867
То же, динамическая нагрузка	[32], т. 2, стр. 866
То же, с витками некруглого сечения	[32], т. 2, стр. 848; [27], т. 1, стр. 747
Фасонные витые	[27], т. 1, стр. 770; [32], т. 2, стр. 861
Плоские спиральные	[32], т. 2, стр. 868; [32], т. 1, стр. 592
Тарельчатые	[32], т. 2, стр. 870; [27], т. 1, стр. 662
Кольцевые	[32], т. 2, стр. 872
Фигурные гнутые	[27], т. 1, стр. 587—588 и стр. 690—702
Составные	[27], т. 1, стр. 749—751 и стр. 755—756
Рессоры	[27], т. 1, стр. 836—868
Цилиндрические витые пружины кручения	[32], т. 2, стр. 857

III. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРУЖИН ПО ДЕЙСТВИЮ НАГРУЗКИ

а) Пружины статического действия (пружины предохранительных устройств, пружины заводских механизмов и т. п.)*

Расчет пружин этой группы ведется по максимальной нагрузке, воспринимаемой пружиной при допустимом напряжении, определяемом качеством материала, его термической обработкой, состоянием поверхности витков, степенью обезуглероживания поверхностного слоя и степенью ответственности пружины.

* Пружины этой и следующей групп целесообразно завоевливать, так как это позволяет конструировать их более компактными и легкими. Процесс завоевливания см. [32], стр. 862.

Пружины ограниченно кратного динамического действия
(пружины машин орудий и т. п.)

Переменная плавно прилагаемая нагрузка или импульсная нагрузка — до 50 000—100 000 циклов. Расчет ведется как и в случае „а“, но при сниженном допускаемом напряжении. Степень снижения должна учесть степень динамичности приложения нагрузки и желаемую долговечность пружины

в) Пружины многократного вибрационного действия (клапанные и др.)

Расчет ведется на выносливость.

IV. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ РАСЧЕТ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ—СЖАТИЯ.

Если известна нагрузка P цилиндрической винтовой пружины растяжения или сжатия (стальной), задана деформация λ пружины и известно допускаемое напряжение $[\tau]$, то на основании таблицы (см. стр. 419) легко получить ряд пружин, отвечающих заданным величинам. Из этих пружин следует выбрать ту, которая наиболее отвечает требованиям конструкции и произвести для нее уточненный расчет по формулам (1) — (7) на стр. 421.

Пример предварительного расчета. Дано. Нагрузка $P = 150$ кг, деформация пружины $\lambda = 75$ мм и $[\tau] = 7000$ кг/см².

Определить размеры нескольких пружин, отвечающих заданным величинам

Решение.

1. Так как значения P_{10} в таблице соответствуют наибольшему напряжению в пружине $\tau = 10$ кг/мм², то для определения P_{10} , по которому далее получают табличные значения d и D_1 , необходимо умножить заданное значение P на отношение $\frac{10}{[\tau]}$, принимая для $[\tau]$ заданное значение.

(Следует помнить, что в таблицах значения P_{10} отвечают напряжениям τ , выраженным в килограммах на квадратный миллиметр.)

$$P_{10} = 150 \cdot \frac{10}{70} \approx 21,4 \text{ кг.}$$

2. Выписывают из таблицы размеры пружин, для которых P_{10} примерно равно полученной величине, — 21,4 кг:

1-я пружина . . . $P_{10} = 21,92$ кг, $d = 6$ мм, $D_1 = 24$ мм, $\lambda'_{10} = 0,208$ мм

2-я пружина . . . $P_{10} = 25,8$ кг, $d = 6$ мм, $D_1 = 18$ мм, $\lambda'_{10} = 0,107$ мм

3-я пружина . . . $P_{10} = 26,9$ кг, $d = 8$ мм, $D_1 = 56$ мм, $\lambda'_{100} = 6,4$ мм

3. Определение числа витков для пружин 1—3.

Число витков для пружин 1, 2 и 3 определяется по формулам:

$$i_1 = \frac{\lambda}{\lambda'_{10} \frac{P}{10}} = \frac{75}{0,208 \frac{150}{10}} \approx 24 \text{ витка,}$$

ПРУЖИНЫ

Продолжение

$$i_2 = \frac{\lambda}{\lambda_{10} \frac{P}{10}} = \frac{75}{0,107 \frac{150}{10}} \approx 47 \text{ витков,}$$

$$i_3 = \frac{\lambda}{\lambda_{100} \frac{P}{10}} = \frac{75}{6,4 \frac{150}{100}} \approx 8 \text{ витков.}$$

Примечание. При определении числа витков по данным таблицы следует иметь в виду, что табличные значения P_{10} относятся к деформации одного витка при нагружении пружины силой Q , которая принимается равной при обозначении:

$$\lambda'_{0,1} \dots \dots Q = 0,1 \text{ кг}$$

$$\lambda'_1 \dots \dots Q = 1,0 \text{ кг}$$

$$\lambda'_{10} \dots \dots Q = 10 \text{ кг}$$

$$\lambda'_{100} \dots \dots Q = 100 \text{ кг}$$

V. Таблица для подбора пружин по заданным P , λ и τ

d	$c = \frac{D}{d} = 4$			$c = \frac{D}{d} = 5$			$c = \frac{D}{d} = 6$		
	D_l	P_{10}	λ'	D_l	P_{10}	λ'	D_l	P_0	λ'
0,5 0,6 0,8 1,0							2,5 3 4 5	Г 132 190 338 528	$\lambda'_{0,1}$ 0,043 0,036 0,027 0,022
1,2 1,5 2,0 2,5				4,8 6,0 8,0 10	0,88 1,37 2,44 3,81	λ'_1 0,104 0,083 0,063 0,05	6 7,5 10 12,5	кг 0,76 1,19 2,11 3,30	λ'_1 0,180 0,144 0,108 0,086
3,0 4,0 5,0 6,0	9 12 15 18	кг 6,45 11,5 17,9 25,8	λ'_{10} 0,213 0,160 0,128 0,107	12 16 20 24	кг 5,48 9,75 15,23 21,92	λ'_{10} 0,417 0,313 0,250 0,208	15 20 25 30	кг 4,75 8,45 13,2 19,0	λ'_{10} 0,721 0,540 0,432 0,360

ПРУЖИНЫ. РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ — СЖАТИЯ *

1. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ — СЖАТИЯ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ СТАЛЬНОЙ ПРОВОЛОКИ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Расчетные формулы

Условие прочности

$$\frac{8kP_{\text{кон}}D}{\pi d^3} \leq [\tau]. \quad (1)$$

Допускаемая нагрузка $P_{\text{кон}}$

$$P_{\text{кон}} = \frac{\pi d^3}{8kD} [\tau]. \quad (2)$$

Диаметр проволоки d

$$d = 1,6 \sqrt{\frac{kP_{\text{кон}}c}{[\tau]}}. \quad (3)$$

Осевое перемещение $\lambda_{\text{кон}}$ пружины под действием силы $P_{\text{кон}}$

$$\lambda_{\text{кон}} = \frac{8P_{\text{кон}}D^2i}{Gd^4} = \frac{8P_{\text{кон}}c^2i}{Gd} = \frac{\pi D^2i}{kGd} [\tau] = \lambda' i P_{\text{кон}}. \quad (4)$$

Осевое перемещение λ' одного витка при нагрузке на пружину в 1 лГ

$$\lambda' = \frac{8c^2}{Gd}. \quad (5)$$

Число рабочих витков i

$$i = \frac{x}{\lambda' (P_{\text{кон}} - P_{\text{нач}})} = \frac{xGd}{8c^2 (P_{\text{кон}} - P_{\text{нач}})}. \quad (6)$$

Примечание. По формулам (1) — (5) удобно вести расчет при заданных $[\tau]$ и c .

Для пружин из стальной проволоки с $d \leq 8$ мм напряжения $[\tau]$ могут быть выражены в зависимости от ее временного сопротивления при растяжении σ_s : $[\tau] = \chi \sigma_s$, где χ — опытный коэффициент. Поэтому при расчете здесь удобнее исходить из формулы

$$\frac{8kP_{\text{кон}}c}{\pi \chi} = d^2 \sigma_s \quad (7)$$

и определять диаметр проволоки по таблице на стр. 430, где приведены значения $d^2 \sigma_s$ в зависимости от диаметра проволоки.

* Механические свойства и область применения термически обработанных качественных рессорно-пружинных сталей см. стр. 428.

ПРУЖИНЫ. РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ

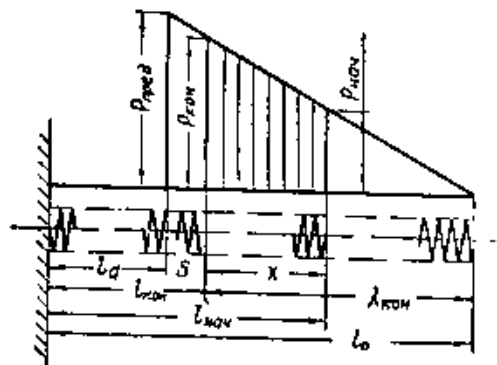
Продолжение

В формулах (1) — (6) приняты обозначения:

- D — средний диаметр пружины;
- d — диаметр проволоки пружины;
- $c = \frac{D}{d}$ — «индекс пружины» (рекомендуемые значения см. на стр. 427);
- $k \approx \frac{4c + 2}{4c - 3}$ — коэффициент, зависящий от сечения и кривизны витка (рекомендуемые значения см. на стр. 427);
- $[\tau]$ — напряжение в материале пружины под действием на нее силы $P_{\text{кон}}$;
- $P_{\text{кон}}$ — наибольшая рабочая нагрузка пружины;
- i — число рабочих витков пружины;
- G — модуль упругости при сдвиге, принимаемый обычно $800\,000 \text{ кг/см}^2$;
- $\lambda_{\text{кон}}$ — осевое перемещение пружины под действием силы $P_{\text{кон}}$;
- λ' — осевое перемещение одного витка пружины при нагрузке на пружину в один килограмм;
- x — рабочий ход пружины;
- $P_{\text{нач}}$ — наименьшая рабочая нагрузка (установочная).

II. ПОСТРОЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРУЖИН

Характеристика пружины сжатия



Данные для построения характеристики

- $P_{\text{кон}}$ — наибольшая рабочая нагрузка (расчетная), при которой длина пружины $l_{\text{кон}}$;
- $P_{\text{пред}}$ — предельная нагрузка, сжимающая пружину до соприкосновения витков;

$$P_{\text{пред}} = (1,1 \div 1,2) P_{\text{кон}}^*$$

(1,1 ÷ 1,2 — в зависимости от точности изготовления пружины и степени однородности ее материала);

* При больших приближениях $P_{\text{кон}}$ к $P_{\text{пред}}$ работа пружины по прямой характеристике может быть не обеспечена.

ПРУЖИНЫ. РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ

Продолжение

$P_{нач}$ — наименьшая (установочная) нагрузка (выбирается в зависимости от назначения пружины);
 l_0 — длина свободной (разгруженной) пружины: *

$$l_0 = l_d + i(h - d),$$

где h — шаг ненагруженной пружины; $h = d + \frac{\lambda}{i} + \delta_p$; **

i — число рабочих витков;

λ — осевое перемещение пружины;

δ_p — зазор между витками пружины при максимальной рабочей нагрузке $P_{кон}$;

l_d — длина пружины, сжатой до соприкосновения витков:

$$l_d = (i_0 - 0,5) d,$$

где i_0 — полное число витков; $i_0 = i + (1,5 \div 2)$; ***

x — рабочий ход пружины;

s — регулировочный ход.

Примечание. Кроме построения характеристики, на рабочих чертежах пружин указывается длина заготовки, которая для пружин сжатия подсчитывается по формуле

$$L = \frac{\pi D i_0}{\cos \alpha} \quad (1)$$

$\cos \alpha$ определяется с помощью тригонометрических таблиц по значению $\operatorname{tg} \alpha$:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\pi D} \quad (2)$$

Составные пружины сжатия ****

Построение характеристики производится аналогично указанному выше. При подборе концентрических пружин следует делать их равнопрочными.

Обеспечение равнопрочности наружной и внутренней пружины:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{c}{c-2} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}},$$

где P_1 — нагрузка наружной пружины;

P_2 — нагрузка внутренней пружины.

* При $l_0 > 2,5D$ пружины сжатия могут терять устойчивость. Избежать выпучивания возможно, помещая пружину в гильзу или монтируя ее на оправке.

** Шаг пружины выбирается в пределах $\frac{D}{3} \div \frac{D}{2}$ (угол подъема $6-8^\circ$). Зазор между витками $\delta_p = (0,1-0,2) \frac{\lambda}{i}$, но не менее $0,1d$.

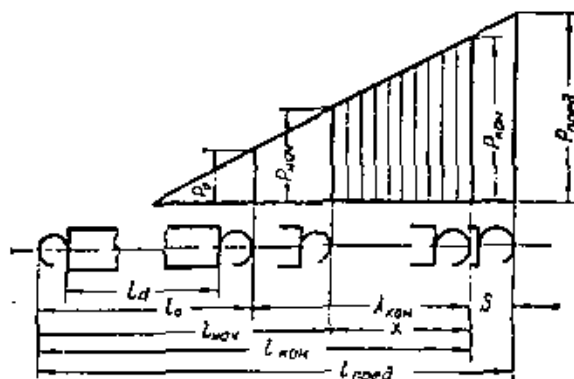
*** У пружин сжатия для создания опорных плоскостей к рабочему витку с каждой стороны прибавляют по $\frac{1}{4}$ нерабочему витку, который подгибается к соседнему рабочему и подрезается до толщины $\frac{1}{4}$ высоты поперечного сечения витка. Опорная поверхность, перпендикулярная оси пружины, достигает $\frac{1}{4}$ длины окружности витка.

**** При двух концентрических пружинах следует одну из них делать правого, а другую — левого подъема. При этом уменьшается закручивание на опорах.

ПРУЖИНЫ. РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ

Продолжение

Построение характеристики пружины растяжения



Данные для построения характеристики пружины

$P_{кон}$ — наибольшая рабочая нагрузка (расчетная), при которой длина пружины $l_{кон}$;

$P_{нач}$ — наименьшая (установочная) нагрузка, при которой длина пружины $l_{нач}$;

$P_{пред}$ — предельная нагрузка, которая равна $(1,05 \div 1,2) P_{кон}$; *

$l_{пред}$ — предельная длина пружины, допустимая при ее регулировке и установке;

$P_0 = \frac{\pi d^3}{8D} \tau'$ — сила предварительного напряжения (при навивке); $\tau = 16 \div 20 \text{ кг/см}^2$; **

$l_d = id$ — длина, занятая рабочими витками;

$l_0 = l_d + (1 \div 2) D$

и более — полная длина разгруженной (свободной) пружины (с ушками);

x — рабочий ход пружины;

s — регулировочный ход.

Примечание. Кроме построения характеристики, на рабочих чертежах пружин указывается длина заготовки, которая для пружин растяжения подсчитывается по формуле

$$L = \frac{\pi D i}{\cos \alpha_0} + l_{пр.}$$

где $l_{пр.}$ — длина, необходимая для образования ушков или других форм крепления.

$\cos \alpha_0$ определяется с помощью тригонометрических таблиц по значению $\operatorname{tg} \alpha_0$.

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{h}{\pi D}$$

где α_0 — угол подъема витка ненагруженной пружины;

h — шаг пружины.

* Если в механизме, для которого предназначена пружина, возможны перемещения, при которых $l_{пред}$ может быть превзойдено, то необходимы ограничивающие упоры и т. п.

** Принимают также, что

$$P_0 = \frac{P_{пред}}{3} \text{ при } d < 5 \text{ мм;}$$

$$P_0 = \frac{P_{пред}}{4} \text{ при } d \geq 5 \text{ мм.}$$

ПРУЖИНЫ. РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ

Продолжение

Число витков

Кроме характеристики, на рабочий чертеж пружины наносится число витков. Число витков определяется по формуле (6) на стр. 421. Число витков, полученное расчетом, округляется до целого витка при $i > 20$ или до полувитка, если $i < 20$.

Методика расчета цилиндрической винтовой пружины сжатия из проволоки круглого сечения по заданной нагрузке $P_{\text{кон}}$ и осевому перемещению $\lambda_{\text{кон}}$ под влиянием этой нагрузки

1. Производится предварительный подбор пружины по данным таблицы на стр. 419.

2. Выбирается (окончательно) отношение среднего диаметра D пружины к диаметру проволоки d (индекс пружины). Выбор может быть произведен по таблице на стр. 427.

3. Определяется коэффициент k по таблице на стр. 427 или по формуле на стр. 422.

4. Устанавливается допустимое напряжение на кручение $[\tau]$ в зависимости от предполагаемого материала пружины и условий ее работы (см. таблицы на стр. 429).

5. Определяется диаметр проволоки пружины d по формуле (3) на стр. 421 и полученный результат округляется до диаметра, предусмотренного ГОСТ.

6. Определяется средний диаметр D :

$$D = dc.$$

7. Определяется число рабочих витков пружины i по формуле

$$i = \frac{\lambda_{\text{кон}} G d}{8 P_{\text{кон}} c^3} \quad (\text{из формулы (4) на стр. 421}).$$

8. Определяется полное число витков пружины i_0 : $i_0 = i + (1,5 \div 2)$. *

9. Определяется длина пружины l_d , сжатой до соприкосновения витков, по формуле

$$l_d = (i_0 - 0,5) d.$$

10. Определяется зазор между витками при $P_{\text{кон}}$ по формуле

$$\delta_p = (0,1 \div 0,2) \frac{\lambda_{\text{кон}}}{i}$$

и увеличивается до $0,1d$, если он окажется меньше этой величины.

11. Определяется регулировочный ход пружины s :

$$s = i \delta_p.$$

12. Определяется полный ход пружины $\lambda_{\text{пред}}$ до соприкосновения витков:

$$\lambda_{\text{пред}} = \lambda_{\text{кон}} + s.$$

* Для пружин из проволоки квадратного сечения $i_0 = i + 1,5$.

ПРУЖИНЫ. РАСЧЕТ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ

Продолжение

13. Определяется сила $P_{\text{пред}}$, сжимающая пружину до соприкосновения витков:

$$P_{\text{пред}} = P_{\text{кон}} \frac{\lambda_{\text{пред}}}{\lambda_{\text{кон}}}$$

14. Определяется наибольшее действительное напряжение τ_{max} в витках пружины по формуле (1) на стр. 421.

Примечание. В случае, если найденное значение τ_{max} больше рекомендованного в таблице на стр. 429 для данной группы пружин и выбранного для нее материала, следует выбрать другое значение c и повторить весь расчет.

15. Определяется угол α подъема витков ненагруженной пружины по формуле (2) на стр. 423.

16. Определяется длина заготовки для пружины по формуле (1) на стр. 423.

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ, ЖЕСТКОСТЬ ПРУЖИНЫ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ, НАКАПЛИВАЕМАЯ ПРУЖИНОЙ

I. КРУТЯЩИЙ МОМЕНТ M_k , ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ M ,
ПОПЕРЕЧНАЯ СИЛА Q И НОРМАЛЬНАЯ СИЛА N , ВОЗНИКАЮЩИЕ
В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ВИТКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВИТОЙ
ПРУЖИНЫ ПРИ ПРИЛОЖЕНИИ К НЕЙ ОСЕВОЙ СИЛЫ P

$$M_k = \frac{PD}{2} \cos \alpha, \quad M = \frac{PD}{2} \sin \alpha,$$

$$Q = P \cos \alpha, \quad N = P \sin \alpha,$$

где α — угол подъема винтовой линии.

Если угол α не превышает 12—15°, то напряженное состояние витка приближается к чистому сдвигу.

II. НАИБОЛЬШЕЕ КАСАТЕЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ В ОПАСНОЙ
ТОЧКЕ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ВИТКА τ_{max}

$$\tau_{\text{max}} = k\tau_0 \quad \text{и} \quad \tau_0 = \frac{2Pc}{F}$$

где k — коэффициент, зависящий от формы сечения и кривизны витка;
 $c = \frac{D}{d}$ — индекс пружины (рекомендуемые значения помещены ниже
в таблицах);*

F — площадь поперечного сечения витка.

* При $c < 4$ внутренние волокна перенапряжены вследствие большой кривизны. Поэтому пружины с $c < 4$ не рекомендуются.

**ПРУЖИНЫ. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ,
ЖЕСТКОСТЬ ПРУЖИНЫ И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ
ЭНЕРГИЯ, НАКАПЛИВАЕМАЯ ПРУЖИНОЙ**

Продолжение

Значение коэффициента k для пружин растяжения — сжатия из проволоки круглого сечения $k = \frac{4c+2}{4c-3}$

$c = \frac{D}{d}$	4	5	6	8	10	12
k	1,37	1,29	1,24	1,17	1,14	1,11

Значение коэффициента k для пружин растяжения — сжатия из проволоки квадратного сечения (a — сторона квадрата)

$c = \frac{D}{a}$	4	5	6	7	8	10
k	1,58	1,51	1,45	1,42	1,39	1,35

**III. ЖЕСТКОСТЬ ПРУЖИНЫ z И ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ U ,
НАКАПЛИВАЕМАЯ ПРУЖИНОЙ**

Форма сечения	τ_0 , ** кг/см ²	P_{\max} , кг	λ , см	z , кг/см	$U = \frac{P^2}{2z}$, кг·см
Круг	$\tau_0 = \frac{8PD}{\pi d^3}$ $\tau_0 = 2,55 \times \frac{PD}{d^3}$	$P_{\max} = \frac{\pi d^3}{8D} [\tau]$ $P_{\max} = 0,392 \times \frac{d^3}{D} [\tau]$	$\lambda = \frac{8PD^3}{Gd^4} = \frac{\pi D^2 i \tau_0}{Gd} = \frac{P}{z}$	$z = \frac{Gd^4}{8D^3 i}$	$U = \frac{0,25 \tau_0^2}{G} \times v^3$
Квадрат	$\tau_0 = \frac{PD}{0,416a^3}$ $\tau_0 = 2,4 \frac{PD}{a^3}$	$P_{\max} = 0,416 \times \frac{a^3}{D} [\tau]$	$\lambda = 5,567 \frac{PD^3}{Ga^4} = 2,32 \frac{D^2 i \tau_0}{Ga} = \frac{P}{z}$	$z = \frac{Ga^4}{5,567 D^3 i}$	$U = 0,154 \times \frac{\tau_0^2}{G} v^3$

**IV. ПОЛНАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ U ,
НАКАПЛИВАЕМАЯ ПРУЖИНОЙ**

$$U = \frac{P\lambda}{2} = \frac{P^2}{2z}$$

и при предварительном нагружении

$$U_0 = \frac{P_{\text{кон}} + P_{\text{нач}}}{2} x, \text{ а ход } x = \frac{P_{\text{кон}} - P_{\text{нач}}}{z}$$

(рекомендуется для пружин, предназначенных для аккумуляции заданной энергии U_0).

* v — объем, занимаемый рабочими витками пружины.
** τ_0 — наибольшее касательные напряжения в поперечных сечениях витков в связи с их закручиванием без учета кривизны витков.

ПРУЖИНЫ. НАЗНАЧЕНИЕ МАТЕРИАЛА ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВИТЫХ ПРУЖИН

Марка материала или класс проволоки	Пределы температур, при которых могут работать пружины, °С	Примеры применения
П	От -40 до +120	Защелки, запорные клапаны, амортизаторы, буферы, ма- сленки, двери
В	От -40 до +120	Предохранительные клапаны, автоматы, приборы с тариро- ванием или регулированием нагрузки
60С2	От -40 до +250	Маневровые, предохранительные и редукционные клапаны, регуляторы скорости, перепускные и быстрозапорные кла- паны, тяжелые крышки с пружинами размером сечения $d \leq 20$ мм
60С2Н2А	От -40 до +250	Применение то же, что и для марки 60С2, а также тяжелые крышки с пружинами размером сечения $d \geq 20$ мм
50ХФА	От -40 до +400	Применяется для пружин, работающих при вибрационных нагрузках и высоких температурах (например, маневровые и предохранительные клапаны паровых машин, всасываю- щие и выхлопные клапаны дизелей)

ПРУЖИНЫ. НАЗНАЧЕНИЕ МАТЕРИАЛА ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВИТЫХ ПРУЖИН

Продолжение

Марка материала или класс проволоки	Пределы температур, при которых могут работать пружины, °С	Примеры применения
4X13	От -40 до +400	Быстрозапорные клапаны, регуляторы. Пружины могут работать без покрытия во влажной атмосфере, в пресной воде, в паре, а также под действием слабых растворов кислот, солей, щелочей
Бр. КМц 3—1	От -40 до +200	Насосы запорные и нагнетательные клапаны, уравновешивающие механизмы крышек люков в специальных помещениях, приборы, работающие в магнитном поле и т. п. Пружины могут работать без покрытия во влажной атмосфере, в пресной воде и в паре
Бр. ОЦ 4—3	От -40 до +200	Применение то же, что и для марки Бр. КМц 3—1. Пружины могут работать без покрытия во влажной атмосфере; в пресной и морской воде и в паре

Примечание. Пружины, изготовленные из проволоки класса П и В, а также из стали марок 60С2, 60С2Н2А и 60ХФА, могут работать без покрытия в атмосфере с нормальной влажностью.

ПРУЖИНЫ. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

I. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВИНТОВЫХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ—СЖАТИЯ ИЗ СТАЛИ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Марка материала или класс проволоки	Диаметр проволоки или проката d , мм	Наибольшее допускаемое напряжение при кручении $[\tau]$, кг/мм ²			
		I группа	II группа	III группа	IV группа
П	0,3—8	$0,3\sigma_s$	$0,6\sigma_s$	$0,5\sigma_s$	$0,6\sigma_s$
В	0,3—8	$0,3\sigma_s$	$0,6\sigma_s$	$0,5\sigma_s$	—
60С2	5—42	40	90	75	75
60С2Н2А	8—42	40	90	75	—
50ХФА	5—42	40	90	75	—
4Х13	1—42	30	45	45	—
Бр. КМц 3—1	0,3—10	$0,3\sigma_s$	$0,6\sigma_s$	$0,5\sigma_s$	—
Бр. ОЦ 4—3	0,3—10	$0,2\sigma_s$	$0,5\sigma_s$	$0,4\sigma_s$	—

II. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРУЖИННОЙ ПРОВОЛОКИ ИЗ СПЛАВОВ Бр. ОЦ 4—3 И Бр. КМц 3—1

Бр. ОЦ 4—3				Бр. КМц 3—1			
Диаметр, мм	σ_s , кг/мм ²	Диаметр, мм	σ_s , кг/мм ²	Диаметр, мм	σ_s , кг/мм ²	Диаметр, мм	σ_s , кг/мм ²
0,1—2,5	90	4,5—8,0	83	0,1—2,6	90	4,5—8,0	83
2,8—4,0	85	8,5—12	78	2,8—4,2	85	8,5—10	78

III. ХАРАКТЕРИСТИКА ГРУПП

I группа	II группа	III группа	IV группа
Динамическая нагрузка. Замена пружины затруднена, а ее поломка может вызвать аварию механизма в целом	Несущая способность повышена заневоливанием. Нагружение в основном статическое	Статическая или плавно прилагаемая переменная по величине нагрузка	Пружины неотвественного назначения (дверные и т. п.)

Ориентировочные значения коэффициентов снижения допускаемого напряжения $[\tau]$ в зависимости от коэффициента асимметрии цикла

$$r = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} \text{ и числа циклов}$$

Число циклов	$r \approx 0,75$	$r = 0,5$	$r = 0,25$	$r = 0$
100	1,0	1,0	1,0	1,0
1 000	0,95	0,91	0,86	0,81
5 000	0,90	0,82	0,77	0,73
10 000	0,88	0,79	0,73	0,68
20 000	0,86	0,75	0,69	0,63
100 000	0,83	0,68	0,59	0,52
500 000	0,82	0,63	0,52	0,44
1 000 000	0,81	0,61	0,51	0,41
10 000 000	0,80	0,60	0,50	0,40

ПРУЖИНЫ. ЗНАЧЕНИЯ $d^2\sigma_s$ ДЛЯ СТАЛЬНОЙ
УГЛЕРОДИСТОЙ ПРУЖИННОЙ ПРОВОЛОКИ
ГОСТ 5047—49

Диаметр проволоки d , мм	Проволока нормальной прочности (II)		Проволока повышенной прочности (III)		Проволока высокой прочности (B)	
	временное сопротивление σ_s , кг/мм ²	$d^2\sigma_s$, кг	временное сопротивление σ_s , кг/мм ²	$d^2\sigma_s$, кг	временное сопротивление σ_s , кг/мм ²	$d^2\sigma_s$, кг
0,2	170	6,8	220	8,8	265	10,6
0,22	170	8,2	220	10,6	265	12,8
0,25	170	10,6	220	13,8	265	16,6
0,28	170	13,3	220	17,2	265	20,8
0,3	170	15,3	220	19,8	265	23,8
0,35	170	20,8	220	27,0	265	32,5
0,4	170	27,2	220	35,2	265	42,4
0,45	170	34,4	220	44,6	265	53,7
0,5	170	42,5	220	55,0	265	66,2
0,55	170	51,4	220	66,6	265	80,2
0,6	170	61,2	210	75,6	265	95,4
0,7	160	78,4	210	103	260	127
0,8	160	102	200	128	260	166
0,9	155	126	200	162	255	206
1	155	155	195	195	250	250
1,1	150	182	195	236	240	290
1,2	150	216	190	274	240	346
1,3	150	254	190	321	230	389
1,4	145	284	190	372	230	451
1,5	140	315	190	428	220	495
1,6	140	358	185	474	220	563
1,8	140	454	180	583	210	680
2	130	520	175	700	200	800
2,2	130	629	170	823	190	920
2,5	130	812	165	1031	180	1125
2,8	120	941	160	1254	175	1372
3	120	1080	155	1395	170	1530
3,5	120	1470	150	1838	165	2021
4	110	1760	145	2320	160	2560
4,5	110	2228	140	2835	150	3038
5	100	2500	130	3250	150	3750
5,5	100	3025	125	3781	140	4235
6	100	3600	120	4320	140	5040
7	95	4655	120	5880	—	—
8	95	6080	120	7680	—	—

ПРУЖИНЫ КРУЧЕНИЯ

I. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

При расчете цилиндрических винтовых пружин кручения определяют закручивающие пары M_0 пред, M_0 кон, M_0 нач и соответствующие им деформации (углы закручивания) $\varphi_{\text{пред}}$, $\varphi_{\text{кон}}$, $\varphi_{\text{нач}}$, напряжения σ и напряжение $\sigma_{\text{тах}}$, отвечающее моменту $M_{\text{кон}}$, а также геометрические размеры пружины. Обозначения в формулах (1) — (9) приняты по аналогии с обозначениями для пружин растяжения — сжатия.

При закручивании пружины парами M_0 в поперечных сечениях витка возникают:

$$\text{изгибающий момент } [M] = M_0 \cos \alpha$$

и

$$\text{крутящий момент } [M_k] = M_0 \sin \alpha;$$

при $\alpha < 12^\circ$ витки пружины в основном изгибаются, так как $M \approx M_0$.

Длинные пружины кручения, кроме расчета на прочность, необходимо проверить на устойчивость. При запасе устойчивости, равном 2, предельно допустимый угол закручивания φ° .

$$\varphi^\circ = 123 \sqrt[4]{l}.$$

Во избежание перенапряжения внутренних волокон витков необходимо, чтобы индекс пружины $C \geq 4 + 5$ и только в исключительных случаях можно допустить $3 \leq C \leq 4$.

В зависимости от выбранного допускаемого напряжения устанавливают соотношение между $\varphi_{\text{пред}}$ и $\varphi_{\text{кон}}$.

(Руководствоваться техническими условиями. Например, для с.-х. машин $\varphi_{\text{пред}} = 1,5 \varphi_{\text{кон}}$).

В конструкции должны быть предусмотрены упоры, препятствующие возникновению угла закручивания больше $\varphi_{\text{пред}}$.

Обычно пружины кручения навиваются с малым углом подъема и небольшими просветами между витками ($\delta_0 \approx 0,5$ мм).

Момент M_0 передается пружине через прицепы, получаемые обычно отгибом в сторону конца прутка, из которого навита пружина.

При определении длины заготовки следует учитывать дополнительно длину проволоки для образования прицепов, а при определении длины пружины прибавлять к длине рабочих витков размер прицепов вдоль оси пружины $l_{\text{пр}}$.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ принимается

$$[\sigma] = 1,25 [\tau],$$

где $[\tau]$ — допускаемое напряжение для пружин растяжения — сжатия, работающих в тех же условиях, что и рассчитываемая пружина кручения.

ПРУЖИНЫ КРУЧЕНИЯ

Продолжение

II. ФОРМУЛЫ

Напряжение σ_{\max} в опасной точке сечения (ближайшей от оси пружины).

$$\sigma_{\max} = \frac{k_0 M_{0 \text{ кон}}}{W_b} \leq [\sigma], \quad (1)$$

где W_b — момент сопротивления поперечного сечения витка при изгибе относительно оси сечения, проходящей параллельно оси пружины,

$$K_0 = \frac{4c - 1}{4c - 4} \text{ — для круглого сечения проволоки пружины, (приближенно);} \quad (2)$$

$$K_0 = \frac{3c - 1}{3c - 3} \text{ — для квадратного сечения проволоки пружины;} \quad (2a)$$

Жесткость пружины z_0 .

$$z_0 = \frac{Ed^4}{64Di} \text{ — для круглого сечения проволоки пружины;} \quad (3)$$

$$z_0 = \frac{Ea^4}{12\pi Di} \text{ — для квадратного сечения проволоки пружины (сторона квадрата параллельна оси пружины).} \quad (3a)$$

Относительное угловое перемещение торцов пружины φ .

$$\varphi = \frac{M_0}{z_0} \text{ (достаточно точно только при } \alpha < 12^\circ \text{).} \quad (4)$$

Полная потенциальная энергия U , накапливаемая пружинной при деформации,

$$U = \frac{M_{0 \text{ кон}} \varphi_{\text{кон}}}{2}. \quad (5)$$

Потенциальная энергия U_0 пружины, накапливаемая пружиной, закрученной при установке моментом $M_{\text{нач}}$.

$$U_0 = \frac{M_{0 \text{ кон}} + M_{0 \text{ нач}}}{2} \vartheta, \quad (6)$$

где $\vartheta = \varphi_{\text{кон}} - \varphi_{\text{нач}}$.

Длина пружины l_0 .

$$l_0 = i(d + \delta_0) + l'_{\text{пр}} \quad (7)$$

где $l'_{\text{пр}}$ — размер прицепов вдоль оси пружины.

Длина заготовки L .

$$L = \frac{\pi Di}{\cos \alpha} + l'_{\text{пр}}. \quad (8)$$

где $l_{\text{пр}}$ — длина заготовки, необходимая для изготовления прицепов. $\cos \alpha$ определяется с помощью тригонометрических таблиц по значению $\text{tg } \alpha$

$$\text{tg } \alpha = \frac{h}{\pi D}, \quad (9)$$

где h — шаг ненагруженной пружины.

ПРУЖИНЫ. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕССОРНО-ПРУЖИННОЙ ГОРЯЧЕКАТАНОЙ СТАЛИ

Марка стали	Термообработка (ориентировочно)		Показатели механических свойств				
	Температура закалки °С	Закалочная среда	Температура отпуска °С	σ_T кг/мм ² не менее	σ_{br} кг/мм ² не менее	δ_{10} % не менее	Ф % не менее
65	840	Масло	480	80	100	9	35
70	830	»	480	85	105	8	30
75	820	»	480	90	110	7	30
85	820	»	480	100	115	6	30
65Г	830	»	480	80	100	8	30
55С2	870	Масло или вода	460	120	130	6	30
60С2	870	Масло	460	120	130	5	25
60С2А	870	»	460	140	160	5	20
70С3А	860	»	460	160	180	5	25
50ХГ	840	»	490	110	130	5	35
50ХГА	840	»	490	120	130	6	35
50ХФА	850	»	520	110	130	10	45
60С2ХА	870	»	420	160	180	5	20
60С2ХФА	850	»	410	170	190	5	20
65С2ВА	850	»	420	170	190	5	20
60С2Н2А	850	»	420	160	175	5	20

Примечание. δ_{10} — относительное удлинение при разрыве на круглых образцах длиной $l = 10 d$ (плоские образцы длиной $l = 11,3 \sqrt{F}$).

ТАБЛИЦЫ ВЕСА МАТЕРИАЛА

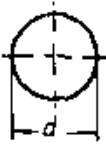
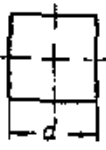
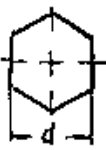
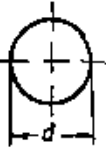
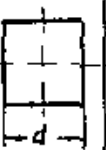

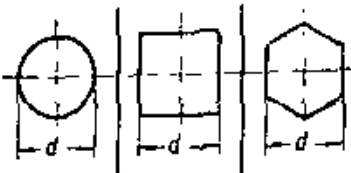
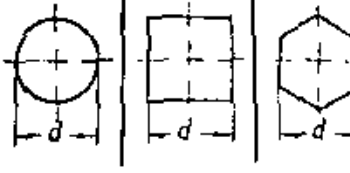
$d, \text{ мм}$	Вес 1 пог. м, кг			$d, \text{ мм}$	Вес 1 пог. м, кг		
							
5	0,154	0,196	0,170	38	8,903	11,335	9,817
6	0,222	0,283	0,245	40	9,865	12,560	10,877
7	0,302	0,385	0,333	42	10,876	13,847	11,992
8	0,395	0,502	0,435	44	11,936	15,198	13,162
9	0,499	0,636	0,551	45	12,485	15,896	13,766
10	0,617	0,785	0,680	46	13,046	16,611	14,385
11	0,746	0,950	0,823	48	14,205	18,086	15,663
12	0,888	1,130	0,979	50	15,413	19,625	16,995
13	1,042	1,327	1,149	52	16,671	21,226	18,383
14	1,208	1,539	1,332	54	17,978	22,891	19,824
15	1,387	1,766	1,530	55	18,650	23,746	20,560
16	1,578	2,010	1,740	56	19,335	24,618	21,320
17	1,782	2,269	1,965	58	20,740	26,407	22,870
18	1,998	2,543	2,203	60	22,195	28,260	24,474
19	2,226	2,834	2,454	62	23,700	30,175	26,133
20	2,466	3,140	2,719	64	25,253	32,154	27,846
21	2,719	3,462	2,998	65	26,050	33,166	28,720
22	2,984	3,799	3,290	66	26,856	34,195	29,614
23	3,261	4,153	3,596	68	28,509	36,298	31,436
24	3,551	4,522	3,916	70	30,210	38,465	33,312
25	3,853	4,906	4,249	72	31,961	40,694	35,243
26	4,168	5,307	4,596	74	33,762	42,987	37,228
27	4,495	5,723	4,956	75	34,680	44,156	38,240
28	4,834	6,154	5,330	76	35,611	45,342	39,267
29	5,185	6,602	5,717	78	37,510	47,759	41,361
30	5,549	7,062	6,118	80	39,458	50,240	43,509
32	6,313	8,038	6,961	85	44,545	56,716	49,118
34	7,127	9,075	7,859	90	49,940	63,585	55,067
35	7,553	9,616	8,328	95	55,643	70,843	61,355
36	7,990	10,174	8,811	100	61,654	78,500	67,983

ТАБЛИЦА ВЕСА МАТЕРИАЛА

Продолжение

	Вес 1 пог. м, кг				Вес 1 пог. м, кг		
							
<i>d</i> , мм				<i>d</i> , мм			
105	67,973	86,546	74,951	230	326,148	415,265	359,631
110	74,601	94,985	82,260	235	340,483	433,516	375,437
115	81,537	103,816	89,908	240	355,126	452,160	391,583
120	88,781	113,040	97,896	245	370,077	471,196	408,068
125	96,334	122,656	106,224	250	385,336	490,625	424,894
130	104,195	132,665	114,891	255	400,904	510,446	442,060
135	112,364	143,066	123,899	260	416,779	530,660	459,565
140	120,841	153,860	133,247	265	432,963	551,266	477,411
145	129,627	165,046	142,934	270	449,456	572,265	495,597
150	138,721	176,625	152,962	275	466,257	593,656	514,022
155	148,123	188,596	163,329	280	483,365	615,440	532,988
160	157,834	200,960	174,036	285	500,783	637,616	552,193
165	167,852	213,716	185,084	290	518,508	660,185	571,738
170	178,179	226,865	196,471	295	536,542	683,146	591,623
175	188,815	240,406	208,198	300	554,884	706,500	611,848
180	199,758	254,340	220,265	305	573,534	730,246	632,413
185	211,010	268,666	232,638	310	592,493	754,385	653,318
190	222,570	283,385	245,419	315	611,759	778,916	674,563
195	234,438	298,496	258,506	320	631,334	803,840	696,148
200	246,615	314,000	271,932	325	651,218	829,156	718,071
205	259,100	329,896	285,927	330	671,409	854,865	740,336
210	271,893	346,185	299,805	335	691,909	880,966	762,940
215	284,994	362,866	314,251	340	712,717	907,460	785,885
220	298,404	379,940	329,037	345	733,834	934,346	809,169
225	312,122	397,406	344,164	350	755,258	961,625	832,793

Примечание. В таблице приведены веса 1 пог. м круглого, квадратного и шестигранного материала с удельным весом 7,85.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

Коэффициент полезного действия плоскоремной передачи (без учета потерь в подшипниках валов) $\eta = 0,92 \div 0,98$.

Для приближенных расчетов можно принимать $\eta \approx 0,95$.

Коэффициент полезного действия клиноремной передачи (без учета потерь в подшипниках валов) $\eta = 0,88 \div 0,97$.

Для приближенных расчетов можно принимать $\eta \approx 0,92$.

Коэффициент полезного действия цепной передачи, работающей в условиях периодической смазки (без учета потерь в подшипниках валов), $\eta \approx 0,97$.

Коэффициент полезного действия блока или барабана для стального каната на подшипниках качения $\eta = 0,96 \div 0,98$ и на подшипниках скольжения $\eta = 0,91 \div 0,96$.

Коэффициент полезного действия зубчатой муфты (при надежной смазке) $\eta = 0,99$.

Коэффициенты полезного действия зубчатых передач на подшипниках качения (ориентировочные)

Вид передачи	η		
	закрытые передачи (жидкая смазка)		открытые передачи (густая смазка)
	обычного изготовления	тщательно изготовленные и хорошо приработанные	
Цилиндрическая	0,975	0,98—0,99	0,95—0,97
Коническая	0,96	0,96—0,93	0,94—0,95

Коэффициент полезного действия червячной передачи определяется по формуле

$$\eta = \eta' \eta_{\text{п}} \eta_{\text{р}}$$

где η' — коэффициент, учитывающий потери в зацеплении;

$\eta_{\text{п}}$ — коэффициент, учитывающий потери в подшипниках;

$\eta_{\text{р}}$ — коэффициент, учитывающий потери на размешивание и разбрызгивание масла.

Определение величины η'

При ведущем червяке

$$\eta' = \eta'_{12} = \frac{\operatorname{tg} \lambda_{\partial}}{\operatorname{tg} (\lambda_{\partial} + \varphi')}$$

При ведущем червячном колесе

$$\eta' = \eta'_{21} = \frac{\operatorname{tg} (\lambda_{\partial} - \varphi')}{\operatorname{tg} \lambda_{\partial}}$$

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ

Продолжение

Коэффициент трения f' и угол трения φ' при работе червячного колеса из бронзы в паре со стальным червяком

$v_{ск},$ м/сек	f'	φ'	$v_{ск},$ м/сек	f'	φ'
0,01	0,11—0,12	6°17'—6°51'	2,5	0,030—0,040	1°43'—2°17'
0,1	0,08—0,09	4°34'—5°09'	3	0,028—0,035	1°36'—2°00'
0,25	0,063—0,075	3°43'—4°17'	4	0,023—0,030	1°19'—1°43'
0,5	0,055—0,065	3°09'—3°43'	7	0,018—0,026	1°02'—1°29'
1	0,045—0,055	2°35'—3°09'	10	0,016—0,024	0°55'—1°22'
1,5	0,040—0,050	2°17'—2°52'	15	0,014—0,020	0°48'—1°09'
2	0,035—0,045	2°00'—2°35'			

Примечания. 1. Меньшие значения f' можно брать только для шлифованных и полированных червяков с высокой твердостью рабочих поверхностей витков ($H_{RC} \geq 50$) при тщательной приработке и сборке передачи, при обильной смазке зацепления и при достаточной вязкости масла. 2. При использовании данных из таблицы для передач на подшипниках качения следует принимать $\tau_{л} = 1$.

Определение величины η_p

При погружении в масло не более чем на высоту зуба колеса или витка червяка значение η_p (приблизленно)

$$\eta_p = 1 - \frac{0,001 v_{ок} B \sqrt{E_1}}{N}$$

где $v_{ок}$ — окружная скорость погруженного в масло элемента передачи (червяка или червячного колеса), м/сек;

B — рабочая ширина венца червячного колеса (или длина нарезанной части червяка L , если в масло погружен червяк);

E_1 — вязкость масла при рабочей температуре, град. Энглера (стр. 320);

N — мощность, передаваемая червячным колесом, л.с.

ОСНОВНЫЕ ДАННЫЕ ПО РУЧНОМУ ПРИВОДУ

ВРАЩАЮЩИЕСЯ РУКОЯТКИ И ТЯГОВЫЕ ЦЕПИ

Плечо (радиус) вращения рукоятки не более 400 мм. Центр вращения рукоятки на высоте 900 ÷ 1100 мм от уровня пола. Средняя скорость движения руки на рукоятке не более 1 м/сек (60 м/мин), на тяговой цепи не более 0,6 м/сек (36 м/мин). При совместной работе нескольких человек коэффициент неодновременности для двух человек 0,8, для четырех человек 0,7.

Усилие рабочего

Продолжительность работы	На вращающейся рукоятке, кг	На тяговой цепи, кг
При длительной работе	<u>10</u>	16
При кратковременной работе (не более 5 мин.)	16	30

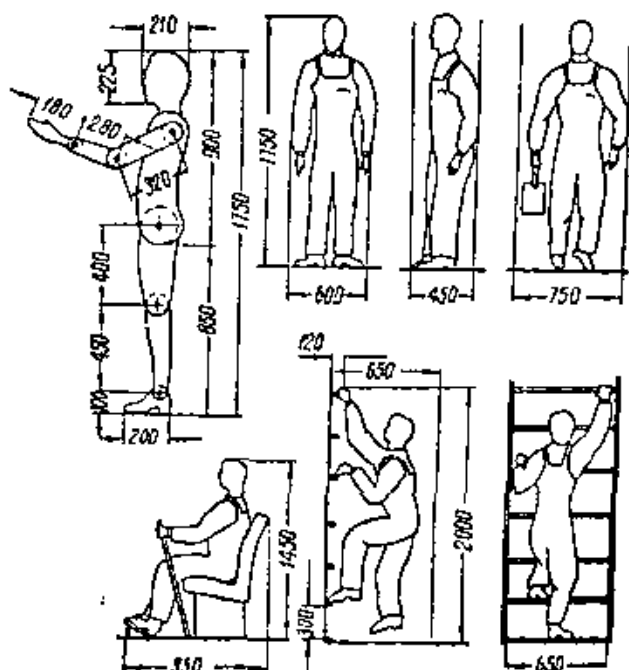
РЫЧАГИ И ПЕДАЛИ

Расчетная величина угла поворота рычага не более 30°, педали — не более 60°.

Усилие рабочего и ход рычага и педали

Назначение рычагов и педалей	Усилие, кг		Ход, мм	
	на рычаге	на педали	на рычаге	на педали
Основные или часто включаемые	8	12	400	250
Вспомогательные или редко включаемые	16	25	400	250

РАЗМЕРЫ ЧЕЛОВЕКА



Примечание. Размеры определены, исходя из роста человека, немного превышающего величину так называемого «среднего» роста и с учетом размера личной спецодежды.

ПЕРЕВОД ДЮЙМОВ

ДЮЙМЫ	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{8}$
0	0,000	1,587	3,175	4,762	6,350	7,937	9,525	11,112	
1	25,400	26,987	28,574	30,162	31,749	33,337	34,924	36,512	
2	50,800	52,387	53,974	55,561	57,149	58,736	60,324	61,911	
3	76,200	77,786	79,374	80,961	82,549	84,136	85,723	87,311	
4	101,60	103,19	104,77	106,36	107,95	109,54	111,12	112,71	
5	127,00	128,59	130,17	131,76	133,35	134,94	136,52	138,11	
6	152,40	153,98	155,57	157,16	158,75	160,33	161,92	163,51	
7	177,80	179,38	180,97	182,56	184,15	185,73	187,32	188,91	
8	203,20	204,78	206,37	207,96	209,55	211,13	212,72	214,31	
9	228,60	230,18	231,77	233,36	234,95	236,53	238,12	239,71	
10	254,00	255,58	257,17	258,76	260,35	261,93	263,52	265,11	
11	279,40	280,98	282,57	284,16	285,74	287,33	288,92	290,51	
12	304,80	306,38	307,97	309,56	311,14	312,73	314,32	315,91	
13	330,20	331,78	333,37	334,96	336,54	338,13	339,72	341,31	
14	355,60	357,18	358,77	360,36	361,94	363,53	365,12	366,71	
15	381,00	382,58	384,17	385,76	387,34	388,93	390,52	392,11	
16	406,40	407,98	409,57	411,16	412,74	414,33	415,92	417,50	
17	431,80	433,38	434,97	436,55	438,14	439,73	441,32	442,90	
18	457,20	458,78	460,37	461,95	463,54	465,13	466,72	468,30	
19	482,60	484,18	485,77	487,35	488,94	490,53	492,12	493,70	
20	508,00	509,58	511,17	512,75	514,34	515,93	517,52	519,10	
21	533,40	534,98	536,57	538,15	539,74	541,33	542,92	544,50	
22	558,80	560,38	561,96	563,55	565,14	566,73	568,31	569,90	
23	584,20	585,78	587,36	588,95	590,54	592,13	593,71	595,30	
24	609,60	611,18	612,76	614,35	615,94	617,53	619,11	620,70	
25	635,00	636,58	638,16	639,75	641,34	642,93	644,51	646,10	
26	660,40	661,98	663,56	665,15	666,74	668,33	669,91	671,50	
27	685,80	687,38	688,96	690,55	692,14	693,72	695,31	696,90	
28	711,20	712,77	714,36	715,95	717,54	719,12	720,71	722,30	
29	736,60	738,17	739,76	741,35	742,94	744,52	746,11	747,70	
30	762,00	763,57	765,16	766,75	768,34	769,92	771,51	773,10	
31	787,40	788,97	790,56	792,15	793,74	795,32	796,91	798,50	
32	812,80	814,37	815,96	817,55	819,14	820,72	822,31	823,90	
33	838,20	839,77	841,36	842,95	844,53	846,12	847,71	849,30	
34	863,60	865,17	866,76	868,35	869,93	871,52	873,11	874,70	
35	889,00	890,57	892,16	893,75	895,33	896,92	898,51	900,10	
36	914,40	915,97	917,56	919,15	920,73	922,32	923,91	925,50	
37	939,80	941,37	942,96	944,55	946,13	947,72	949,31	950,90	
38	965,20	966,77	968,36	969,94	971,53	973,12	974,71	976,30	
39	990,60	992,17	993,76	995,34	996,93	998,52	1000,1	1001,7	
40	1016,0	1017,6	1019,2	1020,7	1022,3	1023,9	1025,5	1027,1	
41	1041,4	1043,0	1044,6	1046,1	1047,7	1049,3	1050,9	1052,5	
42	1066,8	1068,4	1070,0	1071,5	1073,1	1074,7	1076,3	1077,9	
43	1092,2	1093,8	1095,4	1096,9	1098,5	1100,1	1101,7	1103,3	
44	1117,6	1119,2	1120,8	1122,3	1123,9	1125,5	1127,1	1128,7	
45	1143,0	1144,6	1146,2	1147,7	1149,3	1150,9	1152,5	1154,1	
46	1168,4	1170,0	1171,6	1173,1	1174,7	1176,3	1177,9	1179,5	
47	1193,8	1195,4	1197,0	1198,5	1200,1	1201,7	1203,3	1204,9	
48	1219,2	1220,8	1222,4	1223,9	1225,5	1227,1	1228,7	1230,3	
49	1244,6	1246,2	1247,8	1249,3	1250,9	1252,5	1254,1	1255,7	
50	1270,0	1271,6	1273,2	1274,7	1276,3	1277,9	1279,5	1281,1	

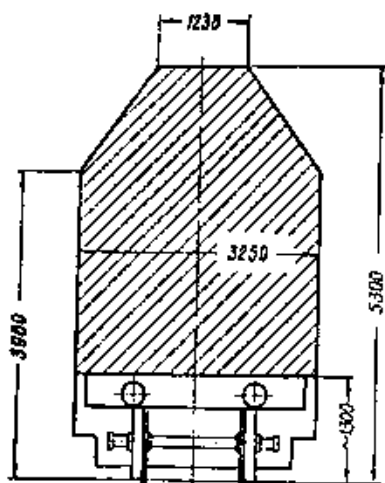
В МИЛЛИМЕТРЫ

$1/32$	$1/16$	$1/8$	$11/32$	$3/4$	$13/16$	$7/8$	$15/16$	Дюймы
12,700	14,287	15,875	17,462	19,050	20,637	22,225	23,812	0
38,099	39,687	41,274	42,862	44,449	46,037	47,624	49,212	1
63,499	65,086	66,674	68,261	69,849	71,436	73,024	74,611	2
88,898	90,486	92,073	93,661	95,248	96,836	98,423	100,01	3
114,30	115,89	117,47	119,06	120,65	122,24	123,82	125,41	4
139,70	141,28	142,87	144,46	146,05	147,63	149,22	150,81	5
165,10	166,68	168,27	169,86	171,45	173,03	174,62	176,21	6
190,50	192,08	193,67	195,26	196,85	198,43	200,02	201,61	7
215,90	217,48	219,07	220,66	222,25	223,83	225,42	227,01	8
241,30	242,88	244,47	246,06	247,65	249,23	250,82	252,41	9
266,70	268,28	269,87	271,46	273,05	274,63	276,22	277,81	10
292,09	293,68	295,27	296,86	298,44	300,03	301,62	303,21	11
317,49	319,08	320,67	322,26	323,84	325,43	327,02	328,61	12
342,89	344,48	346,07	347,66	349,24	350,83	352,42	354,01	13
368,29	369,88	371,47	373,06	374,64	376,23	377,82	379,41	14
393,69	395,28	396,87	398,46	400,04	401,63	403,22	404,81	15
419,09	420,68	422,27	423,85	425,44	427,03	428,62	430,20	16
444,49	446,08	447,67	449,25	450,84	452,43	454,02	455,60	17
469,89	471,48	473,07	474,65	476,24	477,83	479,42	481,00	18
495,29	496,88	498,47	500,05	501,64	503,23	504,82	506,40	19
520,69	522,28	523,87	525,45	527,04	528,63	530,22	531,80	20
546,09	547,68	549,27	550,85	552,44	554,03	555,61	557,20	21
571,49	573,08	574,66	576,25	577,84	579,43	581,01	582,60	22
596,89	598,48	600,06	601,65	603,24	604,83	606,41	608,00	23
622,29	623,88	625,46	627,05	628,64	630,23	631,81	633,40	24
647,69	649,28	650,86	652,45	654,04	655,63	657,21	658,80	25
673,09	674,68	676,26	677,85	679,44	681,03	682,61	684,20	26
698,49	700,07	701,66	703,25	704,84	706,42	708,01	709,60	27
723,89	725,47	727,06	728,65	730,24	731,82	733,41	735,00	28
749,29	750,87	752,46	754,05	755,64	757,22	758,81	760,40	29
774,69	776,26	777,86	779,45	781,04	782,62	784,21	785,80	30
800,09	801,67	803,26	804,85	806,44	808,02	809,61	811,20	31
825,49	827,07	828,66	830,25	831,83	833,42	835,01	836,60	32
850,89	852,47	854,06	855,65	857,23	858,82	860,41	862,00	33
876,29	877,87	879,46	881,05	882,63	884,22	885,81	887,40	34
901,69	903,27	904,86	906,45	908,03	909,62	911,21	912,80	35
927,09	928,67	930,26	931,85	933,43	935,02	936,61	938,20	36
952,49	954,07	955,66	957,25	958,83	960,42	962,01	963,60	37
977,89	979,47	981,06	982,64	984,23	985,82	987,41	989,00	38
1003,3	1004,9	1006,5	1008,0	1009,6	1011,2	1012,8	1014,4	39
1028,7	1030,3	1031,9	1033,4	1035,0	1036,6	1038,2	1039,8	40
1054,1	1055,7	1057,3	1058,8	1060,4	1062,0	1063,6	1065,2	41
1079,5	1081,1	1082,7	1084,2	1085,8	1087,4	1089,0	1090,6	42
1104,9	1106,5	1108,1	1109,6	1111,2	1112,8	1114,4	1116,0	43
1130,3	1131,9	1133,5	1135,0	1136,6	1138,2	1139,8	1141,4	44
1155,7	1157,3	1158,9	1160,4	1162,0	1163,6	1165,2	1166,8	45
1181,1	1182,7	1184,3	1185,9	1187,4	1189,0	1190,6	1192,2	46
1206,5	1208,1	1209,7	1211,3	1212,8	1214,4	1216,0	1217,6	47
1231,9	1233,5	1235,1	1236,6	1238,2	1239,8	1241,4	1243,0	48
1257,3	1258,9	1260,5	1262,0	1263,6	1265,2	1266,8	1268,4	49
1282,7	1284,3	1285,9	1287,4	1289,0	1290,6	1292,2	1293,8	50

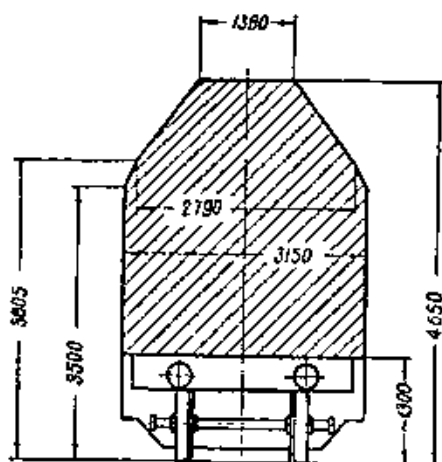
ПЕРЕВОЗКА ГРУЗОВ НА Ж. Д. ПЛАТФОРМАХ

При перевозке на ж. д. платформах грузы, как правило, должны вписываться в габарит подвижного состава № 1-В по ОСТ ВКС 6435. Допускается, как исключение, перевозка грузов, выходящих за пределы габарита № 1-В, так называемых негабаритных грузов различной степени. Перевозка негабаритных грузов должна производиться в соответствии с «Инструкцией по перевозке на железных дорогах СССР грузов негабаритных и погруженных на транспортеры», утвержденной МПС СССР 10 января 1956 г.

При перевозке на ж. д. платформах, которые с перестановкой их на ходовые части для колес шириной в 1435 мм могут быть допущены в прямом сообщении между СССР и соседними с ним государствами, грузы должны вписываться в габарит подвижного состава № 0 по ОСТ ВКС 6435.



Габарит № 1-В.



Габарит № 0.

Принятые размеры по ширине габарита учитывают возможность пропускания вагонов с длиной прямоугольной части горизонтальной проекции кузова не более 11 м для габарита № 1-В и не более 12,8 м для габарита № 0 и при отношении этой длины к жесткой базе вагонов, равном 1,4, на двупутных участках в кривых радиуса 400 м при минимальном расстоянии между осями путей в 3750 мм. При большей длине кузова и при ином отношении этой длины к жесткой базе вагонов размеры по ширине габарита уменьшаются по соответствующему расчету.

ЛИТЕРАТУРА

К ПЕРВОМУ — ТРЕТЬЕМУ РАЗДЕЛАМ

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. ГИТТЛ, 1953.
2. Бутенин Н. В., Лазеев С. И., Луиц Я. Л. Курс теоретической механики. Часть 1. Изд-во Инж. Акад. им. А. Ф. Можайского, 1956.
3. Бутенин Н. В., Ковалевский Г. Г., Лазеев С. И., Луиц С. И. Курс теоретической механики. Часть 2. Изд-во Инж. Акад. им. А. Ф. Можайского, 1957.
4. Воронков И. М. Курс теоретической механики. ГИТТЛ, 1954.
5. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики, т. 1. ГИТТЛ, 1957.
6. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики, т. 2. ГИТТЛ, 1955.
7. Справочник металлиста, т. 1. Машгиз, 1957.

К ЧЕТВЕРТОМУ РАЗДЕЛУ

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. ГИТТЛ, 1953.
2. Ачеркан Н. С. Расчет и конструкция металлорежущих станков. Машгиз, 1952.
3. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. ГИТТЛ, 1953.
4. Берман М. Э. Сопротивление материалов (статика). Изд-во Военной Академии химической защиты, 1945.
5. ВНИИПТМаш. Расчет крановых механизмов и деталей подъемно-транспортных машин. Машгиз, 1957.
6. Воронков И. М. Курс теоретической механики. ГИТТЛ, 1954.
7. Заварзин С. М. Расчет на жесткость в машиностроении. Машгиз, 1952.
8. Крылов А. Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. Изд-во АН СССР, 1931.
9. Пеньков С. И. Расчет допускаемых напряжений в машиностроении. Судпромгиз, 1951.
10. Поляков В. С., Кудрявцев В. Н., Зубанов М. П., Аносов А. С., Барбаш И. Д., Мягков В. Д. Детали машин. Машгиз, 1954.
11. Работнов Ю. Н. Сопротивление материалов. Изд-во МГУ, 1953.
12. Рубинин М. В. Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов. Машгиз, 1957.
13. Серенсен С. В., Когаев В. П. и др. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. Машгиз, 1954.
14. Справочник изобретателя и рационализатора. Машгиз, 1957.
15. Справочник машиностроителя, т. 3. Машгиз, 1955.
16. Справочник металлиста, т. 1. Машгиз, 1957.
17. Справочник металлиста, т. 2. Машгиз, 1958.

18. Справочник «Свойства металлов и сплавов». ГНТИ, 1947.
19. Тихомиров Е. Н. Курс сопротивления материалов. ОНТИ, 1934.
20. Уманский А. А., Вольмир А. С., Ходанев А. И. Курс сопротивления материалов. Изд-во ВВИА имени Жуковского, 1953.
21. Федосьев В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. ГИТТЛ, 1953.
22. Федосьев В. И. Упругие элементы точного приборостроения. Оборонгиз, 1949.
23. Филовенко-Бородич М. М., Изюмов С. М. и др. Курс сопротивления материалов. Часть первая. ГИТТЛ, 1955.
24. Филовенко-Бородич М. М., Изюмов С. М. и др. Курс сопротивления материалов. Часть вторая. ГИТТЛ, 1949.
25. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 1, кн. 2. Машгиз, 1947.

К ПЯТОМУ РАЗДЕЛУ

1. Алексеев Г. П., Мазовер И. С. Справочник конструктора-машиностроителя (рабочие таблицы). Судпромгиз, 1957.
2. Ачеркан Н. С. Расчет и конструирование металлорежущих станков. Машгиз, 1952.
3. Бейзельман Р. Д., Цыпкии Б. В. Подшипники качения. Машгиз, 1959.
4. Бородин Л. С., Габричевский Б. Н. Новый стандарт на муфты упругие типа МУВП. Вестник машиностроения, № 9, 1956.
5. ВНИИТМаш. Расчеты крановых механизмов и деталей подъемно-транспортных машин. Машгиз, 1959.
6. ВНИИТМаш. Сборник нормалей подъемно-транспортного машиностроения, вып. 3, 1957.
7. ГОСТ 101—54. Ремни плоские приводные тканевые прорезиненные.
8. ГОСТ 586—41. Цепи приводные пластинчатые втулочные и втулочно-роликовые.
9. ГОСТ 1284—57. Ремни приводные клиновые и шкивы.
10. ГОСТ 2229—55. Муфты соединительные упругие втулочно-пальцевые типа МУВП.
11. ГОСТ 5006—55. Муфты зубчатые общего назначения.
12. ГОСТ 5147—49. Муфты шарнирные. Основные размеры.
13. ГОСТ 6982—54. Ремни приводные хлопчатобумажные цельнотканые пропитанные.
14. Гохберг М. М. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин. Изд-во Министерства речного флота, 1949.
15. Детали машин. Сборник материалов по расчету и конструированию, книга I. Машгиз, 1953.
16. Иванов-Скобляков Н. Н. Антифрикционные материалы для подшипников скольжения. Metallurgizdat, 1956.
17. Каратышкин С. Г. Теория и основы конструирования корабельных двигателей внутреннего сгорания. Судпромгиз, 1949.
18. Кудрявцев В. Н. Зубчатые передачи. Машгиз, 1957.
19. Нормы и технические условия проектирования стальных конструкций (Н и ТУ-1—46). Министерство строительства предприятий тяжелой индустрии.
20. Нормы и технические условия проектирования стальных конструкций (Н и ТУ-121—55). Государственный комитет Совета Министров СССР по делам строительства.
21. ОСТ 1655. Шкивы ремные для трансмиссий. Основные размеры.
22. ОСТ НКТП 3157. Ремни приводные шерстяные тканевые.
23. ОСТ НКЛП 5773/176. Ремни кожаные приводные растительного дубления.
24. Пенков С. И. Расчет допускаемых напряжений в машиностроении. Судпромгиз, 1951.
25. Подшипники шариковые и роликовые (каталог). Союзподшипниксбыт.

26. Поляков В. С., Кудрявцев В. Н. и др. Детали машин. Машгиз, 1954.
27. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л. и др. Расчеты на прочность в машиностроении, т. I. Машгиз, 1956.
28. Решетов Д. Н. Расчет деталей станков. Машгиз, 1945.
29. Серенсен С. В., Коголев В. П. и др. Несущая способность и расчеты деталей машин. Машгиз, 1954.
30. Справочник машиностроителя, т. 3. Машгиз, 1955.
31. Справочник машиностроителя, т. 4. Машгиз, 1955.
32. Справочник металлиста, т. 2. Машгиз, 1958.
33. Стальные конструкции (под ред. проф. Н. С. Стрелецкого). Стройиздат, 1953.
34. Терминология деталей машин. Муфты. Изд. АН СССР, 1958.
35. Танаатар А. В. Компоновка и расчет быстроходных двигателей. Изд. «Морской транспорт», 1952.
36. Шанский К. И. Антифрикционный цинковый сплав ЦАМ 10-5. Изд. Ленингр. дома научно-технической пропаганды, 1951.
37. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. I, кв. 2. Машгиз, 1947.
38. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. II. Машгиз, 1948.

К ПРИЛОЖЕНИЯМ

1. Алексеев Г. П., Мазовер И. С. Справочник конструктора-машиностроителя. Судпромгиз, 1957.
2. ВНИИПТМаш. Расчеты крановых механизмов и деталей подъемно-транспортных машин. Машгиз, 1959.
3. ВНИИПТМаш. Сборник нормалей подъемно-транспортного машиностроения, вып. 3, 1957.
4. Кифер Л. Г., Абрамович И. И. Грузоподъемные машины, т. II. Машгиз, 1949.
5. ОСТ ВКС 6435. Габариты подвижного состава и приближения строений железных дорог широкой колеи.
6. Поливанов П. М. Таблицы для подсчета веса деталей и материалов. Машгиз, 1957.
7. Справочник металлиста, Гиз, 1930.
8. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 2. Машгиз, 1948.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ	
ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ТАБЛИЦЫ	
Квадраты, кубы, корни квадратные и кубические	7
Логарифмы и обратные величины	27
Корни кубические из десятичных дробей от 0,01 до 0,99	34
Длина дуги и площадь сегмента для хорды, равной единице	35
Длина дуги, стрелка, длина хорды и площадь сегмента для радиуса, равного единице	36
Площадь круга	40
Тригонометрические функции	42
Таблицы для перевода мер из метрической системы в английскую систему мер и обратно	48
Английская система мер	51
Американская система мер	52
РАЗДЕЛ ВТОРОЙ	
МАТЕМАТИКА	
Приближенные вычисления	55
Алгебраические уравнения	66
Логарифмы	68
Плоские фигуры	70
Поверхности и объемы геометрических тел	74
Построение кривых	80
Тригонометрические функции	82
Основные формулы тригонометрии	84
Решение треугольников	86
РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ	
МЕХАНИКА	
Единицы для измерения механических величин	91
Сложение и разложение сил. Условия равновесия	92
Пары сил. Сложение пар. Условия равновесия	94

	Стр
Условия равновесия твердого тела	96
Условия равновесия твердого тела. Примеры расчетов	96
Условия равновесия статики в приложении к движущимся телам (метод кинестатики)	100
Центр тяжести	101
Определение усилий в стержнях фермы	109
Трение	110
Скорость, путь, время и ускорение при прямолинейном движении	112
Скорость, ускорение и путь при криволинейном движении	114
Моменты инерции	118
Работа и мощность	121
Мощность гидропривода	122
Основное уравнение динамики	122

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Упругие характеристики материалов	125
Растяжение и сжатие	126
Сдвиг, срез и смятие	132
Кручение	134
Изгиб	146
Расчет балок	160
Площади, положения центра тяжести, моменты инерции и радиусы инерции	177
Касательные напряжения при поперечном изгибе	184
Центр изгиба	185
Косой изгиб	188
Внецентренное действие продольной силы (растяжение или сжатие с изгибом)	195
Изгиб и кручение	199
Расчет ударной нагрузки	203
Контактные напряжения	205
Устойчивость	210
Расчет на прочность	222

РАЗДЕЛ ПЯТЫЙ

ДЕТАЛИ МАШИН

Заклепочные соединения	247
Сварные соединения	258
Прессовые соединения	267
Резьбовые соединения	272
Грузовые винты	282
Клиновые соединения	284
Шпоночные и зубчатые (шлицевые) соединения	289
Зубчатые передачи	293
Червячные передачи	330
Цепные передачи	347
Ременные передачи	360
Валы и оси	383

Подшипники качения	394
Подшипники скольжения	405
Муфты	407
Пружины	417
Пружины. Расчет винтовых пружин растяжения -- сжатия	421
Пружины. Вспомогательные зависимости, жесткость пружины и потенциальная энергия, накапливаемая пружиной	427
Пружины. Назначение материала для изготовления витых пружин	428
Пружины. Допускаемые напряжения	430
Пружины. Значения $d^2\sigma_0$ для стальной углеродистой пружинной проволоки ГОСТ 5047--49	431
Пружины кручения	432
Пружины. Механические свойства рессорно-пружинной горячекатаной стали	434
Приложения	435
Литература	443

Пре.

Ква.
Лог:
Кор
Для
Для

Пло
Три
Таб.
Анг.
Аме

Замеченные опечатки

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
263	3, 11, 19-я сверху	рис. 4, б-г	рис. 4, в, д, ж
	10-я снизу	рис. 4, д	рис. 4, б
	7-я снизу	рис. 4, е-з	рис. 4, г, е, з

АЛЕКСЕЕВ ГРИГОРИЙ ПОРФИРЬЕВИЧ, МАЗОВЕР ИОСИФ СЕМЕНОВИЧ

СПРАВОЧНИК КОНСТРУКТОРА-МАШИНОСТРОИТЕЛЯ
(ФОРМУЛЫ И РАСЧЕТЫ)

Рецензенты: *инж. Пайкин Е. В. и доц. канд. техн. наук Поляков В. С.*

Научный редактор *С. А. Сердюков*

Редакторы: *Л. А. Лукашевич и Е. Н. Шаурак*

Технический редактор *Р. К. Цал.* Корректоры: *Л. Р. Лескова и С. Л. Осмоловская*

При
Али
Лоз
Плн
Пои
Пои
Три
Оси
Рел

Сдано в набор 12/VII 1960 г. М-39129. Подписано к печати 25/X 1961 г.
Формат бумаги 60x92¹/₁₆. Печ. листов 28. Уч.-изд. л. 32,0. Изд. № 760-60
Тираж 36 000 экз. (2-й завод 16001-36000). Цена 1 руб. 75 коп. Заказ 4020

Судпромгиз, Ленинград, ул. Дзержинского, 10

Ед
Сл
Пз

Типография М.4 УИП Ленгосавархоза, Ленинград, Социалистическая, 14.

Г. П. АЛЕКСЕЕВ, И. С. МАЗОВЕИ

СПРАВОЧНИК
КОНСТРУКТОРА
МАШИНОСТРОИТЕЛЯ

С У Д П Р О М Г И З · 1961